

高寒草甸生态系统的 若干数学模拟模型

周 立 王祖望 主编

科学出版社

高寒草甸生态系统研究的 若干数学模拟模型

周 立 王祖望 主编

国家自然科学基金资助项目

中国科学院海北高寒草甸生态系统定位站基金资助项目

中国科学院重点课题资助项目

科学出版社

内 容 简 介

中国科学院海北高寒草甸生态系统定位站的科研工作者建立了若干数学模拟模型。本书收集了高寒草甸生态系统非生命亚系统模拟模型及应用程序，高寒草甸生态系统初级生产者亚系统模拟模型及应用程序，高寒草甸生态系统消费者亚系统生物量动态模型，以及高寒草甸生态系统分解者亚系统模型。

可供生态学、应用数学、数学生态、畜牧业及草原管理专业的科研人员及大专院校有关专业师生参考。

高寒草甸生态系统研究的 若干数学模拟模型

周立 王祖望 主编

责任编辑 张耀逊

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

北京怀柔县黄坎印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1991年6月第一版 开本：787×1092 1/16

1991年6月第一次印刷 印张：12

印数：0001—780 字数：268 000

ISBN 7-03-002454-0/Q·334

定价：12.30 元

序

系统分析与数学模拟模型的建造在现代生态学中不论在理论上或实践上，都占有十分重要的地位。由于诸多原因，我国在这方面远远落后于一些国家。近年来，由于以马世骏先生为首的许多生态学家的大力提倡，并得到广泛响应，系统分析与数学模拟模型在我国建立起来并得到较快的发展，各种系统分析的论文不断出现。但是对规模较大、涉及较全面的工作仍不太多。本书中的各项工作力图从高寒草甸生态系统中的亚系统水平加以探讨，如生产者亚系统、消费者亚系统等，此外，还对经济-生态系统复合体的研究也作了一些尝试。

中国科学院海北高寒草甸生态系统定位站自1976年建站以来，已经历了12年之久，度过了13个夏季。在这段时间内，30多位不同专业的同志，付出了大量的辛劳，在该草甸各亚系统以及其他方面收集到大量的数据。在此基础上为试图进行不同层次的模拟模型的建造提供了初步的且较为具体的条件。有些小的模型已零星地发表了，但亚系统级的模型建造，较为费力。我们首先从消费者亚系统进行探讨，在王祖望同志的组织领导下，魏善武同志负责数学问题，周立同志负责计算问题，广泛利用已有的数据，初步建立成功，取得了建造模型的经验，随后，较顺利地建立了生产者和非生命环境等亚系统的模型。同时，由于社会上对自然科学与社会科学相结合的要求日益强烈，故在经济-生态复合系统方面也做了一些工作。但总的来讲，建造这样复杂的数学模型，还是尝试性的，缺点一定不少，而所依据的数据，由于时间不够长，对多年的变动情况还掌握不准，测据方法有时亦有变动，且方法不可能十分完善与先进，有不少地方尚需借助国内外材料加以测估，因此，不完善之处在所难免。

当然，一个模型是否合用，是否有理论价值，要通过实践检验才能确定。但我深信这部分工作对高寒草甸上的生产实践和生态系统的系统分析的发展会有一定的参考价值和促进作用。

夏式平

1988年10月16日于西宁

KAD94/61

• • •

前　　言

生态系统是很复杂的，它的众多组分之间存在着既相互协调又相互制约的关系。这些组分交互作用的结果表征为系统的结构和功能。系统内物质的新陈代谢、能量的变换和信息的传递是系统状态变化的内在原因。生态系统作为一个功能整体具有自我调节能力，使其保持相对平衡的有组织状态。系统内生物群落与非生命环境之间，以及其自身组分之间的相互反馈作用，主要决定着生态系统的演替进程。

要从整体上认识这样一个复杂系统和掌握它的运动规律，一般性的野外考察和割裂系统内部联系的单项试验研究是不够的，需要进行考虑系统内所有相互作用关系和相互依附的物质流、能流及信息流的系统分析，即建立系统水平的数学模型及模拟结果的综合分析。数学模型应反映生态系统的特性和准确的机制关系。它既是对各个侧面的野外和实验室研究的总结、关于生态系统的知识库，又反过来指导野外和实验室的研究方向。

采用数学模型研究生态系统内相互作用的不同营养层次的动态，已有很长的历史。最早可以追溯到 Lotka (1925) 探讨捕食者-被捕食者系统。60年代初期提出的“国际生物学计划(GBP)”和作为该计划的一部分，继之于 1968 年开始的“草地生物学计划(GBP)”，以及其后的“人与生物圈(MAB)”等关于全球生物圈的国际合作研究计划，都积极倡导用系统分析的方法研究生态系统。(在这些国际组织的推动下，生态系统模型建造研究取得了突飞猛进的发展，产生了一大批不同类型生态系统的系统水平的数学模型，定量地阐述了这些系统的结构、功能及其变化，形成了崭新的系统生态学。

