

100 万套

销量饱含读者厚爱

名誉主编
希 雷
书 洁
主 琼
编



三点一测丛书

树品牌典范 拓成才之路



第七次修订版

重点难点提示

知识点精析

综合能力测试

初三数学

● 清华附中数学组 金郁向等 编



科学出版社 龍門書局

三点一测丛书

(第七次修订版)

初三数学

◎ 金郁同 清华附中数学组
高继曾 闫振环
牛艳红 金利群
编

科学出版社
龙门书局
北京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160, 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

三点一测丛书. 初三数学/希扬主编;清华附中数学组 金郁向
等编. —修订版. —北京:科学出版社 龙门书局, 2003

ISBN 7-80111-596-1

I. 三… II. ①希…②金… III. 数学课—初中—教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 017085 号

责任编辑:王 敏 韩 杨/封面设计:东方上林工作室

科学出版社 出版
龙 门 书 局

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京二二〇七工厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

1996 年 7 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2003 年 6 月第七次修订版 印张:13 1/4

2003 年 6 月第五十一次印刷 字数:381 000

印数:1 618 001—1 653 000

定 价: 15.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

教育为振兴
中华之本

雷洁琼



一九九九年三月

年年花相似,岁岁书不同

——《三点一测丛书》(第七次修订版)序言

又是一年春草绿,依然十里杏花红。

当你打开扉页,看到的已是《三点一测丛书》的第七次修订本了。

八年来,它无数次荣登全国各地图书销售排行榜榜首,累计销量已突破百万套,以每人购2~3本计算,已有上千万中学生从中受益;八年来,它伴着一批批中学生从初中走向高中,从高中走向大学,有的已成为硕士生、博士生,成为国家的栋梁之才。八年过去了,一批又一批的读者接踵而至,加入浩浩荡荡的读者队伍,出现了“哪里有中学生,哪里就有《三点一测》”的壮观景象。

有人问我们,凭什么赢得读者如此青睐?

——凭我们对读者的爱心;

想读者之所想,急读者之所急,为读者排忧解难,与读者心心相通,是我们不变的心。

2001年英语高考增加了听力,我们在同年的修订版中就增加了听力内容,并在初中配以磁带,这一举措让面临新的考试趋势不知所措的考生心里的一块石头落了地。

2002年应读者的要求,语文同步到课,数学同步到单元,物理、化学同步到节,极大地方便了读者的使用。

同年“课标本”教材试点,我们及时推出与之配套的《三点一测丛书》七年级数学、七年级语文,又是一场“及时雨”……读者来信高兴地说,《三点一测丛书》常出常新,“年年花相似,岁岁书不同”。

——凭我们的责任感;

追求卓越,奉献精品,是我们永远的追求。当各个教辅商家用让人眼花缭乱的形式挖掘各种“热点”“冷门”时,我们仍坚定地走自己的

路——坚持内容厚重、形式简约的风格,用最朴素的形式传达最精粹的知识。“靠品质生存,凭信心发展,以质量竞争,拿效果证明。”

作为编著者,我们深知肩上责任的重大。每字每句我们都要细细推敲,每题每解都要经过师生们反复多次地演算与验证。作为编著者,酷暑严冬,挑灯夜战,亦是常事。在时下浮躁的氛围中,保持着一份读书人的冷静,弥显可贵。作为读书人,我们常记着俞平伯先生的两句诗:“不敢妄为些儿事,只因曾读数行书。”我们凭的是读书人的良知与责任心。希望能用自己的心血与汗水为中学生营造一个知识的世界。

——凭我们的集体智慧;

《三点一测丛书》的成功,乃厚积薄发,熔百家于一炉,集大成于一身,是强强联合的典范,是集体智慧的结晶。我们有一个在教坛上辛勤耕耘几十年又熟悉市场的策划中心,有一个来自全国名校名师组成的写作班子,尤其是1999年闻名全国的清华大学附属中学老师们的精彩加盟,又使《三点一测丛书》锦上添花、新姿焕发。书以社传、社以书名。我们与有远见卓识、人杰地灵的龙门书局几年来的通力合作,更使《三点一测丛书》闻名华夏、畅行九州。

