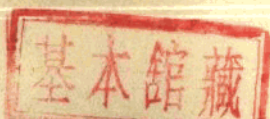


143807



鐵道科學技術譯叢

震動沉樁的研究

熊慕文編譯



22
140

人民鐵道出版社

目 录

一、目前在震动下沉桩和板桩方面的若干問題	
(Д.Д.巴尔干)	2
二、震动沉桩机的計算 (О.Я.舍赫傑尔)	11
三、利用БТ-12型震动器使板桩、管、桩下沉入土及从 土中拔出的試驗研究 (Д.Д.巴尔干)	19
四、震动下沉桩和板桩的試驗研究 (Н.А.普列奥布拉 仁斯卡娅)	47
五、安設沙桩时关于102型震动器动力狀況的試驗研究 (Н.А.卡拉希娜)	59
六、安設沙桩时震动器的振动狀況对土壤压实的影响 (Е.В.斯維金斯基)	66
七、桩、板桩强迫垂直振动的振幅与震动器的參变数 之間的关系 (О.Я.舍赫傑尔)	72

一、目前在震动下沉樁和板樁方面的若干問題

Д.Д.БАРКАН

1. 震动方法的發展史

震动沉樁（樁、板樁、管）和震动拔樁的方法是苏維埃学者和工程师研究出来的，並將其运用在施工中。

第一次利用垂直震动来沉樁和拔樁的實驗室試驗，早在1935年就在全苏地基和基础科学研究所进行过。

曾經在各种不同的土壤条件下，利用震动器进行过下沉木樁和鋼筋混凝土樁的試驗，所用的震动器的轉数較小而偏心矩非常大。

1937年曾經在施工条件下，利用震动法进行过从土中拔出55号梁的試驗，該梁入土深为17公尺。这些試驗指出，作用於下沉体側表面的土壤（沙土，粘土）表面摩擦力，在震动的过程中，显著地减小。

从1934年到1945年，Г.И. 帕克罗夫斯基和論文的作者們进行过實驗室的研究，查明震动对無粘性沙土的內摩擦角有很大的影响。無粘性沙在劇烈的震动情況下，犹如粘性液体，它的振動粘滯性系数取決於振動加速度。在沒有正面阻力的条件下，所已建立了的樁体的震动下沉的理論，在这些試驗的基础上，得到了發展，同时制造了高頻率БТ-1型和 БТ-2型的震动器試样。应用这些震动器的野外試驗（1948年）指出，它們可以在含水飽和的淤积沙中下沉梁和板樁。根据論文作者 И.С. 古查連柯，А.Д. 叶菲莫夫和 В.И. 杜皮可夫在施工条件下所进行的試驗，設計了第

一个供施工中下沉金属板桩的BT-5型震动器。

1949年末，在高尔基城水电站建造围堰时，利用了震动方法下沉金属板桩（С.Р. 梅德偉傑夫 工程师，И.С. 勃杜諾夫 工程师），这在世界建筑实践中还是第一次。在这次建设中，还制定了下沉板桩的新的工艺学，并且证明了震动方法的应用提高了板桩下沉的技术经济指标。

继之，在卡麦水电站（1950—1951年），齐姆良水利枢纽（1951年初），古比雪夫水利建设（1952—1954年），卡霍夫水电站建设（1952年），斯大林格勒水利建设（1952—1953年）以及其他建设上，都应用了震动方法下沉板桩。

自从第一次在施工上利用震动方法下沉板桩以来，已下沉了将近50000块板桩。

在高尔基水电站建设上，震动方法成功的应用乃是后来改进震动方法以及在建设中应用震动方法的推动力。1950年Б.П.塔塔尔尼可夫利用重型低频率震动器进行过下沉钢筋混凝土桩的试验，О.А.薩維諾夫和А.Я.魯斯金进行了附加弹簧的静载荷的震动器的应用试验，С.А.查普林利用震动撞击方法进行了下沉桩体的试验。当时作者和В.И.杜皮可夫利用震动方法进行过挖整地质钻孔的试验，以后这个试验在一些学院和其他许多机关里继续进行着。

