

高等工科院校电子、信息类教材

控制理论基础

Control theory basis

王士宏 周思永 编著

 北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

控制理论基础

王士宏 周思永

 **北京理工大学出版社**

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

控制理论基础/王士宏,周思永编著. —北京:北京理工大学出版社,2002.9

ISBN 7-81045-987-2

I. 控… II. ①王… ②周… III. 控制论 IV. 0231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 041009 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(办公室) 68912824(发行部)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

电子邮箱 / chiefedit@bitpress.com.cn

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京房山先锋印刷厂

装 订 / 天津市武清区高村印装厂

开 本 / 787 毫米 × 1092 毫米 1 / 16

印 张 / 21

字 数 / 510 千字

版 次 / 2002 年 9 月第 1 版 2002 年 9 月第 1 次印刷

印 数 / 1~4000 册

责任校对 / 郑兴玉

定 价 / 29.00 元

责任印制 / 刘京凤

图书出现印装质量问题,本社负责调换

前 言

本教材是在高等学校工科电子类规划教材《反馈与控制》第二版的基础上编写的。《反馈与控制》一书是经由《无线电技术与信息系统》教材编审委员会《电路与系统》编审小组评选审定并推荐出版的。本教材根据我校 211 工程提出的新要求重新编写,与《反馈与控制》比较最大的特点在于加重了先进的计算机控制的相关内容,并为此对其他内容作了相应的精减或压缩。

该教材由王士宏副教授写第一稿,周思永教授写第二稿。

本课程参考学时数为 48~56 学时,其中包括 6~8 学时的实验(配有相应的用 MATLAB 语言编制的实验软件)。全书共分八章。第一章阐述自动控制系统的一般概念及其发展史;第二章讨论系统数学模型的建立、变换及其简化;第三章引入了系统状态的可控性、可观测性和系统结构分解的概念;第四章综合了系统的稳定性;第五章和第六章分别讨论了系统的分析与设计;第七章专题讨论了数字与计算机控制系统的分析与设计;第八章对最优控制问题作了一般的介绍。除第八章以外,各章均有习题并且各章有一定的独立性。讲授本课程时可根据具体学时数的安排有重点地予以选择。

本书仍保持原《反馈与控制》教材的特点,将经典控制理论与现代控制理论融合起来,作为一个整体,有联系地予以介绍及分析研究,而不是割裂开来研究。本教材比较《反馈与控制》(第 2 版)适当地削弱了经典控制理论的比重,相对加强了现代控制理论的比重;适当地压缩精减了关于连续时间系统的控制理论内容,相对加强了数字和计算机控制理论的基本内容。使读者对经典控制理论的主要内容与实践和现代控制理论基础都有较为全面深入的了解与掌握;同时不但对连续时间系统控制理论基础有较全面深入的了解和认识,而且对数字与计算机控制系统的基本理论也有较为全面的了解和认识。这对于一个电子技术领域内的研究人员及工程师来说,都是有十分重要意义的。

经过多年教学实践我们感到为使用本教材者提供一些方便的使用条件是必要的,为此增加了附录。附录 I 提供了习题参考答案和部分习题解答。附录 II 给出了本教材涉及到的关于线性代数中的一些主要内容的定义和运算规则。

本课程应在学生学习过《电路与系统》、《电子线路》、《线性代数》、《积分变换》等课程后开设,目的在于提高学生对系统的分析、综合能力,并为进一步学习系统理论、信号理论、优化理论等方面的课程打下基础。

本教材的编写与出版过程得到了系主任吕昕教授、系副主任仲顺安副教授、教研室主任刘志文教授、副主任张宝俊教授以及唐晓英副研究员等同志的支持和帮助。北京理工大学出版社对本书的出版给予了大力的支持,在此一并表示诚挚的谢意。最后对于书中可能存在的各种缺点和错误,热切期望广大读者的批评指正。

编 者

2001 年 12 月

目 录

第一章 绪论

§ 1-1 开环控制与闭环控制	(1)
§ 1-2 对控制系统的要求	(5)
§ 1-3 自动控制理论的发展简史	(7)
习题	(9)

第二章 系统的数学模型

§ 2-1 系统的经典数学模型	(10)
§ 2-2 系统的状态空间模型	(27)
§ 2-3 传递函数和动态方程之间的关系	(35)
§ 2-4 线性定常系统状态空间方程的解	(43)
§ 2-5 线性变换	(48)
小结	(55)
习题	(56)

第三章 可控性和可观测性

§ 3-1 可控性	(61)
§ 3-2 可观测性	(65)
§ 3-3 可控性、可观测性的约当型判别法	(67)
§ 3-4 对偶原理	(69)
§ 3-5 可控性、可观测性与传递函数的关系	(70)
§ 3-6 动态方程化为同伴标准形	(73)
§ 3-7 结构分解	(76)
小结	(79)
习题	(79)

第四章 稳定性

§ 4-1 概念和定义	(82)
§ 4-2 标量函数的符号特征	(86)
§ 4-3 李雅普诺夫第一法	(88)
§ 4-4 李雅普诺夫第二法	(91)
§ 4-5 李雅普诺夫第二法在线性定常系统中的应用	(93)
§ 4-6 输入输出稳定和总体稳定	(96)
§ 4-7 稳定性的经典判别法	(100)
小结	(118)
习题	(118)

第五章 控制系统的时域、频域分析

§ 5-1 稳态响应特性	(122)
§ 5-2 系统的暂态响应	(133)
§ 5-3 灵敏度	(142)
§ 5-4 频率响应法	(144)
§ 5-5 根轨迹法简介	(157)
小结	(163)
习题	(164)

第六章 控制系统设计

§ 6-1 校正的作用	(168)
§ 6-2 校正的基本方式	(169)
§ 6-3 超前校正	(170)
§ 6-4 滞后校正	(175)
§ 6-5 滞后-超前校正	(179)
§ 6-6 PID 控制器	(180)
§ 6-7 反馈校正	(183)
§ 6-8 状态变量反馈	(186)
§ 6-9 状态观测器	(194)
小结	(204)
习题	(204)

第七章 数字和计算机控制

§ 7-1 数字控制系统的组成及优缺点	(206)
§ 7-2 信号的采样和重构	(208)
§ 7-3 数字控制系统的数学模型	(211)
§ 7-4 线性离散系统的可控性可观测性	(228)
§ 7-5 离散时间系统的稳定性	(234)
§ 7-6 数字和计算机控制系统的稳态性能和暂态性能分析	(242)
§ 7-7 数字控制器模拟化设计方法	(250)
§ 7-8 数字控制器的离散化设计方法	(267)
§ 7-9 计算机控制系统的状态空间设计	(280)
小结	(287)
习题	(287)

第八章 最优控制

§ 8-1 最优控制问题的一般提法	(290)
§ 8-2 变分法	(295)
§ 8-3 极小值原理	(302)
§ 8-4 动态规划	(310)
附录 I 习题参考答案及部分题解	(315)
附录 II 关于矩阵运算	(321)
参考书目	(327)

第一章 绪 论

自动控制在人类社会中起着极其重要的作用。一部科技发展史,在一定程度上,可以认为是人对自然界和人类本身控制的不断发展、不断完善的历史。

控制中的一个主要概念是反馈(Feedback)。它是指通过测量装置、观测系统的输出信息,并将其一部或全部送回系统输入端,和参考输入进行比较;比较后得出的误差,用来实现减少误差的目标。

在一个复杂的系统中,存在着各种错综复杂的相互作用。这些相互作用,也可以用反馈来表示。

今天,自动控制装置与系统已成为现代社会中必不可少的部分。诸如太空穿梭、月球登陆、飞机驾驶、船舶航行、交通管制、环境保护、医疗卫生、邮电通信,以及各类工业生产、各种军事武器、各种家用电器,几乎处处都由自动控制技术扮演着重要的角色。

自动控制理论是伴随着工业技术的发展成长的,但它有着更为广阔的应用范围。目前,自动控制的概念及分析方法正在向其他领域渗透。政治、经济领域中的各种体系、社会生活中的各种现象、人体的各项功能、自然界中的各种生物学系统,都可以认为是一种自动控制系统,可以运用自动控制理论,对它们进行研究。虽然目前我们对这些系统的认识还不够深入,但随着计算机在控制领域中的广泛应用,随着自动控制理论的发展和实践进展,随着系统的自适应、自学习能力的不断增强,人类对自然界及社会上各种系统的控制能力也将日益提高。

§ 1-1 开环控制与闭环控制

控制理论的中心问题是研究系统。控制系统是把控制设备和控制对象看做一个整体,被控制的装置,称为控制对象;所用的控制设备,称为控制器。控制理论则是研究控制系统的分析和设计的原理和方法。

基本控制系统的概念可由图 1-1 表示。系统的作用在于将被控变量(Controlled Variable) y 控制到预定值,这是用执行信号(Actuating Signal)通过控制系统(Control System)的元素实现的。执行信号又可称为控制系统的输入(Input)、被控变量又称为控制系统的输出(Output)。

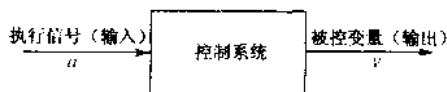


图 1-1 基本控制系统

控制系统可分为开环控制系统(Open-loop Control Systems)和闭环控制系统(Closed-loop Control Systems)两大类,两者的区别在于闭环控制系统采用了反馈。所以,闭环控制系统又可称为反馈控制系统,它构成了现代控制系统的主体,也是本书要着重研究的主要对象。

一、开环控制系统

一种控制系统,如果其控制对象的输入是预先给定的,不受输出信号的影响,则这种系统称为开环控制系统。开环控制系统的原理性方块图如图 1-2 所示。

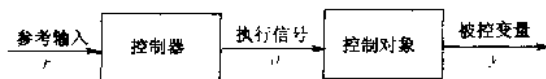


图 1-2 开环控制系统

一个开环控制系统,当外部条件保持不变时,对于恒定的输入,其输出亦保持恒定。所以,只要适当地改变其输入,就可以将其输出控制到所要求的值。但是如果外部条件(包括环境温度、扰动等等)变化,或内部参数变化时,系统的输出就将偏离所要求的值,而达不到预期的控制目的。所以,只有当系统参数相当稳定,或环境条件变化不大、控制精度要求不高等情况下,开环控制系统才可以满意地工作。

图 1-3 所示为一无线电广播及接收系统的方块图。整个广播及接收系统,可看做一个开环控制系统。广播电台按节目程序依次广播节目,在收音机端则依次收听到有关节目。图中信号由图的左边向右边逐级传播,没有向左传播的反馈通道,这正是开环控制的特点。

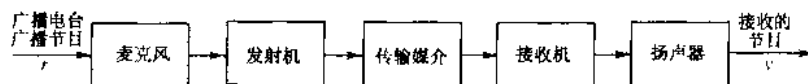


图 1-3 广播及接收系统的方块图

所谓开环控制,即控制器和被控对象之间只有顺向作用,没有反向联系。开环控制系统,可以利用顺馈(Feedforward)来改善其控制性能。

当有扰动(Disturbance)存在时,为了使系统的控制精度不致因为扰动的影响而严重下降,开环系统也可采用扰动顺馈补偿,如图 1-4 所示。这时顺馈补偿是通过测量扰动及按已知规律调整顺馈增益来实现的,用以减弱及抵消扰动的影响。

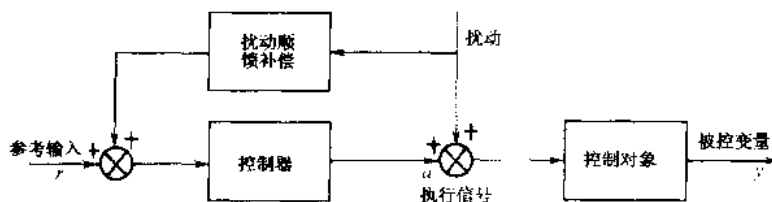


图 1-4 有扰动顺馈补偿的开环控制系统

还有一种带有指令顺馈补偿(Command Feedforward Compensator)的开环控制系统,这是在过渡历程阶段,通过对系统的参考输入进行补偿,即实行过调(Overcorrection),来使系统达到快速响应的目的。其方块图如图 1-5 所示。

又例如十字路口的交通管制,如采用按时基控制的交通管制系统,即红绿灯转换由定时机构控制,与路口各侧的车辆流量及行人流量无关,这种交通管制系统,也是一种开环控制系统。



图 1-5 有指令顺馈补偿的开环控制系统

二、闭环控制系统

由于环境变化及外部扰动,可能使控制系统不能实现预期的精确控制。为了提高系统的精度,通常引入反馈,构成闭环控制系统。闭环控制系统的原理性方块图如图 1-6 所示。

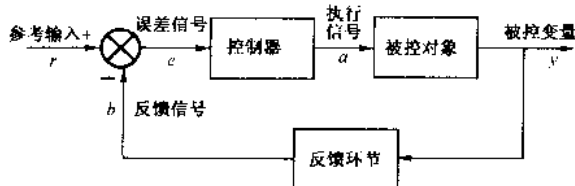


图 1-6 闭环控制系统

闭环控制系统,是将系统的被控变量反馈到输入端,并与参考输入(Referece input)相比较,产生一个误差信号(Error Signal)加到控制器上使输出改变,从而减小系统误差,达到实现精确控制的目的。

一个闭环控制系统,可以由以下基本环节组成,如图 1-7 所示。

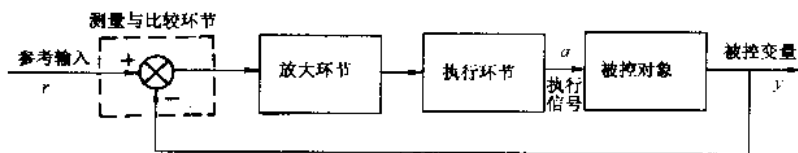


图 1-7 闭环控制系统的基本组成

(1) 测量与比较环节 包括测量元件和比较元件,它可对输入量和输出量进行测量并对它们进行比较。

(2) 放大环节 将误差信号进行功率放大和能量交换。常用元件有:各种放大器、电液伺服阀等。

(3) 执行环节 根据加入其上的放大后的误差信号,产生相应的控制作用,使被控对象按照控制信号的变化规律动作。常用元件有电动机、液压伺服马达等。

还有一种将顺馈补偿和反馈控制组合在一起的控制系统,即顺馈-反馈控制系统,也称为复合控制系统。但因为它包含了反馈控制,所以仍应属于闭环控制系统。

下面举几个闭环控制系统的例子。

【例 1-1】 图 1-8 是一种自动频率控制系统的原理性方块图。在超外差式雷达接收机中,回波信号 f_r 与本地振荡器信号 f_l 两者差拍,得出中频信号 f_i 。当雷达频率很高时,所用的磁

控管振荡器、速调管振荡器等频率稳定度通常不够高,以致混频后的中频信号常偏离额定中频 f_{i0} ,使中频放大器失谐。因而将使雷达接收机灵敏度降低,甚至使目标完全丢失。为了防止这种现象的发生,通常采用自动频率控制(Automatic Frequency Control,简称为 AFC)。这种 AFC 电路包括搜索波形产生器、鉴频器、峰值检波器、放大器等。鉴频器的中心频率校准为接收机的额定中频 f_{i0} (作为系统的参考输入),当发射机或接收机频率不稳时,中频信号 f_i 将偏离额定中频 f_{i0} 之值,这时,AFC 电路将输出一个直流电压 E_c 加在本地振荡器上,改变它的频率,使混频后的 f_i 向额定中频 f_{i0} 靠近,直至 f_i 非常接近 f_{i0} 为止。

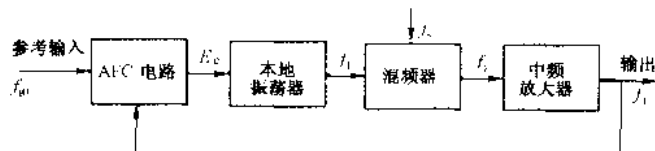


图 1-8 自动频率控制系统方块图

[例 1-2] 图 1-9 所示为一种手控的雷达天线位置伺服系统。手轮摇动时,雷达天线方位与手轮所带动的方位器方位将不一致,在同步接受器中会产生一误差电压,将此误差电压耦合出来,经过放大和校正后,推动电液伺服阀的力矩马达,使电液伺服阀输出一个其流量比例于力矩马达输入电流的高压液体,再通过液压马达,将液压能转换成机械能,使马达通过减速器带动天线,朝消除误差的方向旋转。在液压马达轴上安装的测速发电机,能测出其转速并反馈到放大器输入端,构成另一个反馈回路,用以提高系统的低速平稳性,扩大其调速范围,并提高其抗负载扰动的能力。

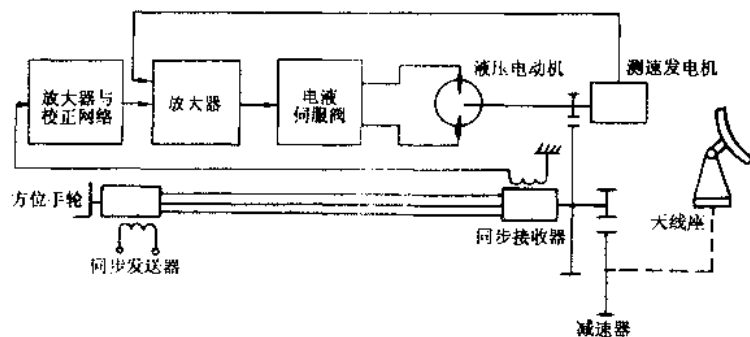


图 1-9 手控的雷达天线位置伺服系统

[例 1-3] 图 1-10 所示为一种现代的导弹发射及导引系统的工作原理图。计算机根据雷达观测数据,计算出应有的发射角,并送出发射指令,控制发射架旋转至该角度;发射架的角度位置信息反馈到计算机,当发射架角度与计算机计算出来的导弹发射角一致时,导弹射出,并接受雷达波束的引导而实现末制导。

又如前面所述的十字路口的交通管制,如果红绿灯转换不由定时机构控制,而是将距路口一定距离内的车辆流量,按两个交叉方向同时测定,并将这种信息传递到发出通行信号的中心控制计算机,对两个交叉方向的车流量加以比较,据此决定红绿灯的转换时间,这样就能减少车辆的平均等待时间。这种管制系统,也是一种闭环控制系统。

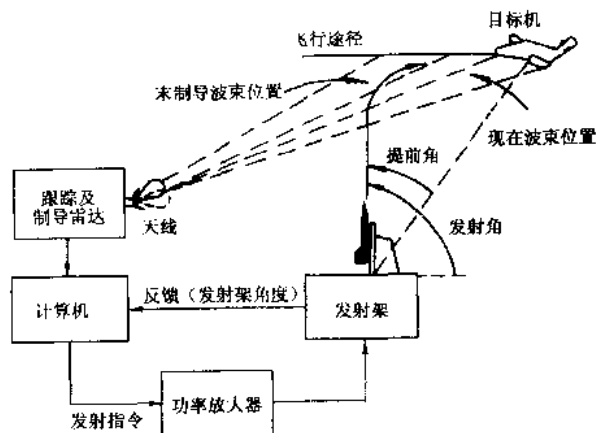


图 1-10 导弹发射及导引系统工作原理图

三、开环控制与闭环控制的比较

由于在闭环控制系统中采用了负反馈,所以它本身具有将误差减至最小的趋向。因而,系统输出对于外部扰动和内部参数变化都不敏感,可以采用不太精密、成本较低的元件来构成精确的控制系统的主通道。与此相反,开环控制系统一般需采用高精度元件及有效的抗干扰措施,才能保证一定的控制精度。

注意,在某些情况下,闭环控制系统的这种对误差的校正作用,将会导致系统的不稳定,这样系统稳定性问题也就成了控制理论中的重要课题。当然,只要精心设计,仍可以消除系统的不稳定因素,充分发挥反馈控制的全部优点。因而,闭环控制是控制系统的主体,也是控制理论研究的重点。罗伯特·维纳(Norbert Wiener)在《控制论》一书中指出:“各类生物的和机械的系统都是信息传输系统和反馈控制系统。”他认为研究这些系统,最有效的基础是信息论和反馈控制理论。特别是近年来自适应、自学习反馈控制系统的研究与应用,更使控制系统能达到高度自动化和接近完美的程度。

不过,由于开环控制系统不需要不断测量及比较输出量,而且一般说来,它的结构较为简单,消耗的功率也较小。所以,当系统输入量及干扰的变化规律能够预知时,或在输出量很难测量的情况下,或在精度要求不高的场合,仍常采用开环控制系统。

§ 1-2 对控制系统的要求

虽然不同的控制系统有着不同的作用,但对它们有着一些共同的要求。而评价一个控制系统的好坏,有着各种质量指标,如动态指标,稳态指标,经济指标,强度指标,可靠性指标,以及综合表示其动态、稳态的特性,供最优控制(Optimal Control)设计时加以优化的性能指标(Performance Index)等。下面主要介绍由系统的稳态和动态性能所决定的那些质量指标。主要有稳定性(Stability)、精度(Accuracy)、瞬态响应(Transient Response)、灵敏度(Sensitivity)、抗干扰性(Disturbance Rejection Characteristics)等,这些指标重要性的优先程度随系统的性质及应用而各有不同。当然,一个系统如果要能正常工作,它首先必须是稳定的。

一、稳定性

系统的稳定性问题,包括系统的 $t \rightarrow \infty$ 时的渐近性能和有限时间内的稳定性。一个处于静止或平衡工作状态的系统,当受到激励时,就可能偏离原平衡状态;当激励消失后,经过一段暂态过程,系统能恢复到原平衡状态时,则系统称为稳定的。在闭环控制系统中,各种控制元件和被控系统在响应中的时延,是产生不稳定的根源。因为当系统已达到平衡位置时,系统中固有的时延却可能导致一个反方向的校正量,这一校正量其实是应当在前一时刻产生出来,用以校正当时的误差的;当满足一定的条件时,这种反方向校正的作用将持续下去,导致系统产生等幅或增幅振荡,即导致系统不稳定。

对一个能正常工作的线性系统来说,在动态过程中,可以允许产生振荡现象,但其振荡幅度必须是逐渐衰减的,即系统的被控变量在围绕其平衡位置振荡若干次以后,应能稳定到平衡位置,这种系统称为稳定系统。如果一个系统的被控变量围绕其平衡位置作等幅或增幅振荡,则被控变量将永远不能稳定在其平衡位置,这类系统就称为不稳定系统。不稳定系统在实际中是不能应用的。所以,控制系统必须首先满足稳定性的要求。

不过,在非线性控制系统中,允许出现某种等幅振荡的情况,这种现象称为自持振荡,因为产生这种振荡的原因不在于外加的信号,而完全取决于系统本身的固有特性。如果自持振荡的幅度被限制在允许范围内,那么这类系统在工程实践中仍能使用,它仍可认为是一种稳定系统。

二、精度

影响控制系统精度的因素有很多种,这些因素将在以后加以讨论。系统的精度又可称为系统的静态准确度,它可用系统的稳态误差(Steady State Error)来表征。系统的稳态误差可定义为控制系统响应的稳态值与其希望值之差。实际控制系统中,系统的稳定度与精度常常是相互联系的。如果不注意的话,在试图提高系统的精度时,将有可能使系统不稳定;或者在试图提高系统稳定性时,使系统精度达不到应有的要求。

衡量控制系统性能的另一个重要指标是增益(Gain)。它与系统的稳态误差有较密切的关系。一般说来,当系统的开环增益较大时,其稳态误差将减小。

三、瞬态响应

通常,我们要求系统瞬态响应的持续时间要短,振荡不要太强,其中最常用的指标是系统的过渡过程时间和超调量。这是反映系统快速性的性能指标。

衡量控制系统快速性的另一个重要指标是带宽(Bandwidth)。带宽与过渡过程的品质有很大的关系。带宽愈宽,系统的快速性就愈好。但同时,带宽与控制系统的精度、稳定性也都有密切的关系。带宽太宽时,可能使噪声引起的误差增大,或引起结构谐振。所以,必须综合各方面因素,对带宽加以选择。

四、灵敏度

系统中元件参数的改变对系统响应的影响,可用灵敏度来表示。由于环境条件的变化、元件的不精确及老化等,都将引起系统参数的改变,从而引起输出的改变。所以对于一个控制系

统来说,要求灵敏度愈低愈好;灵敏度过高,将要求元件参数十分精确,否则将引起输出的很大波动,这就将大大增加系统的成本。分析结果表明,闭环系统的灵敏度低于开环系统,这也是闭环控制系统的一大优点。

五、抗干扰性

控制系统在工作中经常受到外界的干扰,如导弹制导系统常受到外界的无线电噪声干扰;雷达天线控制系统常受到风力矩的扰动负荷干扰等。我们要求一个系统能够有良好的抗干扰能力,能对干扰的影响加以抑制;而对有用信号,要能迅速、准确地响应。所以,系统的抗干扰性,直接与系统的稳态精度有关,是衡量控制系统品质的一个重要指标。

第四、第五两个指标结合起来,称为系统的稳健性(Robustness)指标。一个控制系统,如果具有低的灵敏度和良好的抗干扰性,则我们称为系统是稳健的(Robust)。

如何使系统性能满足上述指标,即如何保证系统的稳定性、准确性、快速性、稳健性,这是我们要研究的中心问题,也是控制系统的分析与综合中考虑问题的出发点。但这几项要求常常是互相矛盾的,需要结合具体问题,折衷地予以解决,或有所侧重地予以满足。

§ 1-3 自动控制理论的发展简史

早在 2000 年以前,我国就已发明了自动定向的指南车,这是一种具有扰动顺馈补偿的开环控制系统;又如公元 1088 年,宋代的苏颂、韩公廉、周日严等人制成了水运仪象台,这是一种闭环控制系统,它利用水力运转,并能保持一个和天体运动一致的恒定速度,可使天空中运行的恒星保持在视野里。

公元前两千年,古巴比伦人即已根据土壤湿度来控制水闸闸门,以调节底格里斯河和幼发拉底河的灌溉用水的流量,这也可以说是一种闭环控制系统。

公元 1620 年左右,荷兰人柯累略斯·德雷贝尔(Cornelius Drebbel)发明的孵卵器,是最早的闭环控制装置之一。这一孵卵器是利用一个双层夹板内充满了水的均匀传热箱,置于一个带有火炉、通气道的烘箱之内;温度敏感器是一个充有酒精及水银的弯曲容器,火炉发出的热量使酒精膨胀或收缩,从而改变容器中水银柱的高度,并通过升降器带动一个节气阀,以调节通气管道中的空气流量,改变火焰大小,自动调节孵卵器的温度。

文献中一般公认,瓦特(James Watt)在 1788 年所发明的蒸汽机飞球调节器(Fly Ball Governor)是最早的自动控制系统的例子。飞球的转速正比于蒸汽机的转速,在蒸汽机恒速运转时,飞球的离心力与弹簧的弹性平衡,控制汽阀的阀门,使通过的蒸汽流恒定,保证蒸汽机按要求的速度恒速旋转。当蒸汽机转速降低时,飞球的离心力随之减小,通过杠杆使阀门开大,更多的蒸汽流将送入汽轮机,使汽轮机转速增加。当蒸汽机转速因负载变化而改变时,由于同样的理由,这一飞球调节器也将使其转速恒定。

1868 年,麦克斯威尔(James Clerk Maxwell)发表了著名的《论调节器》一文,这可以说是有关反馈控制理论的第一篇正式发表的论文,紧接着劳斯(E. J. Routh)于 1874 年,赫尔维茨(A. Hurwitz)于 1895 年,分别独立地提出了对高阶控制系统的稳定性判据;1892 年,李雅普诺夫(A. M. Lyapunov)发表了重要著作《论运动稳定性的一般问题》,全面论述了稳定性问题,并且得出了和劳斯判据相一致的结果。

自动控制系统在这一时期,开始广泛应用于工业控制。1877—1880年,俄国工程师达维多夫(Davidoff)发明了根据目标距离自动校正火炮仰角的随动系统;1898年,俄国学者齐奥尔科夫斯基(Ziolkofsky)提出了第一个飞行器驾驶系统;1922年,米罗斯基(N. Minorsky)通过对驾驶轮船用的自动控制装置的研究,发表了有关用系统的微分方程来判断系统稳定性的论文,他也是最早将非线性元件应用于闭环控制系统的人之一。

在第二次世界大战前夕,自动控制理论有了进一步的发展。1934年海森(H. L. Hazen)发表了具有历史意义的论文《伺服机构理论》,第一次提出了自动控制系统的精确理论;与此同时,在美国长途电话网建设过程中,自动控制理论得到了很大的发展;1927年,贝尔实验室的布莱克(H. S. Black)发明了负反馈放大器,这在实际上及理论上均有极重大的意义。在这一时期中,自动控制理论开始从机械工程领域进入了通信工程领域,通信工程师习惯于用“频率响应”来描述系统及分析问题。1932年奈奎斯特(H. Nyquist)提出了根据频率响应法得出的稳定判据;随之,伯德(H. W. Bode)、霍尔(A. C. Hall)及哈里斯(H. Harris)都做了大量研究工作,使频率响应法更趋完善。

正像第一次世界大战中火炮随动系统和船舶驾驶的研究及进展推动了自动控制理论与实践的发展一样,第二次世界大战中,飞机导航及控制、防空雷达等方面的研究及进展,也大大推动了自动控制理论与实践的发展。这一阶段中,在飞机、船舶的快速精密控制方面,在雷达跟踪方面,技术发展之快是令人惊奇的。如美国的SCR-584炮火控制雷达,确定目标的角坐标精度已达 0.06° ,采用了圆锥扫描自动跟踪,还配有完善的指挥仪,它服役以后,极大地提高了高炮对飞机的命中率。美国麻省理工学院的辐射实验室的研究人员,将伯德的反馈放大器理论、过程的PID控制以及维纳提出的随机过程理论结合起来,提出了一整套伺服机构(Servomechanism)的设计方法。

战后,随着第二次世界大战期间很多理论及实践成果的公布,控制理论与技术出现了蓬勃发展的新阶段。1948年,从事飞机导航及控制研究的伊万斯(W. R. Evans)提出了“根轨迹”法理论,创建了用微分方程模型来分析系统性能的整套方法。由于根轨迹法的提出,控制工程发展的第一个阶段基本上完成了。建立在奈奎斯特判据及伊万斯根轨迹法两大基础之上的理论,目前通称为经典控制理论(Classical Control Theory)。它是立足于复数方法,以传递函数为数学模型,以传递函数所对应的系统零、极点分布来确定系统动态性能,用频域分析来进行系统的分析和综合的。它的优点是计算量小,物理概念清晰,并可用实验方法来建立系统的数学模型。所以长期以来,得到了不断的发展、完善和广泛的应用。

但是,经典控制理论有着一些固有的局限:①它主要适用于线性定常系统,难于应用到非线性系统或时变系统中;②它研究的主要对象是具有单输入、单输出的单变量系统,难于应用到具有多输入、多输出的多变量系统;③它以传递函数为基础,只讨论系统外部输入量与输出量之间的关系,因此当系统的内部特性中含有的某些因素,在外部特性中反映不出来时,这种方法就可能得出错误的结论;④它是在频域范围内研究系统的时间变化特性,因此是一种间接的方法,只能判断系统运动的主要特性,得不出系统运动的精确曲线。

20世纪50年代末、60年代初,现代控制理论(Modern Control Theory)在经典控制理论的基础上发展起来,它的主要标志是贝尔曼等人提出的状态空间法(State Space Methods)、庞特里亚金极大值原理(Pontryagin's Maximum Principle)、贝尔曼动态规划法(Bellman's Dynamic Programming Methods)、卡尔曼的能控性能观测性理论(Controllability and Observability)及最佳滤波理论

(Optimal Filtering Theory)。它主要通过状态空间方法,在时域范围内研究系统状态的运动规律,并实现最优化设计。现代控制理论是伴随着空间技术的发展和更复杂的工业过程控制而发展的,并和 60 年代以来计算机的发展紧密结合,克服了经典控制理论的许多局限性,显示了强大的生命力。现代控制理论主要用来解决具有多输入、多输出的多变量系统的问题。系统可以是线性或非线性的、定常或时变的、集中参数或分布参数的,它适于解决大型复杂系统的控制问题,而且不限于单纯的闭环控制,可扩展为适应环、学习环控制。它的分析和综合的目标,是要揭示系统内在的规律,并通过结构辨识与参数估计,针对一定的综合性能指标,实现系统的最佳估计和最佳控制。

有些作者把 20 世纪 70 年代以来现代控制理论的新发展——大系统理论和智能控制理论,称为第三代控制理论。所谓大系统,就是规模十分庞大的信息与控制系统,如大型交通运输系统、大型电力网、大型通信网、大型空间探测系统等,它们大都包括若干子系统,并与有控制能力的电子计算机相结合,智能控制系统则是与人工智能相结合的信息与控制系统;另外,20 世纪 90 年代末以来,不少研究者提出充分地利用现在的一切技术,同时从时间域和频率域两种方法来设计控制系统,即择优控制(Elective Control)。

习 题

- 1-1 试举出家用电器中两种开环控制系统,两种闭环控制系统的例子。
- 1-2 画出电子稳压器的方块图,并说明它是开环、还是闭环控制系统。
- 1-3 如果在一个闭环控制系统中,反馈信号接成与参考输入信号相加,会产生什么现象?
- 1-4 画出行人在人行道上步行的控制系统方块图。
- 1-5 画出一种反映日常经济规律的闭环控制系统的方块图。

第二章 系统的数学模型

要设计一个自动控制系统,必须首先分析它的静态及动态性能。系统的分析通常是通过系统的数学模型来进行的。系统的数学模型确定了系统各变量之间的定量关系。表征一个系统的模型有很多种,如时域模型有微分方程(差分方程)、冲激响应函数模型、状态空间模型等;频域模型有传递函数模型、频率响应函数模型等。不同的近似程度又产生了不同的简化模型。我们可以用复杂的高阶微分方程来较准确地表示一个系统,但一般均采用近似的、简化的数学模型。对简化模型,一方面要求它能足够精确地描述该系统的动态性能,另一方面又要求它尽量简洁,以便于分析和计算。

本章的讨论仅限于线性、定常、连续系统,并分别研究以下两种模型。

第一种是属于经典控制理论的传递函数模型。这是一种输入输出描述。这时感兴趣的是输入对输出的作用,也即输出对输入的响应。

第二种是属于现代控制理论,用状态空间方法表示的模型。状态空间模型不但描述了系统的输入-输出关系,也描述了系统的内部特性。它特别适用于分析多输入-多输出系统,并能用于研究时变系统、非线性系统、随机系统及实现最优控制。

本章还将讨论这两种模型之间的联系及其互相转换。

§ 2-1 系统的经典数学模型

一、传递函数

1. 概念

传递函数(Transfer Function)是描述线性定常系统输入-输出关系的一种最常用的表示式,在小信号工作时,一个非线性问题可以用线性化的方法处理。

系统的传递函数可以定义为在所有初始条件均为零时,系统输出的拉氏变换与系统输入的拉氏变换之比。

设有一线性定常系统,其微分方程表示式为:

$$\begin{aligned} & a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_1 y^{(1)} + a_0 y^{(0)} \\ & = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \cdots + b_1 u^{(1)} + b_0 u^{(0)} \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中, y 表示系统输出; u 表示系统输入。假定所有初始条件均为零,上式的拉氏变换可写为

$$\begin{aligned} & (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) Y(s) \\ & = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) U(s) \end{aligned}$$

由此可得系统的传递函数 $G(s)$ 为

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (2-2)$$

2. 性质

(1) 传递函数的定义,只是针对连续、线性、定常(时不变)系统的。

(2) 传递函数通常是复变量 s 的有理分式,其分子、分母多项式各项系数均为实数,这些系数均由系统的物理参数所确定。

(3) 传递函数表征了系统本身的特性,它是系统动态性能的解析描述,它与输入激励无关,也与初始条件无关。

(4) 传递函数并不是系统具体物理结构的描述,所以对于许多物理性质截然不同的系统,如机械系统、电子系统、热传导系统,都可以具有相同的传递函数。

(5) 传递函数的分母多项式为

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 \quad (2-3)$$

式(2-3)就是系统的特征多项式(Characteristic Polynomial),它的阶次,也就代表了系统的阶次。

(6) 传递函数分母多项式 $D(s)$ 的阶次 n , 高于或等于分子多项式的阶次 m , 即 $n \geq m$ 。理论上我们虽可以写出具有 $n < m$ 的传递函数,但由于一切系统均有惯性,且系统的信号能量是有限的,在物理上是构造不出这样的系统与环节的。

(7) 传递函数因式分解后,可以写成

$$G(s) = \frac{K(s - z_1)(s - z_2) \cdots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)} \quad (2-4)$$

式中, $z_1, z_2, \cdots, z_m$ 称为传递函数的零点, $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 称为传递函数的极点。

由于传递函数中,分子及分母各项系数均为实数,所以传递函数若具有复数零、极点,则其复数零、极点必然是呈共轭出现的。

注意,传递函数分子分母两多项式若有公因子时,其公因子可以消去,传递函数变成最简的分式,这称为零极点相消(Pole-zero Cancellation)。因此,只有当式(2-2)中的分子及分母多项式间没有公因子时,传递函数的零、极点才会和系统的零、极点完全相同;分母多项式的阶次才代表系统的阶次。

(8) 引入无限零、极点的概念后,可以认为系统(或其传递函数)的零、极点数目总是相等的。

m 与 n 一般是不等的,但当 $s \rightarrow \infty$ 时,有

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = K \cdot \lim_{s \rightarrow \infty} s^{m-n} \quad (2-5)$$

当 $n > m$ 时, $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = 0$, 可以认为 $s \rightarrow \infty$ 时,即在 s 平面的无穷处,有 $n - m$ 个零点;同时,当 $n < m$ 时, $\lim_{s \rightarrow \infty} G(s) = \infty$, 可以认为 $s \rightarrow \infty$ 时,即在 s 平面的无穷远处,有 $m - n$ 个极点。这种无穷远处的零点或极点,称为无限零点或无限极点。这样,系统或系统的传递函数的有限极点与无限极点的总数,一定等于其有限零点与无限零点的总数。

[例 2-1] 求如图 2-1 所示 RC 网络的传递函数。

解 该网络的微分方程为

$$RC \frac{du_o(t)}{dt} + u_o(t) = u_i(t)$$

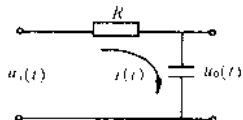


图 2-1 RC 网络

该网络具有零初始条件,对上式两边同时取拉氏变换,并整理得该网络的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} = \frac{1}{Ts + 1}$$

式中 $T = RC$ 是时间常数。