感谢与世纪同行的百岁老人、敬爱的雷老作为本书的荣誉主编,并给我们以指导与鼓励,称赞我们“为孩子们做了一件好事”……

我喜欢中学生,我希望中学生读我的书,我希望有更多的未名人,去游未名湖、清华园……

希扬

2003年3月于珠海

编者的话

21 世纪已经到来,知识经济初见端倪,为了“使学生学好当代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能”,我们根据教育部有关教育的最新精神,认真钻研大纲、研究教材、总结自己的教学经验、整理多年积累的教学资料的前提下,在第六次修订版的基础上作了修订,写成了《三点一测丛书·初三数学》第七次修订版。

本书每单元的框架结构含**重点难点提示、知识点精析与应用、综合能力测试、单元验收**等,每章之后都配有 A、B 两组“本章测试题”,以更充分地体现义务教育的普遍性、基础性、发展性,同时又有适当的弹性。

为了加强创新意识与实践能力的培养,努力使学生对自然界和社会中的数学现象具有好奇心,不断追求新知,独立思考,会从数学的角度发现和提出问题,并加以探索、研究和解决,我们在编写的过程中注意了以下几点:

1. 无论是知识点精析,综合能力测试,单元验收,还是本章测试,都充分考虑如何满足不同层次的学生需要,既重视“双基”训练,又重视提高学生分析问题、解决问题的能力;

2. 在各类测试题后都附有比较详细的提示与答案,以便学生自学与检验;

3. 尽量采用一些联系生活和市场经济的应用题、情境题、开放题与探索型问题。

本书的修订工作,由高继曾、王利群、闫振环、金郁向、牛艳红承担。尽管我们作了努力,但限于能力与水平、错误与不足之处难免,恳请批评指教。

编者

2003 年 3 月

三点一测丛书

初中编委会

名誉主编：雷洁琼

主 编：希 扬

副 主 编：吴万用 赵庆刚
董芳明

编 委：金郁向 周 杰
倪斯杰 周兆玉
李觉聪 王 敏

目 录

代数部分

第十二章 一元二次方程	(1)
第一单元 一元二次方程及其解法	(1)
第二单元 一元二次方程根的判别式及根与系数的 关系	(8)
第三单元 二次三项式的因式分解及一元二次方程 的应用	(19)
第四单元 分式方程	(28)
第五单元 简单的二元二次方程组	(40)
中考考向及热点题型分析	(50)
本章测试题	(66)
参考答案	(69)
第十三章 函数及其图象	(90)
第一单元 平面直角坐标系	(90)
第二单元 函数和函数图象	(98)
第三单元 一次函数的图象与性质	(105)
第四单元 二次函数的图象与性质	(115)
第五单元 反比例函数及其图象	(129)
中考考向及热点题型分析	(137)
本章测试题	(150)
参考答案	(155)
第十四章 统计初步	(171)
第一单元 平均数、众数与中位数	(171)
第二单元 方差	(177)
第三单元 频率分布	(183)

中考考向及热点题型分析	(188)
本章测试题	(197)
参考答案	(201)

几何部分

第六章 解直角三角形	(209)
中考考向及热点题型分析	(227)
本章测试题	(238)
参考答案	(243)
第七章 圆	(252)
第一单元 圆的有关性质	(252)
第二单元 直线与圆的位置关系	(279)
第三单元 圆和圆的位置关系	(306)
第四单元 正多边形和圆	(329)
中考考向及热点题型分析	(347)
本章测试题	(364)
参考答案	(371)
中考模拟试题(一)	(400)
中考模拟试题(二)	(404)
参考答案	(408)

代数部分



第十二章 一元二次方程

第一单元 一元二次方程及其解法

重点难点提示

1. 一元二次方程的概念;
2. 一元二次方程的四种解法;
3. 灵活运用适当的方法解一元二次方程.

知识点精析与应用

一、一元二次方程

1. 一元二次方程的定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程.