生态系统的研究历史和实践表明，数学模型不仅是抽象生态系统的简明、精确的形式和认知系统的有效工具，而且在生态系统的控制管理中也有广阔的应用前景。

人口急剧增长、生态环境破坏、粮食短缺和能源危机是当今世界人类的几大难题。生态环境的破坏引起生物资源的锐减和气候、土壤状况的恶化，其严重程度已威胁到人类自身的生存。以草地生态系统为例，我国草地面积占很大的比例，但草场管理方式原始落后，经济效益低下，资源浪费严重。由于在管理中缺乏科学指导，草地生态环境破坏严重。据统计全国约有 1/3 的草场不同程度地退化，初级生产力下降 30—50%，优良牧草减少，牧草品质下降。从而导致次级生产力下降，家畜体型逐年变小，体重减轻，能量转换效率降低，出栏率和商品率下降。任何生态系统都有一定的承受和恢复限度。如果这种状况继续下去，必然会加剧草地生态系统的恶性循环，生态环境逐年恶化，土壤侵蚀逐年加重，土壤肥力逐年降低，小气候变坏，甚至变成不毛之地，畜牧业生产环境破坏殆尽。因此，为了给子孙后代留下持续稳定的草地资源和珍贵的生物基因库，现阶段又能获得较大的经济收益，草地管理科学化是迫在眉睫的课题。其他类型的生态环境也面临着同样严峻的形势。

生态系统遭到破坏，其根本原因是人类对生态系统的认识不足和管理不善。在草地生态系统中，人类放牧家畜、改造自然草地、控制有害动物的数量等活动都不同程度地开发利用和干扰着自然草地生态系统。因此，人们研究的所谓自然草地生态系统实际上大

都是包含人类活动影响的半自然草地生态系统。人类在草地上社会经济活动的目的是获得尽可能多的畜产品，以满足人类日益增长的需要，所以半自然的草地生态系统实际上是开放的放牧生态系统。生态系统处于不断的演替运动之中，那种急功近利、掠夺式地利用草场资源，或者只考虑局部的片面盲目生态管理决策，往往会造成灾难性的后果；破坏了相对平衡的生态系统可能朝着不利于人类的方向演替，甚至于崩溃。历史上和现实中，国内外都有不少由于人类管理不善遭受自然惩罚的例子。

如果在深入研究和知识积累的基础上，建造了真实反映生态系统运行机制的数学模型，并将其计算机程序化（即生态系统模拟模型），只须在计算机上短时间的模拟，就能预测在各种扰动下和管理策略下生态系统的行，甚至于长期的影响。假如在此基础之上引入优化决策方法，统筹兼顾生态、环境、经济和社会效益，数学模型就能为我们制定出生态系统的优化管理方案。因此，数学模型是按照生态系统运动规律制定其管理、合理开发利用和保护决策的强有力工具。这一点已为发达国家的管理经验所证明。当然，受认识深度的限制，数学模型不可能那样尽善尽美，只能随着人类认识的深化而逐步修改完善。

高寒草甸生态系统的研究，在夏武平教授的关心和指导下，经过十余年的努力，已积累了大量基础数据并取得了一批研究成果。纵观国内外发展趋势，从系统研究开始，夏武平教授就积极倡导和促进系统数学模型的建造。系统数学模型的研究需要庞大的人力、财力以及多学科的相互交叉渗透，限于我们的水平和条件，到目前为止只初步建造了一些亚系统水平的模拟模型，在这个方向上迈出了第一步。本书收集的几个模型是对高寒草甸生态系统模型建造研究的初步尝试，缺点甚至谬误之处在所难免，只期望能起到一个交流和抛砖引玉的作用。随着系统研究的深入，各个侧面的积累增多，在统筹计划之下建造、验证高寒草甸生态系统全系统数学模型指日可待。

高寒草甸生态系统是开放的放牧系统，人类于其中的社会经济活动必然会影响生态系统并受其制约；从宏观上紧密相连的两者构成了一个更大的系统：社会经济生态复合系统。马世骏教授很早就认识到这个系统研究的重大意义及其在社会发展中的潜在应用前景。在马世骏教授的倡导和关心下，我们进行了一些初步探索尝试。深入地探讨复合系统的社会经济和生态运行机制，将社会科学与自然科学结合起来，建造复合系统的数学模型将是我们的后继课题。

我们相信，数学模型的建造必将加深对生态系统的认识，推进我国资源环境管理和决策科学化的进程，使子孙后代永世受益。

周立 王祖望
1988年11月23日于西宁

目 录

序

前言

高寒草甸生态系统非生命亚系统模拟模型及应用程序：方案 1.0 周立 (1)

高寒草甸生态系统初级生产者亚系统模拟模型及应用程序：方案 1.0

..... 周立 王启基 (45)

高寒草甸生态系统消费者亚系统生物量动态模型 (QHB) 的研究

I. 消费者亚系统的主要组成成分及建模代表种的选择 王祖

望，魏善武，周立，皮南林，梁杰荣，刘季科，郑生武，张晓爱 (112)

高寒草甸生态系统消费者亚系统生物量动态模型的研究

II. 消费者亚系统生物量动态模型的构造 魏善

武，周立，王祖望，皮南林，梁杰荣，刘季科，郑生武，张晓爱 (123)

高寒草甸生态系统消费者亚系统生物量动态模型的研究

III. 消费者亚系统生物量动态模型的模拟过程与结果讨论

周立，王祖望，魏善武，皮南林，梁杰荣，刘季科，郑生武，张晓爱 (144)

高寒草甸生态系统分解者亚系统模型的研究

..... 李家藻，杨涛，孙希春，张忠志，张连堂 (165)

CONTENTS

Foreword

Preface

- A simulation model and the model program for abiotic subsystem in the alpine meadow ecosystem; Version 1.0.....Zhou Li (42)
- A simulation model for primary producer subsystem in the alpine meadow ecosystem; Version 1.0 Zhou Li and Wang Qiji (109)
- Studies on the simulation model of biomass dynamics for consumer subsystem in the alpine meadow ecosystem
- I. The main components of consumer subsystem and the selection of modeling species
.....Wang Zuwang, Wei Shanwu, Zhou Li, Pi Nanlin, Liang Jierong, Liu Jike, Zheng Shengwu and Zhang Xiao'ai (120)
 - Study on the biomass dynamic model of consumer subsystem of the alpine meadow ecosystems
 - II. A structure of the biomass dynamic model for consumer subsystem
.....Wei Shanwu, Zhou Li, Wang Zuwang, Pi Nanlin, Liang Jierong, Liu Jike, Zheng, Shengwa and Zhang Xiao'ai (141)
 - Study on the biomass dynamic model of consumer subsystem in the alpine meadow ecosystem
 - III. The simulating process, simulated results and discussion of the biomass dynamic model of consumer subsystem
.....Zhou Li, Wang Zuwang, Wei Shanwu, Pi Nanlin, Liang Jierong, Liu Jike, Zhen Shenwu and Zhang Xiao'ai (162)
- Study on a simulation model for decomposition in an alpine meadow.....Li Jiazao, Yang Tao, Sun Xichun, Zhang Zhizhong and Zhang Liantang (181)

高寒草甸生态系统非生命亚系统模拟 模型及应用程序：方案 1.0

周 立

(中国科学院西北高原生物研究所)

一、引言

生态系统是复杂的、多营养层次的，由许多既相互关联又相互制约的亚系统构成的矛盾运动统一功能体。这些亚系统之间的结合方式和相互矛盾又相互协调的关系决定着整个系统的结构和功能。在系统的内部不断地进行着物质的新陈代谢、能量的交换和信息的传递。由于系统的自我调节控制作用，使生态系统随着时间的推移，保持着与外界相对平衡、适应环境变化的有组织状态。系统的结构和功能的变化通常是各亚系统相互作用的结果。

要完整地认识生态系统这样一个复杂的功能整体，割裂系统内各亚系统相互联系的隔离研究方法已不能适应研究目的需要；着眼于系统整体的系统分析方法是主要的研究工具。系统分析方法根据系统的特性和运行机制，用构造系统内数量关系数学模型的方法定量地研究系统，用状态来描述系统的行为。依据现代控制论，系统数学模型的基本形式是状态方程，状态变量之间的联系纽带是流（速率）变量，主要的分析方法是状态空间分析方法。鉴于生态系统的复杂性，一般通过电子计算机进行模拟。

生物群落的环境条件——气候（小气候）及土壤结构、土壤水分、土壤热和土壤肥力等土壤状况的变化，决定了生物群落的变化，甚至动植物物种的变化；反之，生物群落，尤其是植物种类和数量的变化，改变着气候（小气候）和土壤状况。生态系统内非生命部分（物理环境）与有生命部分（生物群落）之间的互相反馈作用，决定着生态系统的演替。因此，物理环境是生态系统中对生物群落起驱动作用的重要组成部分。众所周知，研究的目的不同，所研究的系统界面也不同，因而环境包含的内容不同。当以整个生态系统作为研究目标时，系统的边界是上至大气上界，下至一定深度、明显影响系统的地表层，亦即气候等非生物变量也是系统的状态变量。

为了便于研究和模拟生态系统，按着等级结构原则，将其分解为一组较为简单、相互联系的亚系统。一般说来，是按功能单位来划分亚系统。鉴于土壤营养物质（主要是N, P, K）在生态系统中流动的复杂性，通常在亚系统划分上将该功能部分单独划为一个亚系统；生物群落物理环境中其余的功能部分划归一个亚系统，称为生态系统的非生命亚系统。非生命亚系统研究气候变量（包括土壤水、热变量）的特征、变化规律以及与其他亚系统的相互关系，为其他亚系统提供环境驱动变量。土壤结构影响着植物对土

壤水的利用，甚至植物的某些生理因子。反之，生物群落也在改变着成土过程和土壤结构，但这种变化是缓慢的、相对稳定的，故将土壤结构作为亚系统的不变因子，用输入参数表示其特性。非生命亚系统所包含的组分和物理过程可区分为水、光、热3种类型，因光和热都来自太阳辐射，是能量的不同转换形式，故非生命亚系统细分为水亚亚系统和热亚亚系统。

高寒草甸所处的特殊地理位置，决定了高寒草甸生态系统有其独特的性质和变化规律。高寒草甸生态系统的研究，就是要在各个侧面的基本调查研究的基础上，从整体上定量地掌握它的结构和功能。任何系统都伴有属于不同性质又相互依附的物质流、能量流和信息流，只有通过对系统内这些流的定量研究，才能定量地阐述系统的结构和功能。流是系统状态改变的原因，建立一个以这些流为主线的系统规模的数学模型，模拟系统的行为，进行系统分析，是达到上述目标，特别是回答诸如：在气候的扰动下各营养层次生物群落的生物量动态；高寒草甸草场的负载能力；不同放牧强度、不同家畜种群结构下的收益，初级生产者组成、结构、营养和生产力的变化，有害啮齿类消费者的反应；物质和能量的流动与分配；灌水、施肥等管理措施对提高初级生产力的作用等问题的有效途径。这不仅在理论上和指导我们的研究方向上有重大意义，而且也为人们合理开发、利用高寒草甸资源，管理高寒草甸生态系统，寻求经济效益、生态效益和社会效益的最佳统一提供了一个强有力的工具。生态系统在不断的演替运动之中，盲目地追求短期经济效益或只考虑局部、片面的生态决策往往带来难以逆转，甚至灾难性的后果。平衡遭到破坏的生态系统可能发生不利于人类的演替或经过长时间的次生演替才能得以恢复。利用系统模拟模型，只须在数字计算机上短时间的模拟仿真，就能预测管理决策的效果。

模型化非生命亚系统，是建造全系统模型的一项先行工作，限于认识深度和数据积累，有待于继续完善。

近20多年来，生态系统的研究在国内外引起关注，特别是在60年代后期开始执行的国际生物学计划（IBP）的推动下，美国国际生物学计划（IBP/US）就各种类型的生态系统进行了大量的系统模型建造和研究工作（Innis, 1976; Goodall 和 Perry, 1981; Breymeyer 和 Van Dyne, 1980）。在国内，围绕系统模型的研究工作正在稳步进行（黄策等, 1986; 王祖望等, 1991; 魏善武等, 1991; 周立等, 1991; 周立, 1986）。

二、模型结构

太阳辐射随时间周期变化，从而气候有规律地按季节演变。因此，我们按着年周期构造非生命亚系统模拟模型。

模型包含两个子模型：水子模型和热子模型。水子模型模拟大气中的降水过程、地面蒸发、植物蒸腾、地面水径流、土壤水渗漏和土壤水分的变化过程。热子模型模拟太阳辐射、日照时间、云层覆盖（云量）、相对日照率、日平均气温、地温、风速和相对湿度。模型的结构方框示意图见图1，为了简明清晰，图中没有画出信息控制流。

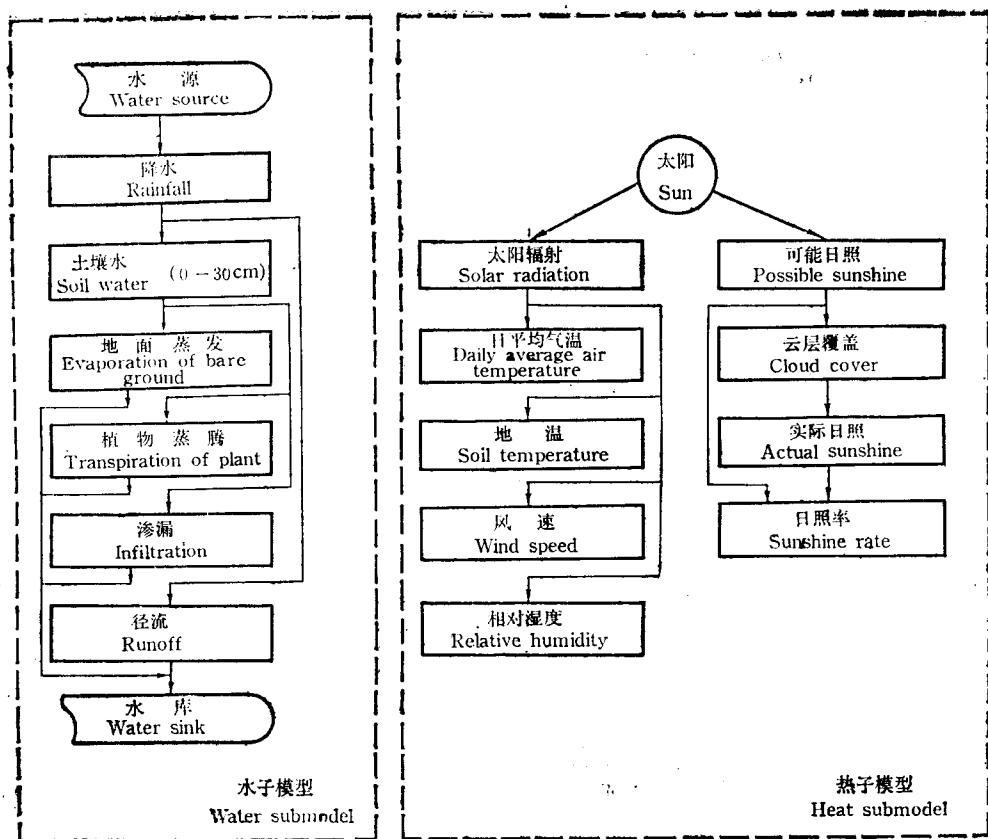


图1 非生命亚系统模拟模型结构方框图

Fig. 1 General compartment diagram of the simulation model structure of the abiotic subsystem in the alpine meadow ecosystem.

(一) 水子模型

1. 降水

大气降水是由云滴增大成雨滴，继而下降的过程。其形态可为液态（雨）或固态（雪、冰雹）。降水是大气和地面的各种因素相互作用的结果，具有一定统计规律的随机过程。我们通过两种方法模拟大气降水：随机降水和日平均降水。

(1) 随机降水 对于确定的每一天，只可能处于降水（以 R 表示）或不降水（以 NR 表示）两个状态之一。一年中每天的状态构成了一个时间序列，称之为过程并记为 $S(t)$ 。一般说来，第 t 天处于 R 状态或 NR 状态与第 t 天以前的时间序列有关。第 t 天的状态是一个随机变量，因此， $S(t)$ ($t = 1, 2, \dots, 365$) 是一个随机过程，完全由分布函数或概率密度函数确定了它的统计规律。为了减少拟合该时间序列，预测第 t 天状态的随机线性模型的复杂性，我们近似地假定这个过程是马尔柯夫 (Markov) 过程，即第 t 天的状态只与前一时间步的第 $t - \Delta t$ 天的状态有关，它的条件分布函数为：

$$F(S_n, t_n | S_{n-1}, S_{n-2}, \dots, S_1, t_{n-1}, t_{n-2}, \dots, t_1) \\ \equiv F(S_n, t_n | S_{n-1}, t_{n-1})$$

或条件概率密度函数（如果存在的话）

$$\begin{aligned} f(S_n, t_n | S_{n-1}, S_{n-2}, \dots, S_1, t_{n-1}, t_{n-2}, \dots, t_1) \\ \equiv f(S_n, t_n | S_{n-1}, t_{n-1}) \\ n = 1, 2, 3, \dots, 365 \end{aligned}$$

式中

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t$$

$$S_i = R \text{ 或 } NR$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Δt : 时间步长

由于马尔柯夫过程 $S(t)$ 在离散的时间点上 ($i = 1, 2, \dots, 365$) 取值有限的离散状态 (R 或 NR), 故可简单地建立一阶马尔柯夫链作为随机过程 $S(t)$ 的线性统计模型. 马尔柯夫链是通过转移矩阵描述时间序列状态转移的概率规律:

$$T_{\Delta t} = \begin{matrix} R & NR \\ R & \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \\ NR & \end{matrix} \quad (1)$$

这里

$T_{\Delta t}$: 状态转移概率矩阵, 因这个过程只有两个状态, 所以是一个二阶矩阵

Δt : 时间步长

C_{ij} : 从一个状态转移到下一时刻的一个状态的条件转移概率 ($i, j = 1, 2$), 其中

C_{11} : 第 $t - \Delta t$ 天降水 (处于 R 状态) 时, 第 t 天降水 (处于 R 状态) 的条件概率, 即 $C_{11} = P(R_t / R_{t-\Delta t})$, R_t 表示第 t 天处于 R 状态, $R_{t-\Delta t}$ 表示第 $t - \Delta t$ 天处于 R 状态

C_{12} : 第 $t - \Delta t$ 天降水时, 第 t 天不降水的条件概率, $C_{12} = P(NR_t / R_{t-\Delta t})$, NR_t 表示第 t 天处于不降水状态

C_{21} : 第 $t - \Delta t$ 天不降水时, 第 t 天降水的条件概率, $C_{21} = P(R_t / NR_{t-\Delta t})$, $NR_{t-\Delta t}$ 表示第 $t - \Delta t$ 天处于不降水状态

C_{22} : 第 $t - \Delta t$ 天不降水时, 第 t 天不降水的条件概率, $C_{22} = P(NR_t / NR_{t-\Delta t})$ 。容易看出, 转移矩阵 $T_{\Delta t}$ 是时间 t 和时间步长 Δt 的函数. 考虑到观测数据的分辨率, 在本模型中取定 $\Delta t = 1$ 天. 于是, 一年中的每一天都有一个状态转移矩阵.

为了减小计算 C_{ij} ($i, j = 1, 2$) 的工作量, 只要根据天气观测记录, 估计每天处于不降水状态 (NR) 的概率 $P(NR_t)$ ($t = 1, 2, \dots, 365$), 和前一天不降水的条件下该天也不降水的条件概率 $P(NR_t / NR_{t-1})$ ($= C_{22}$) ($t = 1, 2, \dots, 365$), 然后利用全概率公式:

$$\begin{aligned} P(NR_t) &= P(NR_t R_{t-1}) + P(NR_t NR_{t-1}) \\ &= P(R_{t-1}) P(NR_t / R_{t-1}) + P(NR_{t-1}) P(NR_t / NR_{t-1}) \end{aligned} \quad (2)$$

显然

$$P(R_{t-1}) = 1 - P(NR_{t-1}) \quad (3)$$

于是求得其余的 C_{ij} :

$$\begin{aligned} C_{12} &= P(NR_t / R_{t-1}) = \frac{\bar{P}(NR_t) - \bar{P}(NR_{t-1})}{1 - P(NR_{t-1})} \\ C_{21} &= P(R_t / NR_{t-1}) = 1 - P(NR_t / NR_{t-1}) \\ C_{11} &= P(R_t / R_{t-1}) = 1 - P(NR_t / R_{t-1}) \end{aligned} \quad (4)$$

由于马尔柯夫链是一个经验统计模型，估计 $P(NR_t)$ 及 $P(NR_t / NR_{t-1})$ 通常需要多年的观测数据，才能获得较为合适的总体概率或总体条件概率。 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t / NR_{t-1})$ 的估计方法，根据大数定律，一般是用频率和条件频率近似替代概率和条件概率

$$P(NR_t) = \frac{N_1^{(t)}}{N} \quad (5)$$

此处

N : 第 t 天的历史观测次数

$N_1^{(t)}$: 第 t 天不降水 (NR 状态) 的频数

$$P(NR_t / NR_{t-1}) = \frac{N_{11}^{(t)}}{N_1^{(t-1)}} \quad (6)$$

这里

$N_{11}^{(t-1)}$: 观测到的第 $t-1$ 天不降水 (NR 状态) 的频数

$N_{11}^{(t)}$: 由这些第 $t-1$ 天的 NR 状态转向第 t 天的 NR 状态的频数

而获得 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t / NR_{t-1})$ ($t = 1, 2, \dots, 365$)。由于 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t / NR_{t-1})$ 是作为参数输入到模型程序中，为了减少输入数据量，在本模型中采用下面方法估计 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t / NR_{t-1})$: 利用观测数据首先估计每个月的每天不降水 (处于 NR 状态) 的月平均概率，即 $P(NR_i)$ 的月平均值 $\bar{P}(NR_i)$ ($i = 1, 2, \dots, 12$)，然后由条件概率公式

$$\bar{P}(NR_t / NR_{t-1})_i = \bar{P}(NR_t NR_{t-1})_i / \bar{P}(NR_{t-1})_i \quad (7)$$