第一批BT-5型震动器应用在施工中，就发现它有許多缺点。根据这个震动器使用的总结经验和在施工条件下的专门观察，制造了震动器的新结构，它比BT-5型有更多不同的参变数，并在一些建设中得到成功的应用[15]。

从許多新型震动器中必需指出下面几种：Б.П.塔塔尔尼可夫设计的震动器被用来下沉钢筋混凝土桩以及重型的圆柱形壳体；О.А.薩維諾夫和А.Я.魯斯金设计的ВПП-2型震动器，曾经在斯大林格勒水利建设中用以下沉板桩；全苏地基和基础科学研究所设计了102型和104型的震动器。利用102型和104型的震动

器，在每班生产率达到90个樁的情况下，安設了將近 25000 个沙樁，我們曾用上述震動器把較大直徑（45公分以內）的沉管下沉达25公尺深，同时为了大大降低地下水位並且把金屬板樁下沉达15公尺深。

不仅在沙土中，而且在松軟粘土、堅硬的淤泥、礫石以及其他土壤中，都曾經利用过新的震動器下沉樁、管和板樁。

除开精通了新震動器的設計制造和在施工上使用以外，过去在震動方法的研究方面，也进行了巨大的科学研究。

在科学研究工作方面 應該 提到，H.A. 普列奥布拉仁斯卡娅和 O.Я. 舍赫傑尔所进行的關於下沉速度和振動狀況 与震動器性能的关系的試驗；石油鑽探科学研究所进行了關於震動对挖鑿坚硬矿層影响的研究試驗；H.C. 石庫連柯进行的 關於震動 对土壤抗断影响的試驗；C.A. 查普林进行的關於 应用震動 方法改善道路机械工作的試驗（道路科学研究所）；И.А. 菲茲傑里和Г.Э. 帕拉烏別克（「建設者」托拉斯）进行的關於应用共振裝置压实土壤的研究；Ю.И. 涅依馬尔克（国立高尔基大学）的著作；М.Я. 庫舒里和A.B. 什爾赫金關於利用震動方法下沉物体的理論 [17] [18] 等等。

2. 震動方法的科学研究問題

震動方法的科学研究方面，主要的有兩個問題。

第一个問題。当構件下沉和从土中拔出时，在垂直方向就發生强迫振動和自由振動，而維持振動就要消耗功率，第一个問題就是要决定这些振動的振幅及其所消耗的功率与震動器的性能（偏心矩，轉数，重量）、構件的特征（重量，長度以及橫断面的形狀）、下沉深度和土壤性質之間的关系。

根据全苏地基和基础科学研究所所进行的試驗以及对机件的观察，可以作出下面与这个問題有关的結論。

試驗指出：下沉的深度对下沉構件（樁、管、板樁）的垂直

自振頻率影响很小。这是由於在垂直强迫振动时，在振动的影响下，土壤的外摩擦系数減小了，所以沿着下沉構件側表面作用的土壤反力較之正面的土壤反力小。此外，随着下沉深度增加，参与振动的計算質量可能增加或者抵消由於下沉深度增加而彈性刚度增長的影响。

其次可以說，下沉構件垂直振动的頻率取決於振幅。这就与振动的直綫理論相矛盾。

直到目前，还不能順利地确定上述的違反振动直綫理論的原因。有根据假定：这些原因是由於土壤还原反力的非直綫特征的影响（当振幅大时，这种影响無条件地产生）和下沉構件与土壤分离（当振幅較靜力下沉为大的振动时，会發生这种分离現象）而引起的。