一个方程为一元二次方程,必须在化简、整理后同时满足以下三个条件:(1)是整式方程;(2)含有一个未知数;(3)未知数的最高次数是 2.三者缺一不可.

2. 一元二次方程的一般形式及项和项的系数的名称

任何关于 x 的一元二次方程均可整理成 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的形式,这种形式叫做一元二次方程的一般形式.其中 ax^2 叫做二次项, a

叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项. 注意 $ax^2+bx+c=0$ 是一元二次方程的条件是 $a \neq 0$.

二、一元二次方程的解法

1. 直接开平方法

把方程变成 $x^2=m$ 的形式,当 $m>0$ 时,方程的解为 $x=\pm\sqrt{m}$;当 $m=0$ 时,方程的解 $x_{1,2}=0$;当 $m<0$ 时,方程没有实数解.

2. 配方法

通过配方把一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 变形为

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

的形式,再利用直接开平方法求方程的解.

3. 公式法

对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$,当 $b^2-4ac \geq 0$ 时,它的解为

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

4. 因式分解法

把方程变形为一边是零,而另一边是两个一次因式积的形式,使每一个因式等于零,就得到两个一元一次方程,分别解这两个方程,就可得到原方程的解.

在解一元二次方程中,最常用的方法是因式分解法和公式法.配方法也是一种很重要的方法,求根公式就是用配方法推导的,在以后的学习中也经常用到它,但用这种方法解一元二次方程较为繁琐,除特殊要求外,一般情况下都不用配方法解一元二次方程.

【例 1】 若 $x=1, x=-5$ 是一元二次方程的两个根,那么这个方程是 ()

A. $x - \sqrt{x^2 - 5} = 1$

B. $\frac{2(x^2+1)}{x+1} + \frac{6(x^2+1)}{x^2+1} = 7$

C. $3x^2 - x - 1 = 2x(x+1) - 3$

D. $(x+1)(x+3) = 8$

【分析】 根据题目中“一元二次方程”这一条件首先淘汰 A(无理方程)和 B(分式方程), C 可变形为 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 两根为 $x_1 = 2, x_2 = 1$, D 可变形为 $x^2 + 4x - 5 = 0$, 它的两个根是 $x = 1, x = -5$, 所以选 D.

【例 2】 方程 $(m^2 - 1)x^2 + (m + 1)x - 1 = 0$, 当 m _____ 时, 方程为一元二次方程; 当 m _____ 时, 方程为一元一次方程.

解 由 $m^2 - 1 \neq 0$, 得 $m \neq \pm 1$,

$\therefore$ 当 $m \neq \pm 1$ 时, 方程为一元二次方程.

由 $m^2 - 1 = 0$ 且 $m + 1 \neq 0$, 得 $m = 1$,

$\therefore$ 当 $m = 1$ 时, 方程为一元一次方程.

【说明】 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中, 当 $a \neq 0$ 时是一元二次方程, 当 $a = 0$ 且 $b \neq 0$ 时是一元一次方程.

【例 3】 已知关于 x 的一元二次方程 $(m - \sqrt{2})x^2 + 3x + m^2 - 2 = 0$ 的一个根是零, 求 m 的值.

解 $\because$ 方程的一个根是零, 即 $x = 0$,

当 $x = 0$ 时, $m^2 - 2 = 0, m = \pm\sqrt{2}$.

又 $\because m - \sqrt{2} \neq 0, \therefore m \neq \sqrt{2}, \therefore m = -\sqrt{2}$.

【说明】 (1) 正确理解方程的解的概念; (2) 特别注意一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 中, $a \neq 0$ 的条件.

【例 4】 用配方法解方程 $3x^2 - 1 = -4x$.

解 移项, 得 $3x^2 + 4x = 1$.

两边都除以 3, 得 $x^2 + \frac{4}{3}x = \frac{1}{3}$,

配方, 得 $x^2 + \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{7}{9}.$$

解这个方程, 得 $x + \frac{2}{3} = \pm\sqrt{\frac{7}{9}}, x + \frac{2}{3} = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$.

