

KEKAOXINGGONGCHENGJICHU

# 可靠性工程基础

赵涛 林青 编著



天津大学出版社

# 可靠性工程基础

赵涛 林青编著

天津大学出版社

## 内 容 简 介

全书共8章,第1章介绍可靠性工程的基本概念、定义、指标及常用寿命分布;第2章至第5章叙述了系统可靠性的基本理论、计算方法;第6、7章涉及一些初等的贝叶斯分析方法,这两章有相对的独立性;第8章介绍维修性工程。所有的试验数据处理方法都有工程实例及详细的解题步骤。本书以工程实用为主,兼顾理论分析,如第2章的相关系统,第4章的马尔科夫链,第6、7章的贝叶斯分析等。凡是理论分析,都力求直观和深入浅出,并都有数值实例。

本书可作为培训各种不同专业工程设计人员的教材,也可供可靠性专业人员、工科高年级大学生和研究生以及从事研制生产的企业管理人员学习和参考。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

可靠性工程基础/赵涛编著. —天津:天津大学出版社,  
1999. 8  
ISBN 7-5618-1229-9

I. 可… I. 赵… III. 可靠性工程-基本知识 N. TB11  
4. 3

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 40284 号

出 版 天津大学出版社  
出版人 杨风和  
地 址 天津市卫津路 92 号天津大学内 (邮编: 300072)  
电 话 发行部: 022-27403647 邮购部: 022-27402742  
印 刷 天津大学印刷厂  
发 行 新华书店天津发行所  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 10.5  
字 数 263 千  
版 次 1999 年 9 月第 1 版  
印 次 1999 年 9 月第 1 次  
印 数 1—3 000  
定 价 12.00 元

# 前 言

随着现代科学技术的发展,产品的结构和功能日趋复杂多样。人们愈来愈多地需要物美价廉的民用产品,而现今的“物美”不仅指其形状设计美观实用,功能齐全且简单,而且已经发展到与时间有关的可靠性指标,即要求产品在规定时间内和规定条件下具有完成规定功能的能力。这是人们对产品质量认识的飞跃。

二次大战前,可靠性技术发展相当缓慢。二战中,由于元器件、设备和自动化系统的日益复杂,带来了设计和维护问题,特别是电子管的失效给战争造成了巨大的损失。二战后的许多研究单位都加入了设备和零部件的故障研究,1950年,美国国防部成立了“电子设备可靠性顾问团”(AGREE)。1957年AGREE首次发表了一些关于可靠特征及可靠性试验的报告。从此,可靠性技术的研究和应用在世界各国得到迅速发展,如今已经成为一门完整的综合学科。

可靠性工程在我国已经历了30多年曲折的发展道路。我国从50年代中开始做可靠性及环境试验的研究工作,60年代开始研究可靠系统的可靠性,70年代在航天、核能、航空、通信以至民用工业,如电视、仪表等方面都开始应用可靠性工程,并且都取得了丰硕的成果,在加强国防力量、发展国民经济方面起了积极的作用。而今,在世纪之交,全面开展可靠性工程和研究可靠性管理显得越来越重要。

本课程是工业工程主干课。本书的前身《可靠性工程基础》讲义,曾作为本科生和研究生的教材,试用8次,效果很好。此书在原讲义的基础上,根据当前工程实践的需要与专家们的建议,进行了全面的修订和补充。由于编者水平有限,加之时间仓促,错误之处,恳请读者指正。