在震动器的偏心矩相当大时，所得到的垂直强迫振动的实验共振曲綫具有二个特征性的区域。当震动器的頻率增加到某一数值 ω_0 时，振动的振幅随着頻率的增加而增加不多。随后当頻率增加比較快时，振幅則大大增加，並且达到最大的数值，但是繼續增加頻率时，則振幅的变化就比較小。

由於下沉速度的增加与振幅成正比，因之震动器頻率的工作值應該選擇得略略大於 ω_0 的值。但是过大的增加震动器的頻率也是不合理的（特别是下沉具有較大正面阻力的物体时），因为振动所消耗的功率的增加与震动器頻率的平方成正比。

經過計算指出，实验的共振曲綫主要是在震动器偏心矩不大时才近乎振动的直綫理論（参看本書中O. Я. 舍赫傑尔的論文）。当偏心矩非常大时，实验的共振曲綫就与按照直綫理論計算出来的不一致。在这样的条件下，認為土壤的还原反力是非直綫的振动理論，就能給出比較令人滿意的結果。

但是，这个理論还不可能完全与試驗的結果一致。然而按照維持振动所消耗的功率值計算出的振动能量散逸系数，与修正試驗的共振曲綫后根据非綫性理論的計算曲綫而算出的振动能量散

逸系数的吻合程度已非常接近。利用震动圖所規定的振动形式也同样較之从採用的非直綫理論所得到的具有更复杂的性質，非直綫理論假定震动与諧調振动無多大区别。

正如試驗所指出，实际上，在給定的土壤条件下，当震动器的偏心矩和轉数为某个数值时，会發生不同於諧調振动的复杂振动，同时振动的頻率可能与震动器的頻率不一致。很可能这种振动的性質主要由樁在土中『躍起』的影响来决定，而不取決於土壤反力的非直綫特性。

为了建立某种可以应用的振动理論，必需繼續对利用震动方法下沉的構件的振动进行試驗研究。所要建立的理論只不过是当給定表示土壤性質的系数值时，便可以定出震动器的参变数，也就是可以定出必需的偏心矩、轉数和功率。

理論上規定維持振动所消耗的功率与其振动速度的平方成正比的关系，在各种土壤条件下所进行的試驗大致地得到証实。因此在已知振动能量散逸系数的条件下，根据給出的振幅和振动頻率，便可以計算出消耗在震动器上的功率。

这个系数的值取決於土壤的性質和下沉構件的特征，特别是下沉構件的参变数和橫断面的形式。正如試驗所指出，随着下沉深度的增加，消耗数值大約与深度成正比。

为了实际利用計算理論，必需在各种不同的土壤条件下下沉樁、板樁和管时，繼續累积振动能量散逸系数的計算值的資料。

第二个問題。决定構件的下沉速度和深度与給定的震动狀況（振幅和頻率）、下沉構件的特征以及土壤性質之間的关系。

全苏地基和基础科学研究所进行的試驗研究可以判断上述因素中某些因素的影响。特别是利用这些研究，可以作出如下的規定。

只有在下沉構件的垂直强迫振动的振幅超过某个一定的数值时，才能利用震动方法下沉構件，該振幅的一定数值取決於土壤性質，下沉構件的橫断面及其下沉深度，亦即主要取決於土壤的

力学性質。

可以近似地認為，要決定的下沉速度与 $A - A_0$ 的差数成正比，其中 A 是振幅的工作数值。当構件下沉时，如果主要是土壤的正面阻力，則構件的下沉速度与 $A - A_0$ 的差的比例系数与振动頻率無關。如果構件下沉时，主要是土壤的側面阻力（例如板樁在下沉深度不大时），則構件的上述比例系数随着頻率的增加而变大，因此这种構件的下沉速度已經不被振幅所決定，而取決於振动速度，显然，對於含水饱和的土壤，將決定於振动加速度。