即 $x_1 = \frac{-2 + \sqrt{7}}{3}, x_2 = \frac{-2 - \sqrt{7}}{3}$.

【说明】 关键是把二次项系数化为 1, 方程两边加上一次项系数一半的平方.

【例5】 用公式法解关于 x 的方程 $x^2 - m(3x - 2m + n) - n^2 = 0$.

解 整理,得 $x^2 - 3mx + (2m^2 - mn - n^2) = 0$.

$$\therefore a = 1, b = -3m, c = 2m^2 - mn - n^2,$$

$$\begin{aligned} b^2 - 4ac &= (-3m)^2 - 4 \times 1 \times (2m^2 - mn - n^2) \\ &= m^2 + 4mn + 4n^2 = (m + 2n)^2 \geq 0, \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{3m \pm \sqrt{(m + 2n)^2}}{2},$$

$$\therefore x_1 = 2m + n, x_2 = m - n.$$

【说明】 (1) 方程要先化为一般式,以便确定 a 、 b 、 c ;

(2) 确定 a 、 b 、 c 时要注意符号;

(3) 在 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的前提下,将 a 、 b 、 c 的值代入求根公式.

综合能力测试题

一、选择题

1. 方程 $3x^2 = 1$ 的根是 ()

A. $x = \pm \frac{1}{3}$ B. $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $x = \frac{1}{3}$ D. $x = \sqrt{3}$

2. 若一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根为 1, 则 ()

A. $a + b + c = 1$ B. $a - b + c = 0$

C. $a + b + c = 0$ D. $a - b + c = -1$

3. 若 $(b-1)^2 + a^2 = 0$, 则下列方程中是一元二次方程的只有 ()

A. $ax^2 + 5x - b = 0$

B. $(b^2 - 1)x^2 + (a + 3)x - 5 = 0$

C. $(a - 1)x^2 + (b - 1)x - 7 = 0$

D. $(b - 1)x^2 + ax - 1 = 0$

4. 若 $ax^2 - 5x + 3 = 0$ 是一元二次方程, 则不等式 $3a + 6 > 0$ 的解是 ()

A. $a > -2$

B. $a < -2$

C. $a > -\frac{1}{2}$

D. $a > -2$ 且 $a \neq 0$

5. 若 $2-\sqrt{3}$ 是方程 $x^2-kx+1=0$ 的一个根, 则方程的另一个根和 k 值为 ()

A. $\sqrt{3}+2, k=-4$

B. $\sqrt{3}+2, k=4$

C. $\sqrt{3}-2, k=4$

D. $\sqrt{3}-2, k=-4$

6. 满足 $x^2=|x|$ 的所有值为 ()

A. 1

B. -1

C. 1 或 -1

D. 1 或 -1 或 0

二、填空题

1. 下列方程中字母 a 为何值时是关于 x 的一元二次方程:

(1) $(a^2+1)x^2-ax+a^2=0$ _____.

(2) $\sqrt{a}x^2+\sqrt{2}x-5=0$ _____.

(3) $(a^2-1)x^2+3x-2=0$ _____.

2. 方程 $(m-2)x^{m^2-5m+8}+(m-3)x+5=0$, 当 m _____ 时, 方程是一元二次方程, 当 m _____ 时, 方程是一元一次方程.

3. 已知关于 x 的方程:

① $x^2+5=(x-1)(x-3)$

② $x^2+3xy+2y^2=0$

③ $(m-1)x^2+2x+\frac{\sqrt{2}}{3}=0$

④ $x-\sqrt{x-1}=3$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{2}}x^2-2=0$

⑥ $3x^2+\frac{3}{x}=1$

其中是一元二次方程的是 _____ (填序号).

4. 方程 $(x-2)^2=(x-2)$ 的根是 _____.

5. 方程 $x^2-\sqrt{256}=0$ 的根是 _____.

6. 若 $2x^2+mx-10=0$ 的一个根为 2, 则另一个根是 _____, $m=$ _____.

