

土木系

同濟高工技術叢書

應用力學

(靜力學)

江可宗 編著

金傳文 校閱

大東書局出版

一九五二年八月再版

同濟高工
技術叢書

應用力學——靜力學

定價人民幣：12,500元

版權所有
不准翻印

主編者 同濟高工技術叢書
編審委員會

編著者 江可宗

校閱者 余傳文

出版發行者 大東書局

上海福州路 310 號

印刷者 導文印刷所

上海威海衛路357弄



書號：5050(3001—5000)

同濟高工技術叢書序言

同濟高工從一九三三年設立到現在，已有十七年了。在這段時間內，我們深感到缺乏教科書和參考書的痛苦；爲着校內教學的需要，曾化去許多精力和時間編印講義、繪製藍圖來維持教學。目前，國家建設正趨高潮，要迎接這高潮，勢必先鞏固技術教育的基礎。我們願意在這方面貢獻一部份力量，因此將我們的講義整理出來，陸續出版，作爲訓練中級技術幹部的教材，並供給技術工人自修參考之用。

我們深知這部叢書不一定盡善盡美，但今天的問題不是“求精”而是“沒有”和“嫌少”的問題；只有普遍起來以後，才能進一步要求提高。因此這些書的出版，只不過作爲“拋磚引玉”，希望以後有更多、更好的書出版。

十七年來，我們如果在中級技術幹部的訓練中，曾有一點貢獻的話，也是非常微小的，因爲在舊統治者摧殘教育的政策下，絕難期望有好的果實；而且，我們的工作是孤單的，缺少與工業界密切的聯系，所以這些書只可說是我們過去工作中的一點收穫，缺點一定難免。但是我們相信：在新民主主義的道路上，在理論與實踐密切的結合裏，在與技術教育工作者的經驗交流下，我們一定盡全力，在技術教育工作中求改造，求進步。

因此，我們絕不自滿，除了經常研究，討論改進外，渴望工程界和技術教育工作者儘量給我們寶貴的批評。

同濟高工技術叢書編審委員會

一九五〇年九月

編者的話

一、編寫本書除準備給中等工業技術學校或工業技術短期訓練班用作教材外，還企圖作為一種自修參考書提供給非工業學校出身的技術幹部。他們多半沒有學過力學，或者雖學過而學得不完全，以致工作中積累下來的經驗組織不起來；也就是說，他們不會分析經驗，從而不能提高經驗。另一方面，因為力學問題幾乎是貫穿在一切工程理論中，他們既缺乏系統性的力學知識，於是閱讀技術書籍時就必然要發生不能透澈理解的困難，所以幫助他們自修力學是十分必要的。由於這樣一個企圖，本書在說明各種力學基本概念時乃特別注意到自修者可能發生的疑問。對於在校學生而言，這些問題的說明可能是多餘的。

二、這本書原是同濟高工的講義，材料主要摘自以下各書：

Timoschenko: The Engineering Mechanics.

Brown: Engineering Mechanics.

Seely & Ensign: Analytical Mechanics for Engineers.

Wittenbauer: Aufgaben aus der Technischen Mechanik.

因為這些參考書都是大學用書，選定的材料大多數無法直接引用。所以本書內容在敘述方法上，在編寫意圖上又可能和原來來源完全不同。

三、本書內容只包括剛體力學的靜力學部份。動力學部份因土木科學生可以不修，所以另由拙編動力學討論。

本書內容分七章：第一章是全書基礎，概括說明力學的基本觀念及靜力學的基本原理，反對否認力客觀存在的唯心論說法。

第二章到第四章是靜力學理論的骨架。書中把平面力系分作共點力系、平行力系及一般力系三階段來討論。對於初學者來說，這前面四章最需要仔細研究。這四章如果不能透澈了解，就很難把握住靜力學的脈絡，因而容易迷茫於片段的力學知識中。

第五章說明一些分佈力的性質。第六章討論體現在實際工程問題中的力學關係；也就是如何運用力學知識來解決具體問題的舉例。

第七章介紹虛位移原理。這一原理就發展過程而論是不屬於以前各章的理論系統的。不過用處很多，因此，不能不討論。

本書習題大致分三類：一類是思考複習問題，目的在指引學習正文的方向和檢驗複習的成效。另一類是計算題；題目一般都比较難。難的地方在於要學者自己去確立題中的力學關係，目的是要求學生多作思考，不要誤以為計算題的重心就是計算。為便利自修者起見，這類題目在書後有答案可供核對。第三類是圖解題。學校學生對於圖解題應該用正式圖畫紙按比例繪圖。圖的要求是(1)正確(2)精確(3)清潔(4)美觀。

四、本書所有計算都應用初等數學；即使比較複雜的力學問題，例如繩索摩阻力等，也不例外。這是一種新的嘗試，希望能夠滿足一部份未學習過高等數學的讀者的要求。

五、本書承余傳文先生詳細校閱并提供寶貴意見，又承潘海林先生繪製底圖，茅彙征先生整理原稿，編者謹致謝意。

六、本書錯誤的地方一定還不少，希望讀者多多指正。

江可宗 一九五一年八月上海。

目 錄

第一章 通 論	1—13
(1.1) 定義	1
(1.2) 力的三要素	4
(1.3) 力的平行四邊形原理	5
(1.4) 力的傳導性	9
(1.5) 作用力及反作用力	10
第二章 共點力系	14—47
(2.1) 力系的合成和單力的分解	14
(2.2) 力系的平衡	19
(2.3) 懸索	27
(2.4) 摩阻力	30
(2.5) 投影法	35
(2.6) 力矩及力矩定理	40
(2.7) 力矩法	44
第三章 平行力系	48—80
(3.1) 同方向平行力系	48
(3.2) 相反方向的兩個不等平行力	52
(3.3) 力偶	54
(3.4) 一般的平行力系	60
(3.5) 平行力中心	65
(3.6) 重心及形心	68

(3.7) 旋轉體定律·····	73
(3.8) 平面組合圖形的形心·····	76
第四章 一般的平行力系·····	81—96
(4.1) 平面力系的合成·····	81
(4.2) 投影法及力矩法·····	82
(4.3) 索線多邊形·····	88
(4.4) 平衡問題的圖解法·····	93
第五章 分佈力·····	97—107
(5.1) 荷重圖——平行的分佈力·····	97
(5.2) 一般的平面分佈力·····	102
第六章 簡單架構·····	108—132
(6.1) 簡單桁架·····	108
(6.2) 節點分析法·····	112
(6.3) 綜合力圖·····	116
(6.4) 切面分析法·····	120
(6.5) 簡單框架·····	124
(6.6) 結構物的靜定支承法·····	127
第七章 簡單機械·····	133—149
(7.1) 簡單機械·····	133
(7.2) 功·····	135
(7.3) 虛位移原理·····	137
(7.4) 斜面及螺旋·····	143
(7.5) 槓桿和輪軸·····	145
(7.6) 滑車組·····	147

第一章 通 論

(1.1) 定義

物體 一定量的物質，如果它的體積是有限的大小，則稱為物體。

質點 長度，寬度，厚度都可以當作是無限小的物體，稱為質點；換句話說，一個物體，如果它各部份的相對距離，對於我們所考察的現象，并無顯著影響，那末就可把它看作是一個質點，譬如考察天體間的相對運動，地球的本身大小對它沿軌道的運動，可說毫無影響，所以在這種問題中地球也僅是一個質點；反言之，如果考察電子的旋轉，那末電子的尺寸雖然小得不可思議，我們也不能把它看作是一個質點，因為在旋轉中物體各部份的相對距離，對旋轉狀態有決定性的影響（這影響表現在旋轉方程式中含有物體的質量慣矩）。①

力 力是變更物體的靜止狀態或等速直線運動狀態的原因，力是一個抽象概念，和自然數一、二、三、四一樣，它本身不能被直接感覺出來，我們所能覺察到的只是力所發生的效應。我們看到物體的運動狀態發生變化，就知道一定有力作用在這物體上。牛頓看見蘋果自樹枝上落向地面而發現地心吸力的推理過程就是如此；蘋果原來靜止在樹上，忽然會變更它的靜止狀態向下運動，顯然是受到一定外力的作用，這外力，他稱為地心吸力。力本身雖然不能直接感覺，但是我們決不可說力

①慣矩的意義，見剛體動力學。

只是心靈的創造，完全不是實在的東西。否認力的客觀意義是和否認自然數一、二、三、四的客觀存在同樣的荒謬。

物體變更它的靜止狀態或運動狀態時，我們可以斷定一定有力作用在這物體上。不過反敘述並不真確，一個受力作用的物體，它的靜止狀態或運動狀態也可能沒有變更。因為如果有兩個外力同時作用在同一物體上，它們同時要使同一物體作不同的狀態變更，這兩種同時的狀態變更，便可能相互抵消，使物體仍維持原來狀態，所以物體的靜止或運動狀態不變，不可以作為物體上有無力在作用的判斷標準。不過如果物體的靜止或運動狀態有所變動，則一定有外力或者說未被抵消的外力作用在物體上。

要辨別狀態不變的物體上是否有互相抵消的作用力存在，必須觀察物體的內部情形。所有一切物體在力的作用下一定要變形；換句話說，物體受力作用後，它各部份的相對距離必然有所變動，所以作用力的效應可以分為兩種：一種是使物體的靜止狀態或運動狀態變更的作用，通常稱為力的外在效應，外在效應相互抵消後，它們使物體變形的作用則稱為力的內在效應。

力是一種向量，所謂向量是指有方向性的量。非向量如溫度等僅須表示出它的大小，它的意義就完全確定。向量則不然，譬如某一物體的位置移動，假設僅說明它離開原來位置若干尺而不說明移動方向，則運動後的位置仍不能決定。這種除大小外尚須註明方向（否則意義不能確定）的量就稱為向量，至於作用力為何是向量，待動力學中再行討論。

剛體 受力作用而絲毫不變形的物體稱為剛體。物體這種不變形的性質稱為剛性。前面已說過，一切物體在力的作用下必然要發生變形，所以任何物體事實上都不是剛體，不過如果物體發生的變形很小，它

的變形對考察外力間的相互關係沒有顯著的影響時，我們就認為它是理想的剛體。剛體的假定和對點的定義有相同之處，目的是簡化不必要的計算手續。研究任何一個自然規律都必須從具體的現象中提出它的決定性因素來觀察。換句話說，一切不必要的個別具體條件必須排除，否則現象中的內部聯系，不能明顯表現，而數字運算將形成十分繁複。譬如商業量秤的秤桿，在應用中，誰都默認它是剛體，決不會去顧慮它的變形。事實上，秤桿當然有彎曲發生，這種彎曲對所秤重量一定多少有些影響，不過這種影響太小，通常無考慮的必要。力學中假定機件或結構物是剛體，和默認秤桿的剛性沒有什麼不同。

在應用力學中，一般的固體都假定是剛體。非剛體的物質如水及空氣等的力學問題，則分別由水力學及空氣力學研究。必須注意的是在以上討論中並沒有說，固體的微小變形所生的影響，在任何狀況下都可以忽略不計；在一定條件下，這種影響又成為問題中的決定因素，決不可隨意排除不計。計算這種影響的力學問題另有材料力學一科，本書不予討論。

平衡 平衡有時指物體的平衡，有時指外力間的平衡。物體的靜止狀態或直線等速運動狀態——總稱為物體的平衡狀態；換句話說，物體平衡狀態就是指這物體上沒有未被抵消的力存在。至於力的平衡，則指這些力的外在效應已經相互抵消。這種沒有外在效應的一羣作用力稱為平衡力系或平衡力羣，或者稱這些力構成平衡。平衡物體上僅能有平衡力系作用（完全不受外力作用的物體，實際上自然沒有）。

剛體力學 剛體力學研究剛體的受力情形。它的內容可分為剛體靜力學及剛體動力學^①兩部份：靜力學研究剛體在力作用下的平衡條件；動力學則研究剛體在一定外力下將發生的運動以及使剛體產生一

^①簡稱靜力學及動力學。

已定運動所需要的力系。

(1.2) 力的三要素

力的具體形式極多，例如：萬有引力，機車的曳引力，氣體壓力，磁力，電荷間的庫倫力，我們手對物體的推力或拉力及接觸表面的摩阻力等等，種類極多；表面上似乎都各各不同；一個不帶電的物體不能感受電力，一個無磁性物體也不能感受磁力；換句話說，某一形式的力並不是可以無條件地對任何物體發生作用，不過在這些不同形式的作用中，我們可以看到它們有一相同效應，就是能使所作用的物體發生平衡狀態的變更，這一效應乃成為力的定義。此外又可看到每一種力都包含有三個決定的因素：(1)大小，(2)作用點，(3)方向（包括方位在內）。要完全決定一個力，就必須已知它的三要素，例如圖 1a 中 AB 繩下懸一圓球。圓球加於 AB 繩的拉力，大小乃等於圓球的重量，作用點為 B ，方向為鉛垂向下。

力的大小由此力與一已定單位力的比較來決定。單位力的大小原可隨意選擇，不過為統一起見，國際間公認以保存於法國的一白金塊的重量為標準，稱此白金塊的重量為 1 kg 力；它的一千分之一約等於 1 cm^3 的 4°C 純水在緯度 45° 處海平面上所受的地心吸力。如此規定的力的單位稱為重力單位或工程單位，它和物理學中所用的絕對單位完全不同，關於兩種單位系統的關係，我們在動力學中再予詳細討論。

力的作用點乃指我們可以假定力是在此集中作用的物體上一點。實際上，力當然不可能集中在一點作用，任何力總必須相當的面積或體積以分佈作用。譬如圖 1 中圓球對 AB 繩的拉力，雖說是作用在 B 點，其

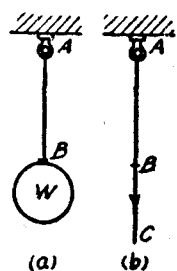


圖 1

實仍是分佈在 AB 繩的微小切面上；不過分佈的面積很小，這微小的面積對考察物體的平衡條件，並沒有顯著的影響。所以為簡化計算起見，可以假定力是集中在一點作用，這和以上假定物體是剛體或質點的意思沒有什麼不同。物體所受地心吸力（以下簡稱重力），原分佈在物體的整個體積內，如果物體中有一點，我們可以假定^①全部重力是集中在此點作用，則此點稱為物體的重心。

一個靜止的物體，如果僅受到一個力作用，那末，它必定將向一定的方向作直線運動。這方向就是力的作用方向。通過作用點的作用方向的直線，通常稱為力的作用線。

前已說明，力是一種向量，一根直線線段可以指出一定的方向，它的長短又可表示一定的大小，所以向量可以由一直線線段代表。例如圖 1b 中 AB 繩所受圓球的拉力，即可用 BC 線段來表示：拉力的大小，用 BC 的長短按適當的比例尺來代表，拉力的鉛垂向下方向則由 BC 的方位及 C 端的箭頭來說明。 B 點稱為向量的始點， C 點稱為它的終點；力的作用點可用始點或終點來指出。書寫向量時也可利用始點終點的字母，例如圖 1b 中拉力的代表向量，就可寫成 $\overline{BC}$ ，字母的先後表示作用方向是自 B 至 C 。

(1.3) 力的平行四邊形原理

幾何學的出發點是幾條公理；全部幾何學就建築在這幾條公理上。靜力學同樣也用四條公理作為它的出發點和基礎，這四條公理稱為靜力學的基本原理。平行四邊形原理就是靜力學的第一原理。

第一原理 假設有兩個力同時作用在一物體的 A 點，它們的代表

^① 此處所謂“可以假定”，就是說如此的假定對於物體的平衡狀態或運動狀態，並無任何影響。

向量分別爲 $\overline{AB}$ 及 $\overline{BC}$ ，兩力的交角爲 α (圖 2a)，如用 $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ 作鄰邊構成一平行四邊形 $ABCD$ ，得對角線 $\overline{AD}$ ，代表作用在物體 A 點的另一力，則原來兩力的共同效應和 $\overline{AD}$ 所代表的力的效應完全相同。

$\overline{AD}$ 所代表的力，稱爲原來兩力的合力，原來兩力則稱爲 $\overline{AD}$ 力的分力。第一原理說明合力的作用完全和它分力的共同作用相等。換句話說，合力可以完全代替它的所有分力，或所有分力可以代替它們的合力。

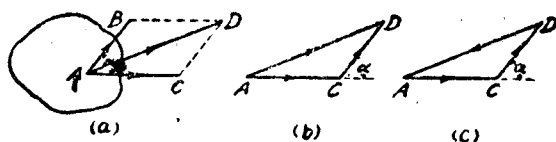


圖 2

第一原理的正確性可以用實驗方法來檢驗，不過並不是說可以由實驗方法來證明。對於靜力學基本原理的態度應該和對付幾何學的公理一樣，我們不尋求它的直接證明，如果由這些原理所推出的結論都和實際觀察符合，我們就承認它正確。

根據第一原理的求合力過程，可知平行四邊形並不一定要完全繪出，僅作一三角形，例如圖 2b 的 ACD ，也同樣可決定合力 $\overline{AD}$ 。我們可先繪出 $\overline{AC}$ ，然後自 $\overline{AC}$ 終點 C 引 $\overline{CD}$ 平行且相等於 $\overline{AB}$ ，連接 $\overline{AC}$ 的始點 A 及 $\overline{CD}$ 的終點 D 即得 $\overline{AD}$ 代表所求的合力。如此求合力的方法通常稱爲 $\overline{AC}$ 及 $\overline{CD}$ 的幾何相加， $\overline{AD}$ 稱爲 $\overline{AC}$ 及 $\overline{CD}$ 的幾何和。 ACD 則稱爲力三角形。所謂幾何相加，自然和作平行四邊形方法在意義上毫無不同之處，不過在幾何相加過程中所繪代表向量不能表明力的作用點，例如 $\overline{CD}$ 所代表的力，它作用點就不是 C ，而是 A 點。這種不表明作用點的代表向量，又稱爲分離向量，也有人稱之爲自由向量。

如果 $\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ 所成的交角 α 很小 (圖 3a), 力三角形 (圖 3b) 因而將非常的扁狹; $\overline{AD}$ 的長短乃和 $\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ (即 $\overline{CD}$) 長短的總和相差不多, α 愈小, 力三角形愈扁狹, 兩者乃相差愈小。所以在極限情形下, α 等於零時, 力三角形必將變成一根直線; $\overline{AD}$ 的大小, 乃將等於

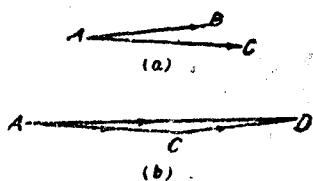


圖 3

$\overline{AB}$ 及 $\overline{AC}$ 大小的總和。換句話說, 兩力如果作用線相同方向相同, 那末它們的合力就在它們的作用線上, 大小等於兩力的和。如果兩力作用線相同但方向相反, 按照同樣推理方法, 顯然可知合力仍在它們的共同作用線上, 大小則等於兩力之差, 方向與較大的一力相同。所以同作用線兩力不論方向如何, 如果選定作用線上任一方向為正, 另一方向為負, 則上述結論可以歸納為: 同作用線兩力的合力乃等於原來兩力的代數和, 合力作用線與兩力共同作用線相同。

根據第一原理, 作用在物體上一點的兩個力完全可以由它們的合力來代表, 換句話說, 某一物體上如果受兩個共點的作用力作用, 就等於受它們的合力一個力作用一樣, 所以兩個共點力, 如果要構成平衡, 則它們的合力非等於零不可, 由此結論乃可推得第二基本原理。

第二原理 兩個力僅有作用線相同, 方向相反, 大小相等時, 方能構成平衡。

假設有一重量可以不計的桿件 AB , 如圖 4a, 兩端 A, B 分別受兩 S 力作用, 根據第二原理, 可知兩 S 力必須大小相等, 方向相反, 共同以 A, B 兩點的連接線為作用線, 桿件

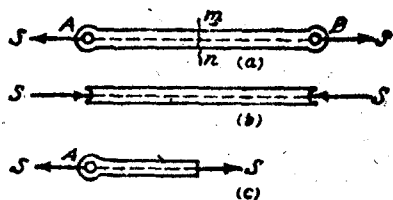


圖 4

方可能平衡。桿件所受作用力, 如果如圖 4a, 則稱此桿件受拉力 S 作

用；如果如圖 4b，則稱為受壓力 S 作用。

假定在想像中，將桿件切成兩段，切面為圖 4a 中 mn ，然後考察切面 mn 左邊一段桿件的平衡，我們立刻可看到如果切開後，這一段桿件仍應維持原來狀態，保持平衡，則在切面 mn 上，必須有一和 A 端 S 力大小相等，方向相反，作用線相同的力存在才可能。這一段桿件既必須有如此一力存在才能平衡，可見未切開前，切面 mn 左邊一段必定有如此的 S 力加於右邊這一段桿件上。同樣理由，右邊一段桿件自然也有一 S 力作用在右邊一段的切面上，不過方向和 A 端的 S 力相同。總而言之，受拉力或壓力的桿件，它內部任何一切面上必定有和相應的外力構成平衡的力存在，這種內部力就稱為桿件的內力。內力的方向，如果指向切面，就稱為壓內力；離開切面，則稱為拉內力。內力自然是分佈作用在整個切面上，所以單位面積上的內力，又特稱為內應力或簡稱應力。

初學者常常發生這樣的疑問，就是看見桿件兩端各有一個外力 S ，既然有兩個 S 力，那末應該說桿件是受 $2S$ 力作用，為什麼說是僅受 S 力作用呢？這問題應該分兩方面來解答：第一，就力的外在效應言，兩 S 力的合力是等於零，我們可以說桿件是等於沒受力，而不能說是受 $2S$ 力作用。第二，就內在效應言，使桿件變形的是內力（否則桿件中間部份不會伸長或縮短），而任何一鉛垂切面上的內力均等於 S 並不等於 $2S$ ，所以桿件所受的力僅能是 S ，沒有任何理由可以說它是 $2S$ 。

現在再回到作用線相交的兩個力問題（圖 2）。根據第二原理，圖中 A 點，如有一個和 $\overline{AD}$ 方向相反，大小相同的力存在，則物體就能平衡。換句話說，如此一作用力可以和原來兩力構成平衡力系，此力故稱為原來兩力的平衡力。根據上述，平衡力的大小乃等於合力，作用線和合力相同，方向則和合力相反。

將原來兩力和平衡力幾何相加，則得力三角形 ACD ，如圖 3c。此力三角形和圖 3b 力三角形的差別是 $\overline{DA}$ 的方向與 $\overline{AD}$ 恰恰相反，所以如果有三個平衡的力作用在物體的同一點上，則它們代表向量的幾何相加，將構成一首尾一一銜接的封閉力三角形；反過來說，作用在同一點的三個力，如果它們代表向量構成一封閉力三角形，則此三力是一個平衡力系。

(1.4) 力的傳導性

第三原理 在一已定的力系中加入一個平衡的力系，或者取去一個平衡的力系，對原來力系的外在效應並無影響。

平衡力系是沒有外在效應的力系，在已定力系中加入或取去一個沒有作用的力系，自然對原來力系的外在效應不會有任何影響。

圖 5a 中 P 力作用在物體的 A 點。在 P 作用線上任擇一 B 點（自然仍是物體內一點）。在 B 點加一對相等相反的 P' 及 P'' 力，並命兩力的大小及作用線與 P 力相同（圖 5b），則根據第三原理，此加入的 P' 及 P'' 兩力已自成平衡，對 P 力加於物體的作用並無

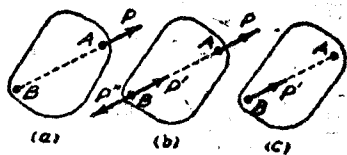


圖 5

改變。但 P 及 P'' 又大小相等，作用線相同，方向相反，也是一個平衡力系，根據第三原理又可以取去而不發生影響，所以只剩餘大小、方向、作用線和 P 力全同的 P' 力作用在 B 點（圖 5c）。以上的過程，事實上就等於將 P 力自 A 點推移到 B 點。 B 點原是 P 力作用線上的任意一點，可見如果沿作用線任意推移力的作用點，則力的效應仍將保持不變，此屬性即稱為力的可傳導性。

必須注意的是力的傳導性乃僅指它的外在效應而言，就力的內在

效應或物體內部的受力情形而論，這種傳導性是不存在的。例如圖6a中桿件AB在 P_1 及 P_2 兩力作用下原是受壓力作用，它的內力為壓力，此處如果根據力的傳導性將 P_1 及 P_2 分別自A、B點推移到B、A點，則桿件雖仍平衡，但是已變為受拉力而非受壓力（圖6b）；如果將 P_1 及 P_2 一同推移到圖6c中c點，則桿件中又將無內力存在。可見在物體的內力問題中，力並無傳導性，它的作用點不能任意推移。

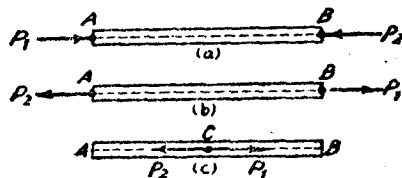


圖 6

由力的可傳導性可知：如兩力 P_2 分別作用在物體的A、B兩點（圖7），兩作用線交點為C，則兩力一同推移到C點後，即可根據第一原理求得它們的合力 R 來代替原來兩力（圖7b）。

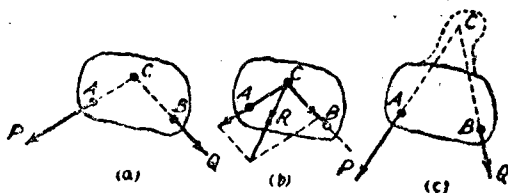


圖 7

作用線交點C如果不在物體之中，則仍可想像C點是剛性連固^①

在物體上，然後按前法求得合力，將合力作用點推移到物體中即可（見圖7c）。

(1.5) 作用力及反作用力

力學中所考察的物體，大多數不是可以絕對自由運動的物體，譬如水平汽缸中的活塞，它僅能在水平方向往復移動，鉛垂方向是無法發生

^①一個質點或剛體和另外一個剛體連接起來成為一個整個的剛體，就稱為此質點或剛體剛性連固於另外一剛體上。