编著者

1999年3月于天津大学

# 目 录

<b>第一章 可靠性基本知识与主要工程指标</b> .....	(1)
第一节 可靠性的基本概念 .....	(1)
一、可靠性及可靠度的定义 .....	(1)
二、可靠度的表示法 .....	(2)
三、不可靠度或寿命分布函数 .....	(3)
四、寿命分布(或失效概率)密度函数 .....	(3)
五、失效率 .....	(6)
第二节 产品的寿命特征 .....	(9)
一、平均寿命 .....	(9)
二、可靠寿命 .....	(10)
第三节 产品的广义可靠性指标 .....	(11)
一、维修性与维修度 .....	(11)
二、有效度(或可用度) .....	(12)
第四节 失效分布 .....	(14)
一、指数分布 .....	(14)
二、威布尔分布 .....	(15)
三、正态分布 .....	(17)
<b>第二章 不修系统的可靠性</b> .....	(19)
第一节 相关系统 .....	(19)
一、相关系统的定义 .....	(19)
二、相关系统的割集与路集表示法 .....	(23)
三、相关系统的失效时间 .....	(25)
四、相关系统的对偶系统 .....	(26)
五、相关系统的可靠度 .....	(27)
第二节 不修系统的基本模型 .....	(31)
一、串联系统 .....	(31)
二、并联系统 .....	(32)
三、 $k/n(G)$ 系统 .....	(34)
四、冷贮备系统 .....	(34)
五、热贮备系统 .....	(37)
六、混联系统 .....	(38)
<b>第三章 不修网络系统的可靠性</b> .....	(39)
第一节 布尔真值表法 .....	(39)
第二节 概率分析法 .....	(40)
第三节 概率图法 .....	(41)
一、假设 .....	(41)
二、概率图法 .....	(41)
第四节 最小路集法 .....	(44)
第五节 最小割集法 .....	(45)

第六节	全概率分解法	(45)
第七节	用 Bayes 公式简化网络	(47)
一、	对称结构的解	(47)
二、	不对称结构的解	(48)
三、	简化空间结构及 Bayes 公式的推广应用	(49)
四、	用集合运算法分析立体网络	(51)
第八节	开关网络的可靠度	(52)
一、	系统开可靠度与闭可靠度的计算	(52)
二、	天关冗余系统的选择	(54)
三、	开关系统的拓扑对偶性质	(55)
第九节	元件的灵敏度	(56)
<b>第四章</b>	<b>可修系统的可靠性</b>	(59)
第一节	概述	(59)
第二节	随机过程概念	(59)
第三节	马尔可夫过程	(61)
一、	马尔可夫链	(61)
二、	马尔可夫过程	(67)
第四节	单部件可修系统	(71)
一、	单部件可修系统的可靠度与有效度	(72)
二、	系统的故障时间(Downtime)分布	(74)
三、	系统故障次数的数学期望值	(74)
四、	稳态特性	(76)
第五节	串联系统	(77)
一、	一个修理工的情况	(77)
二、	系统有 $n$ 个元件,修理工 $r(r = n)$ 个	(79)
三、	修理工对故障元件联合修理的情况	(81)
四、	元件数为 $n$ ,修理工为 $r, r < n$ 的情况	(81)
第六节	并联系统	(83)
第七节	冷贮备冗余系统	(85)
第八节	可靠度函数	(86)
第九节	$k/n(G)$ 系统	(87)
<b>第五章</b>	<b>最优化可靠性模型</b>	(90)
第一节	最低成本问题	(90)
一、	最低成本冗余结构	(90)
二、	最佳修理工人数	(91)
三、	二元件并联系统及二元件、一工作一冷贮备系统最佳修理工人数	(91)
第二节	优化运行方式的马尔可夫过程	(92)
第三节	动态规划法	(95)
<b>第六章</b>	<b>可靠性工程中的 Bayes 方法</b>	(103)
第一节	Bayes 定理	(103)
第二节	分布的选择	(107)
一、	$\beta$ 分布	(107)