三、解答题

1. 用直接开平方法解方程:

(1) $(x-3)^2-2=0$

(2) $(3x+2)^2=4(x-3)^2$

(3) $2(3x-1)^2=4.5$

(4) $(\sqrt{2}x-2)^2=6$

2. 用配方法解方程:

$$(1) 2x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (2) x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

3. 用公式法解方程:

$$(1) (x+2)^2 - (x-2)^2 = x^2 + 1$$

$$(2) x^2 + \sqrt{6}x = -2\sqrt{3} - \sqrt{2}x$$

$$(3) 5(y+6)(y-1) + 4y(y-1) = 3y(y+6)$$

4. 用因式分解法解方程:

$$(1) 2x^2 - x - 3 = 0$$

$$(2) 3x(x-1) = 2(1-x)$$

$$(3) (2y+1)^2 - 3(2y+1) - 4 = 0$$

5. 选用适当方法解下列关于 x 的方程:

$$(1) \frac{1}{2}(2x-1)^2 = \frac{1}{5}$$

$$(2) x - \sqrt{2} = 5x(\sqrt{2} - x)$$

$$(3) (x-3)^2 - 5(x-3) = 6$$

$$(4) mn x^2 - (m^4 + n^4)x + m^3 n^3 = 0 \quad (mn \neq 0)$$

$$(5) (a-2)x^2 + (2a+1)x + (a+3) = 0 \quad (a \neq 2)$$

6. 试证明关于 x 的方程 $(a^2 - 8a + 20)x^2 + 2ax + 1 = 0$, 不论 a 取何值, 该方程都是一元二次方程.

7. 已知方程 $x^2 + kx + 1 = 0$ 与方程 $x^2 - x - k = 0$ 有一相同的实数根, 求 k 值.

8. 已知 $y = 2x^2 + 7x - 1$, x 是何值时, y 的值与 $4x + 1$ 的值相等? x 是何值时, y 的值与 $x^2 - 19$ 的值互为相反数?

单元验收

一、选择题

1. 方程 $x(x-3) = x$ 的解是 ()

A. 3 B. 4 C. 0 D. 4 或 0

2. 方程 $x^2 - 3 = -3x$ 化为一元二次方程的一般形式后, 它的二次项系数、一次项系数、常数项依次是 ()

A. 1, 3, -3

B. 1, -3, -3

C. 1, -3, 3 D. 1, 3, 3

3. 若关于 x 的方程 $(m^2 - 4)x^2 + mx - 3 = 0$ 是一元二次方程, 则 m 的值不能是 ()

A. 2 B. -2 C. ± 2 D. 以上都不对

4. 若 $x = -1$ 是方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根, 则 $a - b + c$ 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 0 D. 无法确定

5. 解方程 $3(7x + 5)^2 = 8(7x + 5)$ 的最佳方法应选择 ()

A. 直接开平方法 B. 因式分解法

C. 配方法 D. 公式法

6. 以下各方程中, 一定是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$ B. $(a^2 + 1)x^2 + 3x = 1$

C. $3x^2 + \frac{1}{2}x = 3x(x - 5)$ D. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{x} = 1$

7. 若方程 $\frac{1}{m}x^2 + \sqrt{m}x = 1$ 是关于 x 的一元二次方程, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m \neq 0$ B. $m \geq 0$ C. $m > 0$ D. m 为任意实数

8. 若 m 是关于 x 的方程 $x^2 + nx + m = 0$ 的根, 且 $m \neq 0$, 则 $m + n$ 的值为 ()

A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题

1. 将方程 $x^2 + \sqrt{3}x + 1 = \sqrt{5} + 3x$ 化为标准形式是_____, 其中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

2. 已知 $mx^{n-2} + 7x - 1 = 0$ 是一元二次方程, 则 m _____, $n =$ _____.

3. 若 $2(m + 1)x^2 + 4mx + m - 2 = 0$ 的一个根为 0, 则另一个根是_____, $m =$ _____.

4. 方程 $(x^2 - x)^2 = 36$ 的解为_____.

5. 方程 $x^2 + 2ax - b^2 + a^2 = 0$ 的解为_____.

三、解答题

1. 按要求解下列方程: