

849188

3194

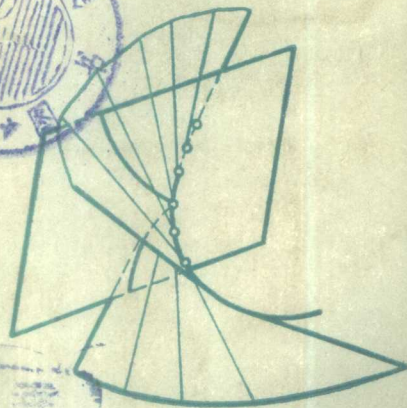
8818



高等教育基础课教材

画法几何学

简召全 陈英梁 齐信民 编



北京工业学院出版社

高等教育基础课教材

画法几何学

(机械类各专业用)

简召全 陈英梁 齐信民 编

北京工业学院出版社

内 容 简 介

本书为高等教育基础课教材。全书共十章，包括绪论、正投影图基础、点、直线、平面、直线与平面的相对位置、投影变换、曲线与曲面、立体的投影、曲面立体的相交、轴测投影。为便于学习还有关于几何学知识的附录。本书即保持了学科本身体系的完整与严谨，又满足了教学论的要求；即重视系统知识的学习，又加强了分析问题和解决问题能力的培养。

本书是根据工科画法几何及工程制图课程指导委员会提出的教学基本要求编写的，除供高等工科院校机械类专业使用外，还可用作自学或函授、电大、职大的教材。

画 法 几 何 学

(机械类各专业用)

简召全 陈英梁 齐信民 编

北京工业学院出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

一二〇二印刷厂印刷

787×1092毫米 16开本 12.75印张 312千字

1987年12月第一版 1987年12月第一次印刷

ISBN 7-81013-042-0/TH·9

印数：1—5,000册

定价：1.90元

前 言

这套教材是根据高等工业学校函授大学教学大纲和自学考试大纲编写的机械类专业用基础课教材。它的出版为高等函授学生和参加自学考试的自学者做了一件极有意义的好事。

党的十一届三中全会以来，随着我国四个现代化建设事业的发展，出现了全社会努力学习科学文化的可喜形势。成千上万的自学者在缺少面授条件的困难条件下，为四化事业而勤奋地刻苦学习。但是，由于缺乏合适的教材，给他们的学习造成不少困难。他们迫切需要能反映成人教育特点，极便于自学的书。

现在推荐给读者的这套教材，就是北京工业学院一批热心成人教育的同志奉献给广大自学者的礼物。全书包括高等数学、工程数学、普通物理、英语、机械制图、理论力学、材料力学、机械原理、机械零件、电工电子学等。本书不仅适用于函授学生和参加自学考试的人员，也可作为电大、夜大、职工大学、甚至普通高等学校学生的参考资料。

参加编写的同志把自己多年积累的丰富的教学经验和心得编入书中，力求按照自学者学习特点和规律进行编写，使本书具有鲜明的特色。全书内容取材适当，重视基本概念和基本理论，并保证一定的高度和深度；为了便于自学，书中叙述详尽细致，讲解深入透澈；书中编有具体的自学指导，针对性强，编排合理，指导及时，便于读者参阅使用；全书力求文字简洁、通俗易懂，生动活泼，引人入胜。

希望这套书能够有效地帮助读者顺利学习，迅速自学成材，这是编者们的最大心愿。

孙 树 本

一九八五年二月于北京工业学院

序

本教材在总结教学经验的基础上，根据工科画法几何及工程制图课程教学指导委员会提出的教学基本要求（120—150学时）编写的。本教材有以下特点。

一、从学科体系出发，结合教学论要求，建立严谨的课程体系。画法几何学是以综合法为基础建立的学科，具有完整的理论体系，其内在的逻辑和结构都比较完善。另一方面，用空间与平面结合的方法去培养空间思维能力又是教学论中的一个显著特点，培养空间想象力作为学习画法几何学的任务贯穿在整个教学过程之中。因此，空间逻辑思维能力和空间想象能力都是不可缺少的。本教材的第一章、第五章第三节、第八章以及许多例题，都是为了使两种能力的培养相辅相成而编入的。

二、理论与实际相联系。本教材除保持严谨的理论性外，还比较重视实践，除有大量的例题外还编有练习及作业。解题都有明确的要求，并且按照一定的程序进行。使得学习系统知识和培养分析问题解决问题的能力结合起来。为了便于学习，还将常用的几何学的知识编入附录。

三、启发式。教材的组织，由浅入深，循序渐进。章前指导指出了各章的重点、难点及学习上应注意的问题。在教材及习题集中都注意启发同学思考问题。各章后均附有小结，在小结中对概念之间，解题方法之间的相互联系均作出了简要的说明，其目的还是为了启发同学进一步思考以培养自学能力。

与本教材配套使用的有“画法几何习题集”。若考虑到有些学校将“画法几何”及“机械制图”在教学计划中作为一门课设置，还应选用我们编写的“机械制图”及“习题集”。上述教材和已出版的非机械类用的《画法几何及机械制图》的编写大纲是由一个教材编写组审定的。本组成员有简召全、张洪鏊、丁泉初、王锦章、陈英梁、陈笑琴。本书由简召全、陈英梁、齐信民编写，由叶玉驹审阅。

编 者

1987.1

绪 论

一、学科的研究对象

画法几何是研究投射理论和方法，并用以解决空间几何问题的学科。包括图示法和图解法两部分内容。

图示法是研究用投射法，将空间的三维形体表达在二维的面（如平面、球面等）上，建立起三维形体与相应的二维图形的一一对应关系，并使三维形体中各元素（如点、直线、平面）间的位置关系、数量关系能在二维图形上准确地表达出来。且能根据二维的投影图形想象出，并确定所表达的三维形体。

图解法是研究如何在平面上，用几何作图的方法解决空间几何问题的原理和方法。

二、课程的目的和任务

画法几何课程的目的和任务是：

- （1）研究平行投射（主要是正投射）的基本理论；
- （2）培养对空间几何问题的图解能力；
- （3）培养空间想象能力和空间分析能力。

画法几何是一门技术基础课。学习画法几何为学习后继课打下了必要的基础（图示、图解、空间想象力等方面）。特别是画法几何为机械制图中用图形表达机件提供了基本原理和方法。

三、学习方法

（1）画法几何中运用投射法，由点到线、面、体的论述，系统性较强。特别是一个综合性的问题，往往包含几个基本概念和作图，基本问题没有搞清楚就不可能解综合性问题。因此，要一步一个脚印地学好每一章节的内容。

（2）画法几何运用投射法，建立了空间形体和投影图形的对应关系。由空间到平面，又由平面到空间的反复思维，是学习画法几何的一大特点。初学时，往往会感到比较抽象，这时可借助于模型，以增加感性认识，但不应长期依赖于模型，否则反而不利于从感性认识到理性认识的发展。

（3）画法几何又是实践性较强的学科，要掌握它，除听课、看书外，必须通过大量的练习，完成与教材配套的一整套作业。因此，必需认真完成作业，并以作业质量来检查自己的学习效果。

目 录

绪 论

第一章 正投影图基础

章前指导	(1)
§ 1-1 投射法	(1)
§ 1-2 平行投射的基本性质	(2)
练 习	(4)
§ 1-3 工程上常用的几种投影图	(5)
§ 1-4 正投影图和视图	(7)
练 习	(11)
§ 1-5 基本立体的三视图	(12)
练 习	(13)
本章小结	(13)

第二章 点

章前指导	(15)
§ 2-1 点的三个投影	(15)
练 习	(16)
§ 2-2 点的投影与坐标	(17)
练 习	(18)
§ 2-3 两点的相对位置和重影点	(18)
练 习	(20)
§ 2-4 各种位置的点	(20)
练 习	(21)
本章小结	(22)

第三章 直线

章前指导	(23)
§ 3-1 直线的投影	(23)
§ 3-2 各种位置直线	(24)
练 习	(27)
§ 3-3 求线段的实长和倾角	(28)
练 习	(30)
§ 3-4 直线上的点	(30)
练 习	(33)
§ 3-5 两直线的相对位置	(34)
练 习	(36)