二、逆 $\Gamma$ 分布 .....	(109)
第三节 可靠性验证试验 .....	(110)
第四节 整机可靠性评定 .....	(112)
第五节 元件可靠性评估 .....	(114)
第六节 在可靠性增长试验中求第二阶段试验产品的 MTBF .....	(115)
第七节 加速寿命试验(ALT)的 Bayes 方法 .....	(117)
<b>第七章 可靠性增长</b> .....	(120)
第一节 概述 .....	(120)
第二节 求可靠性增长曲线的经典方法 .....	(120)
一、最大似然函数法 .....	(120)
二、图解法 .....	(123)
三、其它可靠性增长模型 .....	(124)
第三节 可靠性增长的 Bayes 方法 .....	(126)
一、第 $m$ 阶段产品的失效率的密度函数 .....	(126)
二、阶段可靠性增长统计检验 .....	(130)
<b>第八章 维修性工程</b> .....	(135)
第一节 维修性的基本概念 .....	(135)
一、定义 .....	(135)
二、维修性与可靠性的关系 .....	(136)
三、维修性工程 .....	(136)
四、可靠性、维修性、有效度之间的关系 .....	(137)
第二节 维修性的数学模型及特征值 .....	(137)
第三节 维修度的计算 .....	(141)
一、对数正态分布的维修度 .....	(142)
二、威布尔分布的维修度 .....	(144)
三、维修时间与维修率的关系 .....	(145)
第四节 维修方式 .....	(147)
第五节 耗损与维修时限 .....	(154)
参考文献 .....	(158)

# 第一章 可靠性基本知识 with 主要工程指标

## 第一节 可靠性的基本概念

### 一、可靠性及可靠度的定义

根据中华人民共和国国家标准《可靠性基本名词术语及定义》(GB3187 — 82), 可靠性及可靠度分别定义为:

“可靠性(Reliability)是指产品在规定条件下和规定时间内, 完成规定功能的能力。”“可靠性”一词包括广义的和狭义两种解释。广义可靠性是指产品在其整个寿命周期内完成规定功能的能力, 它包括狭义可靠性和维修性; 狭义可靠性则指产品在某一规定时间内发生失效的难易程度。

“可靠度(Reliability)是指产品在规定的条件下和规定的时间内, 完成规定功能的概率。”可靠度是可靠性的定量化名词。

产品概念在 GB3187 — 82 中定义为: “产品是指作为单独研究和分别试验对象的任何元件、器件、设备或系统, 可以表示产品的总体、样品等。其确切含义在使用这一词时加以说明。”当产品一词用来表示“可修产品”时, 它的意思就是在产品失效的时候, 是可以修复的。同样, “不修产品”的意思就是当产品失效时, 将不能或不值得去修复。

在上述可靠性或可靠度定义中包含三个主要要素, 即规定的条件、规定的时间、规定的功能。

(1)规定的条件 一个产品规定的工作条件是非常重要的, 达不到规定工作条件的产品不能正常工作, 不能保证寿命。设有一种可工作于任何条件的产品。规定的工作条件通常指的是环境条件(如温度、湿度、振动、气压、辐射、风沙、腐蚀性气体、冲击、噪音、磁场、电场、油污、灰尘……)、维修条件(如维护保养措施、修理技术水平、可修性与不修性等)和使用条件(如使用者的操作技术水平、连续工作或非连续工作), 这三方面的条件对产品的可靠性有着直接影响。条件不同, 虽是同一产品, 可靠性大不一样。比如产品在实验条件下工作和在车间条件下工作, 在室内工作和在野外工作, 可靠性可以相差十分悬殊。所以, 不在规定的相同条件下讨论或比较系统的可靠性指标就没有意义。

(2)规定的时间 时间参数可以用周期、次数、里程或其它单位代替。时间概念可以包括被研究产品的任何观察期间或是实际的工作期间和贮存期等。规定时间的表示方法和长短依据产品及其功能的不同而异。比如对一般的机器和仪表来说用工作小时表示; 对交通运输和动载工具(如汽车、火车、飞机、火箭等)来说用行驶或飞行公里表示; 对齿轮、轴承和某些受弯曲载荷的产品来说用循环次数表示; 对成功—失败型装置来说用试验次数表示; 继电器开关以工作次数表示。另外导弹、火箭要求在几分几秒内可靠, 灯泡、显像管要求几千上万小时内可靠, 机器设备、桥梁建筑要求几十年几百年内可靠, 一些可维修的产品(如机床)只要更换部件可以工作无穷长的时间。另外一个意义是可靠性是包含时间因素的产品质量指标, 撇开时间