震動器振动振幅的必需計算值，也就是說偏心矩和轉数應該按照下沉速度与振动振幅和頻率之間的既定关系来决定。

試驗指出，下沉構件的橫断面积对下沉速度起着主要的影响（參看本論文集中Н.Я.普列奧布拉仁斯卡婭的論文）。因此，在不堅硬的土壤中下沉橫断面积不大的構件时，利用震動器是合理的。

在需要克服非常大的正面阻力的情況下，必需利用一般的樁鏈，震動撞击机械或者帶有水冲裝置的震動器。在這種情況下，甚至利用重型震動器（重量大於3噸）實際上也不恰當。

从建立震動方法物理学原理的观点看来，研究震動对土壤物理-力学性質（內摩擦力、外摩擦力、粘着力、抗剪强度、抗压强度、抗拉强度、滲透和松散的性質）的影响有着十分重大的意义。

目前除了研究过震動对內外摩擦力以及抗剪强度的影响外，还没有进行过其他研究。

3. 震動机械的改良

在进一步改进震動机械的工作方面，我們感到兴趣的是下面的一些問題。

a) 研究有較大动力效率的震動器的結構。

現有的震動器結構的动力效率不大。測量指出，克服震動器

本身的內部阻力需要消耗很大的功率，因此研究出有較大動力效率的震動器的結構就具有非常重大的實際意義。

6) 在同樣的土壤條件下，對現有的各種型式震動器進行比較試驗，同時根據試驗結果，制訂工業震動器的結構，利用這些震動器將輕型斷面和較為重型斷面的板樁，在粘性和無粘性土壤中，下沉到小的、中等以及較大的深度。

根據震動器下沉板樁的施工經驗以及一些試驗的資料，可以認為目前的任務是要設計成套的下沉板樁的震動器，並且制定應用各種震動器的技術規程。

6) 研究馬達的結構，使此種馬達在震動和撞擊作用下是穩定的，容許很短時間的超載，並在結構上能與震動器結合起來（此種馬達可能有固定的轉子和轉動的定子等等）。

2) 研究下沉輕型構件，特別是下沉木樁的震動撞擊機械和輕型的震動器。必需研究生產指標超過輕型柴油鏈的那些震動機械的結構。

4. 制訂利用震動方法下沉的合理方案

目前震動器是剛性地聯接在下沉的構件上（圖1中的方案a）。

然而利用震動方法下沉構件，除了上述的一個方案以外，還有一些其他的方案。其中可以按照方案6下沉構件，這時候用灵敏的彈簧把附加荷重連接在震動器上，而震動器剛性地聯接在下沉構件上。彈簧剛度應這樣選擇，即使得附加荷載振動振幅遠小於下沉構件的振幅。這個帶有附加靜荷載的震動下沉的方法是O.A.薩維諾夫和A.Я.魯斯金所提出的；他們設計了BПП-2型的震動器，這種型式的震動器曾經應用在斯大林格勒水利建設以及其他建設上。