§ 3-6 直角的投影	(36)
练 习	(38)
本章小结	(39)

第四章 平面

章前指导	(40)
§ 4-1 平面的表示法	(40)
练 习	(42)
§ 4-2 各种位置平面	(42)
练 习	(46)
§ 4-3 平面上的点和直线	(47)
练 习	(50)
§ 4-4 平面上的特殊位置直线	(51)
练 习	(52)
本章小结	(53)

第五章 直线、平面的相对位置

章前指导	(54)
§ 5-1 平行关系	(54)
练 习	(56)
§ 5-2 相交关系	(57)
练 习	(63)
§ 5-3 平面立体的截交线、贯穿点和相贯线	(64)
练 习	(67)
§ 5-4 垂直关系	(68)
练 习	(71)
§ 5-5 综合举例	(72)
本章小结	(75)

第六章 投影变换

章前指导	(77)
§ 6-1 概述	(77)
§ 6-2 换面法	(78)
练 习	(85)
§ 6-3 换面法的应用	(87)
练 习	(93)
§ 6-4 旋转法	(93)
练 习	(99)
本章小结	(100)

第七章 曲线与曲面

章前指导	(101)
§ 7-1 曲线概述	(101)

§ 7-2 常见曲线的投影	(103)
练习	(108)
§ 7-3 曲面概述	(109)
§ 7-4 直线面	(112)
§ 7-5 回转曲面	(115)
练习	(117)
本章小结	(118)
第八章 立体的投影	
章前指导	(119)
§ 8-1 平面立体	(119)
练习	(123)
§ 8-2 曲面立体	(123)
练习	(130)
本章小结	(130)
第九章 曲面立体的相交	
章前指导	(132)
§ 9-1 曲面立体的截交线	(132)
练习	(141)
§ 9-2 曲面立体的贯穿点	(142)
练习	(145)
§ 9-3 曲面立体的相贯线	(145)
本章小结	(157)
第十章 轴测投影	
章前指导	(160)
§ 10-1 基本概念	(161)
§ 10-2 正轴测投影的变形系数和轴间角	(164)
§ 10-3 平面立体的正轴测投影图	(165)
§ 10-4 曲面立体的正轴测投影图	(168)
§ 10-5 斜轴测投影	(176)
§ 10-6 轴测投影图中的剖视画法	(181)
练习	(184)
本章小结	(185)
附录	(186)
一、常用的立体几何定理	(186)
二、常见的空间轨迹	(190)

第一章 正投影图基础

章 前 指 导

本章介绍投射法，平行投射的基本性质、工程上常用的几种投影图、正投影图和视图以及基本立体的三视图等内容。

投射法是画法几何的基础。在画法几何及机械制图中，采用正投影图、视图在平面上表达空间形体。因此，本章的内容，特别是“平行投射的基本性质”和“正投影图和视图”两节是学习本课程的基础，是重点。

要求熟练掌握平行投射的基本性质。对于正投影图和视图，要求在理解其形成的基础上，牢记三视图的位置关系和度量关系。通过练习初步掌握简单立体三视图的画法和读图方法。

初学时往往感到画图、读图有困难，空间想象力弱，这时可以借助于模型来解决。例如可以用铅笔比作直线，用硬纸板比作平面，用橡皮泥捏出或用萝卜等切出立体形状；还可以用硬纸板做成活动的三投影面体系，将形体放在其中进行观察、想象。随着想象力的不断提高，应逐步减少直至取消这些辅助方法。

学时分配建议

自 学 内 容	时 间	作 业	时 间
绪 论 § 1-1 投射法 § 1-2 平行投影的基本性质	2		
§ 1-3 工程上常用的几种投影图 § 1-4 正投影图和视图 § 1-5 基本立体的三视图	2	1-1~1-3	4

§ 1-1 投射法

物体在光线的照射下就会在面上产生影子，这是自然界客观存在的现象，将这种现象作几何的抽象，就得到几何学中的投射法。投射法通常分中心投射法和平行投射法两大类。

一、中心投射法

将图1-1的投射现象作几何抽象，如图1-2所示，光源用点(S)表示，称为投射中心；光线用直线(如SA等)表示，称为投射线，每条投射线均由投射中心发出；两投射线所确

定的平面（如 SAB 等）称为投射面；得到投影的平面（ H ）称为投影面。自投射中心 S 过空间一点 A 作投射线 SA ，与投影面 H 交于点 a ，则点 a 即为点 A 的中心投影。不难看出，直线 ab 为直线 AB 的中心投影， $\triangle abc$ 为 $\triangle ABC$ 的中心投影。

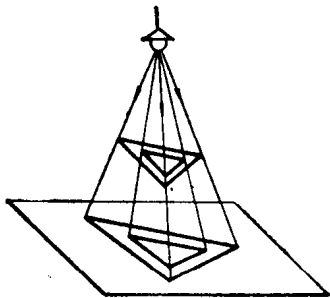


图 1-1

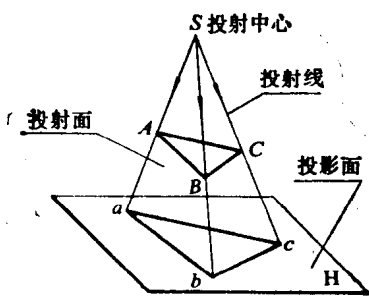


图 1-2

直线与平面相交有唯一的交点，所以，由上述的投射过程可见，空间一个点，自确定的投射中心进行投射，在投影面上有唯一的一个投影（如 $SA \cap H = a$ ）。

二、平行投射法

如果把中心投射中的投射中心移至无穷远，则各投射线就相互平行，这样投射得到的投影，称为平行投影。平行投射可以看作是中心投射的一种特殊情况。如图1-3所示， S 表示投射方向， H 为投影面，过点 A 作平行于 S 的投射线，则投射线与 H 面的交点 a ，即为点 A 的平行投影。 $\triangle abc$ 为 $\triangle ABC$ 的平行投影。

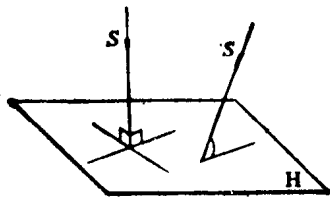


图 1-3

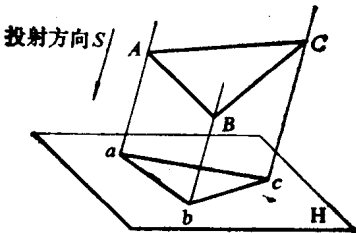


图 1-4

显然，在确定的投射方向下，空间的一个点在投影面上的平行投影也是唯一确定的。根据投射方向（ S ）与投影面（ H ）的倾角不同如图1-4所示，平行投射法又可分为

- （1）直角投射法——投射方向垂直于投影面。
- （2）斜角投射法——投射方向倾斜于投影面。

在本书中主要应用平行直角投射法。

§ 1-2 平行投射的基本性质

平行投射有如下基本性质：

- （1）直线的投影一般还是直线。如图1-5所示，以 S 为平行投射方向， H 为投影面，作直

线 AB 的投影, 则过 AB 直线上每一点的投射线组成一投射平面 P , P 面与 H 面的交线 ab , 即为直线 AB 的投影。因此, 一般情况下, 直线的投影还是直线。直线上任意两点的投影连线就可确定该直线的投影。

(2) 点在直线上, 则该点的投影一定在直线的投影上, 即点对直线的从属性在平行投射中具有不变性。如图1-6所示, $C \in AB$, 则 $c \in ab$ 。

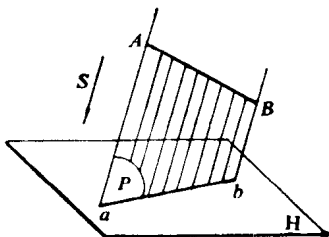


图 1-5

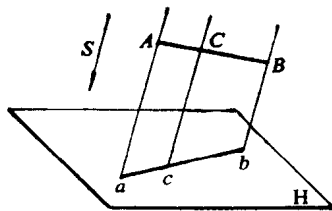


图 1-6

(3) 直线上的点分线段之比, 投射后保持不变。如图1-6所示, $\frac{AC}{CB} = \frac{ac}{cb}$

(4) 直线段的投影长与原长之比, 称为变形系数 K 。如图1-7所示, 线段对投影面 H 的倾角为 α 时, 则 $\frac{ab}{AB} = K = \cos \alpha$ 。

直角投射的情况如图1-7所示:

- 1) 当直线段对投影面倾斜时 (如 AB), $K < 1$, 线段投影长度要缩短;
- 2) 当直线段平行于投影面时 (如 CD), $K = 1$, 线段投影反映实长;
- 3) 当直线段与投射方向 S 平行时 (此时直线垂直于投影面) (如 EF), $K = 0$, 线段的投影为一点。这时直线投影有积聚性, 即直线上所有的点, 其投影都积聚于一点。

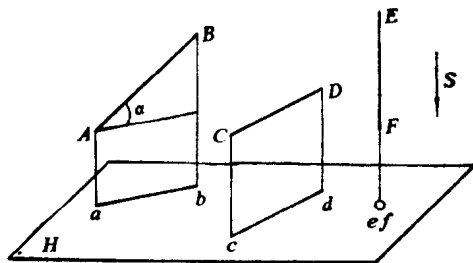


图 1-7

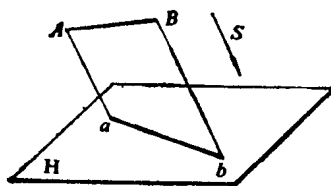


图 1-8

在斜角投射的情况下, 变形系数除与直角投射相似有 $K \leq 1$, $K = 0$ 以外, 尚有 $K > 1$ 的情况, 如图1-8所示。

(5) 平行两直线的投影仍平行。如图1-9所示, $AB \parallel CD$, 因为投射平面 $ABba \parallel CDdc$, 所以 $ab \parallel cd$ 。

不难证明, 平行两线段之比等于其投影之比, 即 $AB \parallel CD$, 则 $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$ 。

(6) 平面形的投影,可由投射其轮廓线得到。一般情况下,平面形的投影形状与原形相比都要发生变化,但投影形状总与原形相仿。如图1-10所示, $\triangle abc \approx \triangle ABC$,八边形 $abcdefgh \approx ABCDEFGH$,但三角形的投影仍为三角形,八边形在投影后其边数不变,而且凸形的投影仍为凸形。

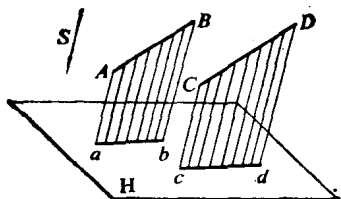


图 1-9

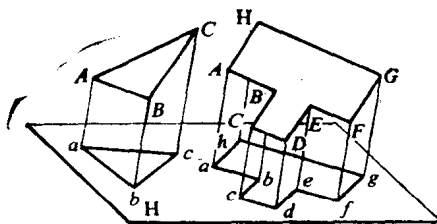


图 1-10

在特殊情况下,当平面形平行于投影面时,其投影反映实形如图1-11所示;而当平面形平行于投射方向时,其投影为直线如图1-12所示。平面投影为直线的这种性质称为积聚性,即平面上所有的点、线等的投影均积聚在一条直线上。

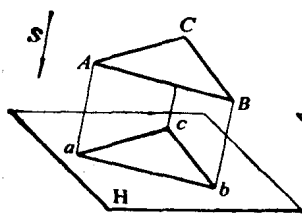


图 1-11

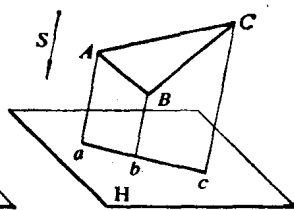


图 1-12

练习

一、是非题

1. 一直线段的直角投影长度可小于、等于、大于该线段的实长(是、否)。
2. 若一平面图形平行于投影面,则此平面图形在该投影面上的直角投影和斜角投影都反映平面图形的实形(是、否)。
3. 一点的投影在一直线的投影上,在空间则该点一定在直线上(是、否)。
4. 在平行投射中,直线平行于投射方向,则其投影为一点(是、否)。

二、作图题

1. 如图 1-13 所示, $AB \parallel CD$, 试完成其平行投影。

所示,再按一定规律,将这些投影面展开在一平面上,便得到正投影图,如图1-17(b)所示。它是一种多面投影图,根据正投影图,很容易确定物体的形状和大小(这一点是很重要的),其缺点是直观性较差,但经过一定训练以后就能看懂,所以工程上用得最广,也是今后学习的重点。

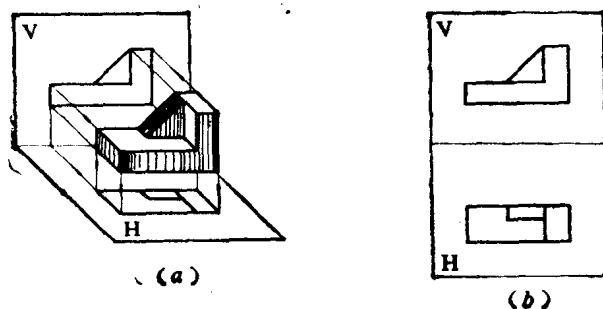


图 1-17

二、轴测投影图

利用平行投射法,将物体连同确定它的坐标系一起投射到一个投影面上,便得到轴测投影图,如图1-18所示,俗称立体图。它是一种单面投影图。这种图立体感较强,容易看懂,但画起来较麻烦,并且对复杂机件也难以表示清楚,所以在工程上只作为辅助性的图来运用。

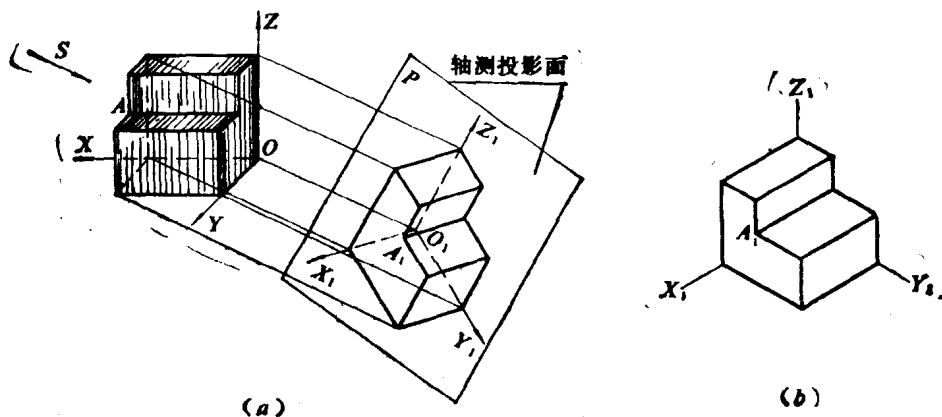


图 1-18

三、标高投影图

标高投影图,如图1-19所示,是利用平行直角投射法,将物体投射到一个水平投影面上得到的投影图。这也是一种单面投影图。为了解决物体高度方向的度量问题,在投影图上画出一系列的等高线,在等高线上标出高度尺寸(标高)。这种图在地图以及土建工程图中表示地形或土工结构。

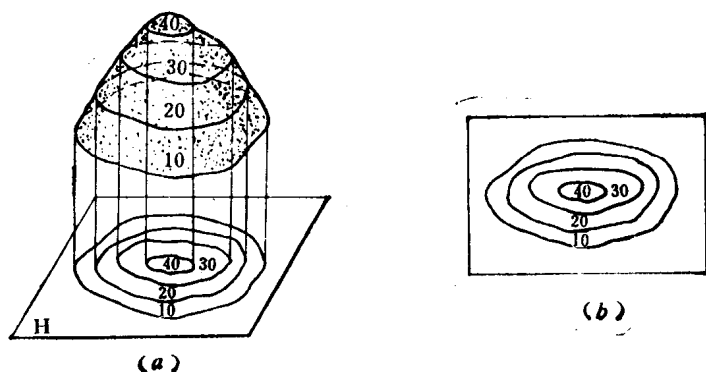


图 1-19

四、透视投影图

透视投影图如图1-20所示，是采用中心投射法绘制的单面投影图。这种图与用眼睛看到的形象一样，所以看起来比较自然，尤其是表示庞大的物体时更为优越。但是由于不能很明显地把真实形状和度量关系表示出来，同时由于作图较复杂，所以目前主要是在建筑工程上作辅助性的图使用。

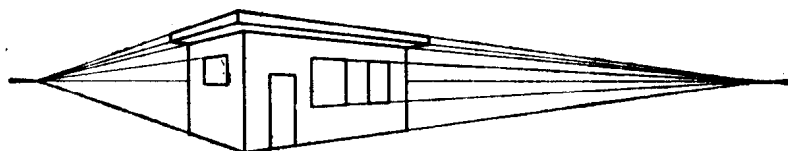


图 1-20

§ 1-4 正投影图和视图

一、正投影图

如图1-21所示，采用三个互相垂直的投影面，建立三面体系，其中正面投影面（简称正面）用 V 标记；水平投影面（简称水平面）用 H 标记；侧面投影面（简称侧面）用 W 标记。两投影面的交线叫投影轴，其中 V 与 H 的交线叫做 X 轴； H 与 W 的交线叫做 Y 轴； W 与 V 的交线叫做 Z 轴。不难看出 X 、 Y 、 Z 三轴也互相垂直，且交于一点，其交点用 O 标记。

图1-22表示将物体放在三投影面体系中，采用平行直角投射法，分别向三投影面投射的情况。其中在 V 面上的投影称为正面投影，在 H 面上的投影称为水平投

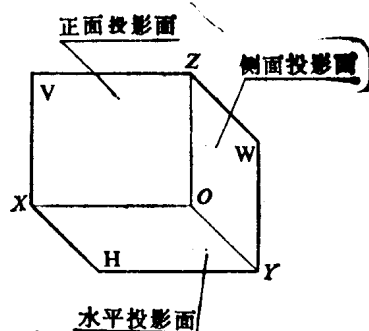
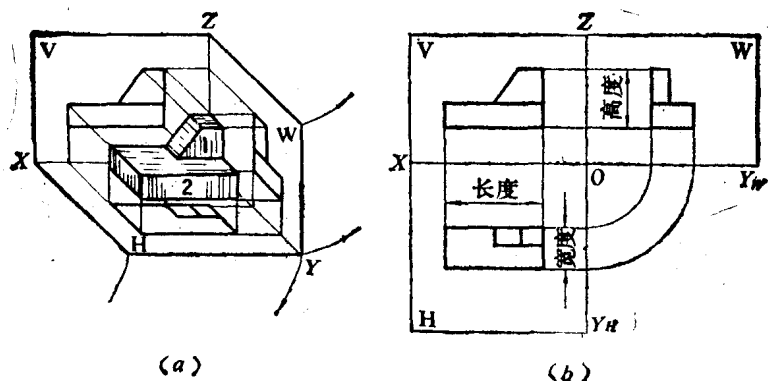


图 1-21

影，在 W 面上的投影称为侧面投影。



(a) 投影情况，(b) 展开投影面，(c) 去掉投影面边框，(d) 取消投影轴。

图 1-22

由于物体是由一些表面围成的，所以作物体的投影时，主要是作出组成物体的各表面的投影。对于表面主要是平面的物体，画图时应尽可能使物体的主要表面平行于投影面，其它表面垂直于投影面（如图a，物体的表面1、2和背面平行于 V 面，其它表面都与 V 面垂直），这样能使一些表面的投影反映实形，而另一些表面的投影为直线（有积聚性），有助于读图和画图。

为了得到物体的正投影图，需将三投影面展开成一平面。展开的规定如下（图a）：

- (1) V 面不动；
- (2) H 面绕 X 轴向下旋转 90° ；
- (3) W 面绕 Z 轴向后（如箭头所示）旋转 90° 。

在展开时， Y 轴被拆为两半—— Y_H 和 Y_W 。图（b）为展开后得到的正投影图。通常投影图中不必画出投影面的边框，如图（c）所示。

二、三视图及三视图关系

1. 三视图

因为物体的正投影图可以想象为人正对着物体所看到的图形，所以《机械制图》国家标