通过计算在一个月中相邻两天均不降水的频率，估计 $P(NR_t NR_{t-1})$ 的月平均值 $\bar{P}(NR_t NR_{t-1})_i$ ，从而获得 $P(NR_t / NR_{t-1})$ 的月平均值 $\bar{P}(NR_t / NR_{t-1})_i$ ($i = 1, 2, \dots, 12$)。为了更好地代表总体统计特性，应将由逐年观测数据求出的每月平均值 $\bar{P}(NR_i)_i$ 和 $\bar{P}(NR_t NR_{t-1})_i$ 按观测年数平均，如此得到的 $\bar{P}(NR_i)_i$ 和 $\bar{P}(NR_t / NR_{t-1})_i$ (通过 (7) 式) 是逐月历史平均概率值。这样一来，这二项输入参数由 730 个减少为 24 个。依据输入到模型程序中的该二项月平均概率值，我们利用福里哀 (Fourier) 级数去逼近离散时间序列，重新求得每天的 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t / NR_{t-1})$ 近似值，从而利用 (4) 式计算状态转移概率矩阵 $T_{\Delta t}$ 。

一个定义在 $[0, 2\pi]$ 区间上的连续光滑函数 $f(x)$ 的 Fourier 级数展开式为

$$f(x) = a_0 / 2 + \sum_{p=1}^{\infty} (a_p \cos px + b_p \sin px) \quad (8)$$

其中

$$a_p = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos px dx \quad (p = 0, 1, \dots) \quad (9)$$

$$b_p = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin px dx \quad (p = 1, 2, \dots)$$

并且右端的 Fourier 级数在 $(0, 2\pi)$ 上处处收敛于 $f(x)$, 在边界点收敛于 $f(0) + f(2\pi)/2$. 由于 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t/NR_{t-1})$ 是定义在 0—365 天时间区间上的函数, 故将 $f(x)$ 及其 Fourier 级数变换到 $[0, 365]$ 区间. 令 $x = \frac{2\pi t}{365}$, $t \in [0, 365]$, 若 $f(x)$ 经变换后用 $f(t)$ 表示, 则

$$f(t) = a_0/2 + \sum_{p=1}^{\infty} \left(a_p \cos \frac{2\pi p t}{365} + b_p \sin \frac{2\pi p t}{365} \right) \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} a_p &= \frac{2}{365} \int_0^{365} f(t) \cos \frac{2\pi p t}{365} dt \\ &\quad (p = 0, 1, 2, \dots) \\ b_p &= \frac{2}{365} \int_0^{365} f(t) \sin \frac{2\pi p t}{365} dt \\ &\quad (p = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (11)$$

在区间 $(0, 365)$ 上处处收敛. 令 $f(t)$ 表示 $P(NR_t)$ 或 $P(NR_t/NR_{t-1})$, 则 $f(t)$ 是一个已知 12 个月平均值的离散函数, 可以认为通过某种方式 $f(t)$ 已被平滑连续化. 通常一个变化较均匀的单调函数 $f(t)$, 在月中近似等于该月的平均值

$$f(\text{第 } i \text{ 个月月中}) = f_i \quad (12)$$

这里 f_i 是第 i 个月 ($i = 1, 2, \dots, 12$) $f(t)$ 的平均值. 经过这样处理的函数 $f(t)$, 可以在 $(0, 365)$ 区间上展成 Fourier 级数. 为了计算 Fourier 级数的系数 a_p 和 b_p , 将式 (11) 的积分用数值积分近似替代. 将时间区间 $(0, 365)$ 分为 12 等分, 每一等分的长度 $\Delta L = \frac{365}{12}$, 分点的位置 $L_i = i\Delta L$ ($i = 0, 1, 2, \dots, 12$), ΔL 近似等于一个月的时间长度. 每月的月中点位于 $D_j = \Delta L/2 + (j-1)\Delta L$ ($j = 1, 2, \dots, 12$), 由 (12) 式, $f(D_j) = f_j$ ($j = 1, 2, \dots, 12$). 利用 D_j 上的函数值 f_j ($j = 1, 2, \dots, 12$), 通过矩形求积公式用数值积分近似替代 (11) 式中的积分, 计算出 a_p, b_p

$$\begin{aligned} a_p &= \frac{1}{6} \sum_{j=1}^{12} f_j \cos \frac{2\pi p D_j}{365} \\ &\quad (p = 0, 1, \dots) \\ b_p &= \frac{1}{6} \sum_{j=1}^{12} f_j \sin \frac{2\pi p D_j}{365} \\ &\quad (p = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (13)$$

根据 Fourier 级数 (10) 的收敛性, (10) 式可以近似地写成有限形式

$$f(t) \approx a_0/2 + \sum_{p=1}^5 \left(a_p \cos \frac{2\pi p t}{365} + b_p \sin \frac{2\pi p t}{365} \right) \quad (14)$$

式中 a_p ($p = 0, 1, \dots, 5$) 和 b_p ($p = 1, 2, \dots, 5$) 由 (13) 式计算. 利用 (14) 式, 可以计算出每一天 t 的函数值 $f(t)$ ($t = 1, 2, \dots, 365$) 的近似值, 即 $P(NR_t)$ 和 $P(NR_t/NR_{t-1})$ 的每天值. (10) 式中的 Fourier 系数 a_p, b_p , 随着 p 的增大衰减得很快, 高次谐波的作用很小, 因此, 在精度不高时, (14) 式亦可展成 3 项, 即展至一次正、余弦波项.

确定了第 $t-1$ 天状态转移概率矩阵 T_{4t} 后, 可以用两种方法去预测第 t 天是否降水:

1) 根据矩阵 $T_{\Delta t}$ 的元素 C_{ij} ($i, j = 1, 2$) 和第 $t-1$ 天所处的状态 (R 或 NR)，直接预测第 t 天的状态。设第 $t-1$ 天是降水天 (R)，那么从第 $t-1$ 天的 R 状态，通过矩阵 $T_{\Delta t}$ 的第一行 (R 行) (见 (1) 式) 向第 t 天 R 状态 (转移概率为 C_{11}) 或 NR 状态 (转移概率为 C_{12}) 转移，接着统计规律，概率大的事件比概率小的事件发生可能性大，因此，若 $C_{11} > C_{12}$ ，则第 t 天降水 (R)，反之，若 $C_{11} < C_{12}$ ，则第 t 天不降水 (NR)。假如第 $t-1$ 天是不降水天 (NR)，预测第 t 天状态的过程完全类似。对于 $C_{11} = C_{12}$ 或 $C_{21} = C_{22}$ 的情况，可构造高阶马尔柯夫链预测第 t 天的状态，亦可人为地指定这种特殊情况下第 t 天的状态。

2) 概率模拟方法 (Monte Carlo 方法)。利用均匀分布随机变量的抽样序列模拟降水 (R) 或不降水 (NR) 随机过程。引入概率向量

$$P_t = \begin{bmatrix} P_R \\ P_{NR} \end{bmatrix}_t$$

P_R 、 P_{NR} 分别表示第 t 天处于 R 和 NR 状态的概率，则可根据第 $t-1$ 天的概率向量 P_{t-1} ，计算第 t 天的概率向量 P_t

$$P_t = T_{\Delta t}^T P_{t-1} \quad (15)$$

或

$$\begin{bmatrix} P_R \\ P_{NR} \end{bmatrix}_t = \begin{matrix} R \\ NR \end{matrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_R \\ P_{NR} \end{bmatrix}_{t-1} \quad (16)$$

这里上标 T 表示矩阵转置。如果第 $t-1$ 天的状态已知，若为 R 状态，则， $P_{t-1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ，反之， $P_{t-1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，那么

$$P_t = T_{\Delta t}^T P_{t-1} = \begin{cases} \begin{bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{bmatrix}, & \text{当第 } t-1 \text{ 天降水} \\ \begin{bmatrix} C_{21} \\ C_{22} \end{bmatrix}, & \text{当第 } t-1 \text{ 天不降水} \end{cases} \quad (17)$$

我们从第 $t-1$ 天开始随机游动：在计算机中产生一个标准均匀分布的伪随机数 r ，当第 $t-1$ 天处于 R 状态时，若 $r \leq C_{11}$ ，则第 t 天降水 (R)，反之，第 t 天不降水 (NR)；当第 $t-1$ 天处于 NR 状态时，若 $r \leq C_{21}$ ，则第 t 天降水，否则不降水。根据均匀分布随机数 r 的统计性质，假若对第 t 天随机抽样的次数充分多，显然有第 t 天降水的概率 $= C_{11}$ 或 C_{21} 。这样，我们获得了随机过程 $S(t)$ ($t = 1, 2, \dots, 365$) 的一个随机抽样序列。容易看出，只要继续随机游动，可以随机模拟任意年数的降水是否出现的过程。本模型采用蒙特卡洛 (Monte Carlo) 方法模拟每天是否出现降水。

概率统计模拟方法，需要产生大量的随机数，我们利用乘同余法去产生周期长，统计性质优的伪随机数。

初始天 (模拟开始的第 1 天) 的状态 (R 或 NR)，也采用概率模拟。产生一个标准均匀分布的伪随机数 r ，若 $r \leq$ 初始天不降水的概率 $P(NR_{t_0})$ ，则初始天不降水 (NR 状态)，否则降水 (R 状态)。

一旦经上述模拟方法预报第 t 天降水，第 t 天的降水量(毫米)也采用Monte Carlo方法模拟。根据降水量观测数据和文献报道(么枕生，1963)，每日降水量的频数曲线是一指数曲线，即日降水量是指数分布的随机变量。为了用随机抽样序列模拟每日降水量，必须获得指数分布的伪随机数。我们利用计算机产生的标准均匀分布的伪随机数 r ，通过数学变换的方法来产生指数分布的伪随机数。指数分布随机变量的概率密度函数为 $\rho(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ ($\lambda > 0$)，众所周知，任何一种分布的随机变量的分布函数 $F(x)$ ，是 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的随机变量，因此

$$r = F(q) = \int_0^q \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (18)$$

$$q = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-r) \quad (19)$$

由于 r 是均匀分布的， $\ln(1-r)$ 等价于 $\ln r$ ，故

$$q = -\frac{1}{\lambda} \ln r \quad (20)$$

q 是指数分布的伪随机变量，它的期望 $E(q) = \frac{1}{\lambda}$ ，方差 $D(q) = \frac{1}{\lambda^2}$ 。我们令 $\frac{1}{\lambda}$ =第 t 天的平均降水量(毫米)，通过产生标准均匀分布的伪随机数 r ，利用(20)式得到了距期望值 $\frac{1}{\lambda}$ (日平均降水量)带随机偏差的指数分布的日降水量的随机抽样，即第 t 天的降水量。第 t 天的平均降水量是用历年来统计的月平均日降水量数据，通过有限Fourier级数展开式(14)计算的，其计算方法与获得每日概率值 $P(NR_t)$ 的计算完全类似，此处不再赘述。

许多学者(Gringorten, 1966; Wiser, 1966; Caskey, 1963)通过模拟实践后指出，建造一阶马尔柯夫链和使用蒙特卡洛方法对于模拟千变万化的气候变量或降水事件是有效的途径，模拟结果的统计规律与观测样本的统计规律相符。

(2) 日平均降水 只考虑降水过程的平均效应，而不模拟降水的随机可变性。假定每天都降水，其降水量等于日平均降水量。日平均降水量的计算方法同于随机降水中第 t 天平均降水量的确定方法。

2. 蒸发蒸腾

大气降水的一部分可能被植被阻断，另一部分直接降落到地表。植被阻断水的一部分可能流到地表，另一部分残留在植株表面，称之为植株阻断水。降到或流到地表的水一部分可能成为沿地表运动的径流，另一部分渗进土壤。径流的大小取决于地面的倾斜坡度、降水量大小以及活的和死的、站立和落到地面上的植被物的多少。如果地表有枯枝落叶等凋落物覆盖，渗进土壤的那部分地表水，必须经过枯枝落叶层再渗入土壤，其中有一部分被枯枝落叶层阻断吸附。蒸发阻力小(水势高)的水蒸发得快，因此植株阻断水和枯枝落叶层阻断水蒸发得快，土壤水蒸发得慢。被植物覆盖的地面，由于植物对太阳辐射及风的阻挡作用和蒸腾作用，引起局部小气候温度降低、风速减小、湿度增高，地面蒸发减少。显然植物覆盖度越高、小气候改变越大，地面蒸发也越少。

海北高寒草甸严寒多风，高原空气干洁稀薄、太阳辐射强烈，尤其是短波段紫蓝光

比例大，使得高寒草甸大部分植物植株矮小、密集丛生、分蘖点在地下或地表、叶片狭小，因此，植株阻断水主要集中于地表。由于近地表的植株、枯枝落叶层阻断水，作为蒸发总量的一部分蒸发得快、首先被蒸发掉，剩余部分被土壤水蒸发补充；为了简化蒸发过程，把这些阻断水合并到土壤水一起考虑，对蒸发总量影响不大。这样，蒸发就是指地面蒸发，即土壤水的蒸发。

物理蒸发和植物的蒸腾通常总称为蒸散。蒸散由许多因素决定，诸如太阳辐射能、气温、植被冠层气温、土壤水势、土壤温度、湿度和风速等因子。植物的蒸腾过程极其复杂，主要在植物体的表面（主要是叶子）进行。蒸腾作用虽然类似于物理蒸发，但有很大不同，因为蒸腾过程还受植物结构和气孔行为所调节。对植物蒸腾过程的模拟有两种途径：一种是微观地从植物生理机制出发，精细地模拟土壤水一根毛一叶的薄壁细胞（变成水蒸气）—叶表面扩散—与空气交换的水流过程；另一种是宏观地模拟各种因子对蒸腾作用的平均效应。第1种途径需要大量的植物生理参数，现有数据不能满足，故在本模型中采用第2种途径。

潜在蒸散量在地面蒸发和植物蒸腾之间的分配比例，依赖于地面上活植物的多少，准确地说，叶面积的多少。如果全部活的植物的叶面积用叶面积指数来度量，则由 Mihara (1961) 方程

$$E_{vp} = \begin{cases} e^{-A_i \cdot C + 0.08}; & \text{当 } E_{vp} \leq 0.995 \text{ 时} \\ 0.995 & ; \text{ 当 } E_{vp} > 0.995 \text{ 时} \end{cases} \quad (21)$$

$$T_{RP} = \begin{cases} 1 - E_{vp}; & \text{当 } A_i > 0 \text{ 时} \\ 0 & ; \text{ 当 } A_i = 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

可以计算出潜在植物蒸腾量占潜在蒸散量的比例 T_{RP} 。之所以用“潜在”一词，是因为蒸发和蒸腾还受土壤水势等其他因素的制约。在上式中， E_{vp} 是地面潜在蒸发量占潜在蒸散量的比例， A_i 是活叶的叶面积指数， C 是调整常数，这里取为 1。 E_{vp} 与 A_i 的关系曲线见图 2。

蒸腾作用对地面蒸发的影响已表示在 (21) 和 (22) 式中，除此之外，地面潜在蒸发量显然还与地面上起物理阻挡作用的覆盖物的多少有关。于是，地面潜在蒸发量用 Lemen (1956) 公式再修正如下

$$E_{v1} = E_p \cdot E_{vp} \cdot (1 - S_t / 999) \quad (23)$$

式中

E_{v1} : 地面潜在蒸发量 (毫米/天)

E_p : 潜在蒸散量 (毫米/天)

S_t : 地上现存 (站立) 生物量 (包括活的和死的) (克/平方米, 干重)

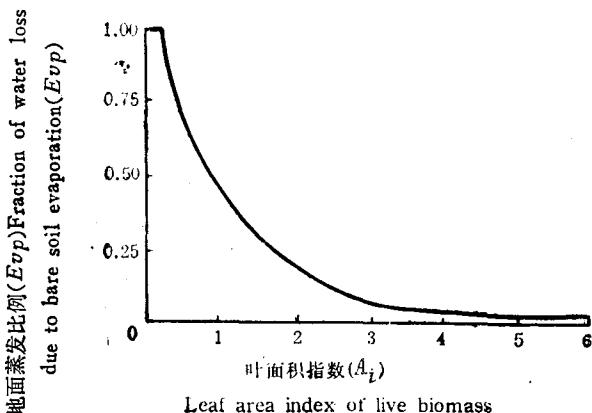


图 2 活植物的叶面积指数与地面蒸发比例的关系

Fig. 2 Influence of leaf area index of live biomass on fraction of water loss due to bare soil evaporation.