但是實際上顯然只有在必需把震動器的馬達與振動隔開，並且應用汽油發動機代替電動馬達時，附加荷載的應用才是合理

的。这可以利用下面二个理由来说明。

1) 只有在彈簧附加荷载达到非常大的数值(5吨以上)的情况下,它才能对下沉产生显著的影响。在施工时,应用这样重的荷载会使下沉过程变得麻烦而且复杂化。

2) 应用彈簧附加荷载和馬达,使得震动器的結構复杂化並提高其价格,同时导致損失功率的增加。

另外二个震动方案 ϵ 和 z (圖 1), 虽然它們比較上述方案 a 和 δ 合理些,但是目前还没有应用到施工中。

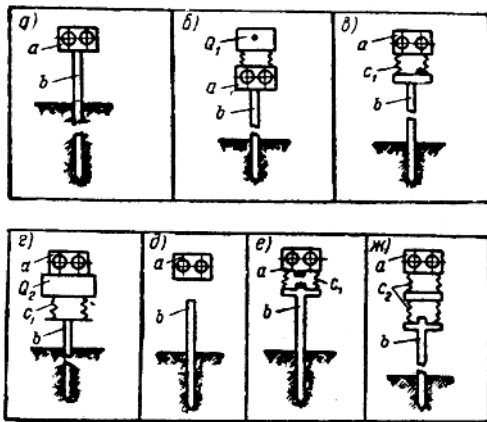


圖 1. 在土中用震动方法下沉構件的主要方案

a —震动器; b —下沉的構件; Q_1 —附加荷载; C_1, C_2 —彈性墊帽;
 Q_2 —震动器上的附加重量。

方案 ϵ 中的震动器与下沉構件不是剛性地联接,而是利用彈簧联接的,应选择这样的彈簧,使得震动器振动的振幅远小于下沉構件振动的振幅。应用这样的彈性墊帽,如果它的剛度選擇得适当,将会使得下沉構件振动的振幅較之震动器剛性地联接(方案 a) 时大大地增加。这个方案的缺点在於墊帽結構太复杂。

按照方案 z , 不大的震动器剛性地联接在相当大的荷载上。

而荷載則用彈簧聯接在樁帽上。彈簧的剛度和荷載的重量應這樣的選擇，使得震動器與連着它的荷載一起的自振頻率等於轉動頻率。在這種情況下，附加荷載與震動器一起的振動振幅可以較大，因為這樣會產生非常大的慣性力，而慣性力就通過彈簧引起下沉構件的強迫垂直振動。

方案 ϵ 可以減小馬達的功率，也就是說能提高震動器的效率。

圖1所表示的其餘三個方案相當於震動撞擊機械的工作，方案 θ 與方案 α 的區別在於前者的震動器是自由地安裝在下沉構件上。同時震動器發生上下「跳躍」，因而它和高頻率鎚的作用一樣。當震動器的參變數選用得正確時，其撞擊是如此的有力，以致構件將以某一速度下沉。顯然，這個有撞擊作用的方案的使用將決定於震動器的堅固程度，因為撞擊是由震動器來進行的。

C.A. 查普林提出的方案 e 的特點在於這個方案的震動器是通過彈簧而固定在樁帽上。當震動器的參變數選擇得適當時，震動器就急速密集地撞擊樁帽上的撞墊，而樁帽是固定在下沉構件上。此外，彈簧的反力也作用於下沉構件上，同樣引起構件的強迫振動。這個方案可以同時產生震動和撞擊。

C.A. 查普林等所進行的試驗指出[19]，這個方案毫無疑問將會獲得實際上的應用，尤其是在下沉構件時，必需克服正面的阻力。

但是這個方案的缺點同方案 ϵ 一樣，撞擊是由震動器來進行的，也就是由剛性地聯接在震動器上的馬達來進行。

為了消除大部分撞擊作用對震動器的影響，可以按照方案 ω 合理地設計震動撞擊機械的結構，這個方案與C.A. 查普林所提出的方案的區別在於撞擊不是由震動器而是特別的沖擊塊來進行，而沖擊塊的振動是由震動器所引起的。

在繼續發展和改善震動方法方面，最近將來的任務是要繼續研究各種方案並且確定其在某種實際條件下的合理應用的範圍。

(本文譯自“土壤動力學”，第4~10頁，Д. Д. БАРКАН 著，國家建築出版社，1955年莫斯科俄文版)

二、震动沉樁机的計算

技术科学碩士 О.Я.舍赫傑尔

最近發表了許多有关各种不同的構件（樁、板樁、管）利用震动方法在土中下沉的理論的著作。在这些著作里，關於土壤与下沉構件之間的相互作用採用了下面一些極其簡單的假定：即摩擦力 Q 作用於構件的側表面，而作用於其端点的正面阻力 R 当端点压在土壤上时保持不变。

实际上我們很感兴趣的是要确定下沉速度与震动器参变数（振动頻率、偏心矩、震动的靜压力及其重量）之間的关系。但是在已有的著作中，對於這個問題的解答是如此复杂，即在已知震动器参变数和土壤条件的情况下，下沉速度要利用超越方程式組来决定，要解上面的方程式組就必需要知道扰动力的初相，假如相选用得不正确的話，那么方程式組就需要反复計算直到相正确为止，因之实际上要直接决定这个关系是不可能的。

在某些情况下，如果忽略土壤的彈性，尤其在沒有摩擦力或者沒有正面阻力以及連續地运动时，則其解答大大的簡化。然而甚至在这种情况下，要直接决定下沉速度与震动器参变数之間的关系也十分困难。因此根据文献的結果繪制曲綫，借助於这些曲綫就容易表示出下沉速度与震动器参变数和土壤种类之間的关系。

採用符号如下：

S ——震动器和下沉体的自重；

P ——無慣性的靜荷重加自重；

$Q_0 e$ ——震动器的偏心矩；

ω ——震動器
的圓頻率;

g ——重力加
速度;

$$\tau = \frac{R}{P};$$

$$q = \frac{Q}{P}; \quad \lambda =$$

$$\frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{ky}{S}}, \quad f =$$

$$\frac{Q_0 \varepsilon \omega^2}{gP};$$

k ——土壤的
彈性系数;

x ——震動器和
下沉構件的絕
對位移:

$$\bar{x} = \frac{xS}{Q_0 \varepsilon}.$$

當絕對非彈性
土壤時, 也就是下
沉構件在所有時間
都對土壤滑移時,
構件上升位移
($-x_1$) 和下沉位
移(x_3) 的曲線表
示在圖1 和圖2
上。

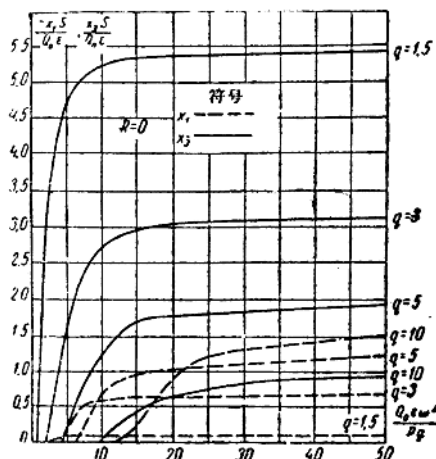


圖 1

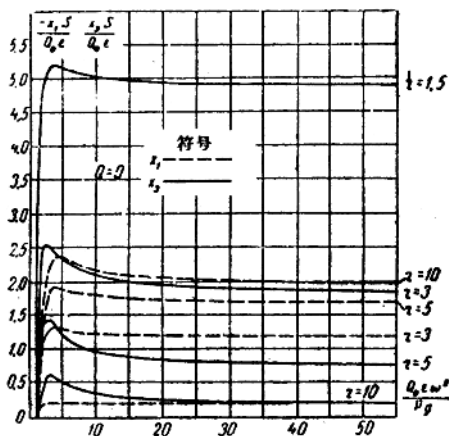


圖 2

根据这些曲线绘制下沉速度 ($v = \frac{c \omega z}{2\pi}$) 与偏心矩、圆频率和静压力之间的关系曲线, 这些曲线绘制在图 3、4 和 5 上*。在利用它们时, 基本单位应取公斤、公分和秒。

分析图 3 中的曲线指出: 在沒有摩擦力 ($q = 0$) 时, 下沉的速度曲线可以分为三个区間: 第一区間也就是当频率很小时, 下沉速度随着频率的增加而迅速增大; 到了第二区間, 下沉速度便按綫性理論增大 (正面阻力愈大, 則增加得愈緩; 当正面阻力十分大时, $r = 10$, 在此区間的下沉速度成为常数); 最后当频率較大时 (第三区間), 下沉速度也随频率按綫性理論增長, 但較第二区間稍为快些。

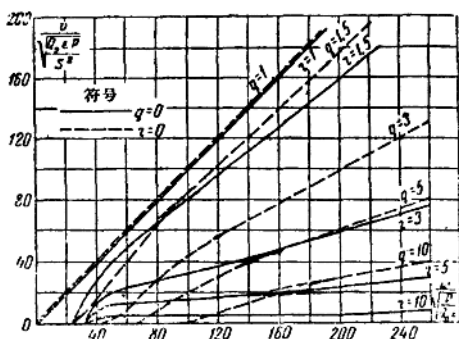


圖3. 構件的下沉速度与震動器偏心輪的圓頻率之間的关系曲线。

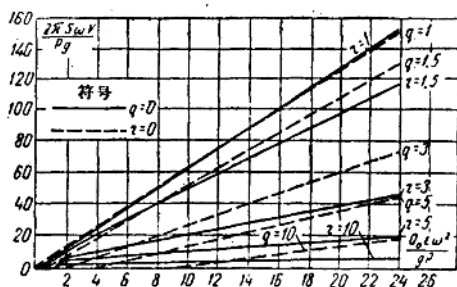


圖4. 構件的下沉速度与偏心矩之間的关系曲线。

H. A. 普列奧布拉仁斯卡婭的實驗証实在較大的正

* 作圖 3、4 和 5 时, 震動器在一切工作情况下, 都採用 $Q = \text{常数}$ 和 $R = \text{常数}$ 。实际上当震動器加速度大於 1.5 重力加速度时, 这些量大約是常数。

面阻力时，在频率变化的很大范围内，下沉速度与频率无关。

当板桩在没有正面阻力或者正面阻力很小的情况下下沉时，下沉速度在很大程度上取决于频率：也就是在频率较大时，速度的变化减小。这与实验资料相符合。

研究图4指出，在只有正面阻力或者只有摩擦力时，下沉速度基本上是与确定振幅的偏心矩成直线关系。这也与实验资料相符合。

最后研究图5的曲线指出：下沉速度在很大程度上随着静压力（包括自重）的增加而增加。

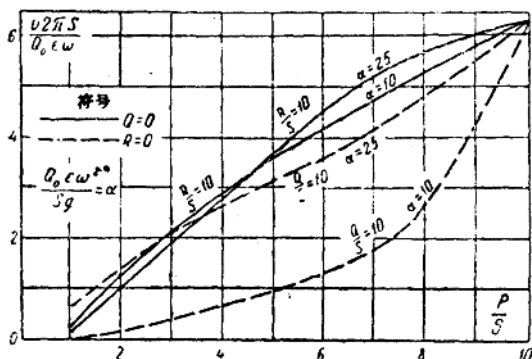


图5. 桩件的下沉速度与静压力之间的关系曲线（ N = 常数）。

不难得到在利用震动方法下沉时，所耗功率的表达式。当 $r=0$ 时为：

$$W = \frac{Q_0 \epsilon P \omega}{2\pi S} [2q \bar{x}_1 + (1-q) \bar{x}_2]。$$

当 $q=0$ 时 $W = p (1-r) v$,

也就是说当 $q=0$ 时，下沉所消耗的功率与下沉速度成正比（当 p 和 r 是常数时）。

图6和图7是在 $q=0$ 和 $r=3$ 的特殊情况下的曲线，它们与图3和图4的曲线相似，然而却考虑了土壤的弹性。

在計算繪制這些曲綫所必需點的坐標時，利用了所敘述的初始條件方法。

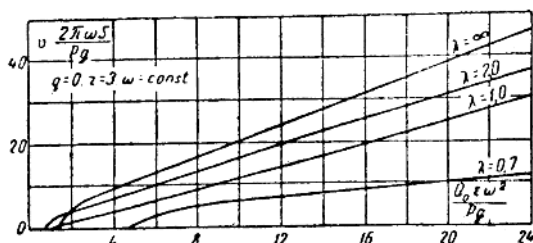


圖6. 構件的下沉速度與偏心矩之間的关系曲綫 $q=0, r=3, \omega=\text{常數}$ 。

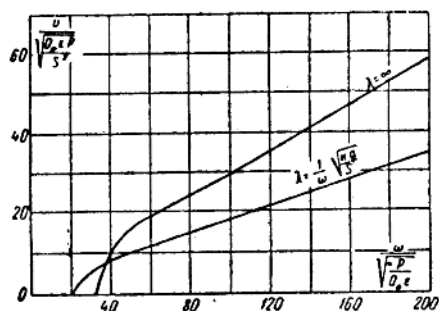


圖7. 在 $q=0, r=3, Q_0 \varepsilon = \text{常數}$ 時，構件的下沉速度與圓頻率之間的关系曲綫

$$\sqrt{\frac{kg}{S}} \sqrt{\frac{Q_0 \varepsilon}{P}} = 70.$$

在表1和表2內列出了構件上升位移 (x_1) 和下沉位移 (x_3) 的数值，利用这些数值能繪制圖6和圖7的曲綫。此外在这些表中还列出了扰动力相角 α_0 的始值。这些数值作計算其他參变数的曲綫时的参考。

圖6和圖7的曲綫指出，土壤的彈性越大(也就是 λ 愈大)，

当 $q=0$, $\tau=3$, ω =常数时 $\bar{x}_1$ 和 $\bar{x}_3$ 的数值

表 1

f	λ	α_0	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_3$
4.9	0.7	4.71	-2.52	0.23
10.0	0.7	4.75	-1.97	0.71
20.0	0.7	4.82	-1.67	1.01
40.0	0.7	4.87	-1.51	1.21
80.0	0.7	4.89	-1.46	1.24
1.0	1.0	4.68	-5.01	0.12
1.5	1.0	4.68	-3.84	0.46
3.0	1.0	4.66	-2.61	0.82
4.9	1.0	4.71	-2.09	0.99
10.0	1.0	4.79	-1.72	1.20
20.0	1.0	4.84	-1.54	1.28
40.0	1.0	4.90	-1.40	1.42
80.0	1.0	4.91	-1.37	1.41
1.0	2.0	3.97	-3.08	2.45
1.5	2.0	4.27	-2.57	2.20
3.0	2.0	4.60	-2.01	1.86
4.9	2.0	4.69	-1.71	1.75
10.0	2.0	4.82	-1.47	1.68
20.0	2.0	4.88	-1.39	1.58
40.0	2.0	4.92	-1.34	1.56
80.0	2.0	4.94	-1.31	1.56
1.0	∞		无运	动
1.75	∞	3.75	-0.92	2.34
3.0	∞	4.41	-1.29	2.53
5.0	∞	4.66	-1.30	2.32
10.0	∞	4.83	-1.24	2.08
20.0	∞	4.92	-1.22	1.94
50.0	∞	4.97	-1.20	1.85
100.0	∞	4.98	-1.20	1.82

当土壤系绝对非弹性时, $\lambda=\infty$ 符合以前所研究的情况

当 $q=0$, $\tau=3$ 时 $\bar{x}_1$ 和 $\bar{x}_3$ 的数值

表 2

f	$\lambda = \frac{70}{\sqrt{fg}}$	$\omega \sqrt{\frac{q_0 e}{P}}$	α_0	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_3$
1.0	2.21	31.6	3.87	-2.82	1.52
1.5	1.81	38.7	4.31	-2.72	1.46
3.0	1.28	54.7	4.61	-2.35	1.32
4.9	1.00	70.0	4.71	-2.09	1.24
10.0	0.70	100.0	4.75	-1.97	1.12
20.0	0.50	141.4	4.78	-1.84	1.11
40.0	0.35	200.0	4.79	-1.78	1.11
80.0	0.25	282.8	4.80	-1.75	1.11