就失去了讨论可靠性的前提。由于产品的老化(Aging)和磨损(Wear-out),产品可靠度随着时间的延长而逐渐降低,因而可靠度是时间的非增函数。要说清楚什么时间上的可靠度才有意义,例如一件产品的可靠度在第一年和第二年是不同的。不在规定时间的前提下讨论可靠度是没有意义的。

(3)规定的功能 产品功能通常用产品的各项性能指标(如精度、功率、速度、稳定度等)来给出。在工作或试验中,通过检测,如确认产品达到了规定的性能指标,则称产品完成了规定的功能,为“完好”产品;反之,则称该产品丧失了规定功能,为“失效”产品,对可修产品通常称“故障”。产品由完好状态向失效状态的转变称之为发生“故障”或“失效”,将此刻相应的各项性能指标称为“失效判据”或“故障判据”。在讨论某种产品的可靠性时,明确而合理地给出定量的失效或故障判据是非常重要的,否则就失去了讨论可靠性的准绳。每种产品都有一定功能,是专用的一种功能或多种功能,超出规定功能来要求产品是不合理的。功能愈多的产品要保证高可靠度是困难的,在设计上要与实际任务和成本等因素结合起来一起考虑。

综上所述,可靠性作为一门学科,其任务就是在规定的条件、规定的时间和规定的功能前提下研究产品发生故障的统计规律。可靠性数学模型就是这种规律性的数学综合、分析与描述,以便在设计和使用时为提高或预测产品的可靠性提供数量依据。

IEC——300 公告指出:“产品在用户手中显示出的可靠性是对用户最有意义的可靠性。”通常产品可靠性包括以下三个方面的内容。

(1)产品工作可靠性  $R_0$ (Operational Reliability) 它是产品在运作时的可靠性,是一种综合性的可靠性指标。

(2)产品固有可靠性  $R_i$ (Inherent Reliability) 它是产品生产厂在生产过程中就已确立了的一种可靠性,它与生产厂所选用的材料、零部件、设计方案、软件和硬件结构、生产工艺、装配工艺有密切关系,是产品的内在可靠性。当产品在生产厂一旦制造出来,固有可靠性便已确立。固有可靠性的具体数据可由生产厂将产品放在模拟的实际工作条件和标准环境下进行测试而求得,这是要求生产厂予以确立的一个产品可靠性指标。

(3)产品使用可靠性  $R_U$ (Use Reliability) 它与产品由生产厂转给用户过程中的包装、运输、保管以及使用过程中的环境、操作水平、维修技术等因素有关。三种可靠性的关系为:

$$R_0 \approx R_U \cdot R_i$$

在设计产品时,在保证性能指标和经济指标的前提下,通过数学分析,从可靠性角度考虑,采取一些措施(如采用可靠性分配、冗余、容错技术等)以保证产品结构的合理性,并根据可靠性知识对现有产品进行分析,找出可靠性方面的缺陷以便加以改进,以及在使用过程中采用故障诊断技术,提高操作水平、维修水平以提高产品的使用可靠性和工作可靠性。

## 二、可靠度的表示法

将可靠度记为  $R(t)$ ,它是一个时间函数,是反映产品能在多大程度上可靠工作的一种具体的数量指标。若  $t$  为某一规定时间(即寿命),是一个常数,是设计时给定的。 $T$  为产品实际寿命。因为产品本身存在差异,工作条件也不完全相同,所以发生失效或故障的时刻必然是随机的,从而产品的实际寿命  $T$  必然是一个随机变量(Random Variable)。

### 1. 可靠度的概率表示法

$$R(t) = P(T > t) \quad (1.1)$$

此式表明产品实际寿命大于规定时间  $t$  的概率。或产品在规定时间  $t$  内无故障工作,或产品在规定时间  $t$  内完成规定功能的概率。

## 2. 可靠度的频率表示法

事件“ $T > t$ ”发生可能性的大小可以近似地用频率表示,即

$$R(t) = \frac{N - n(t)}{N} = 1 - \frac{n(t)}{N} \quad (1.2)$$

式中: $R(t)$ ——可靠度函数的近似值;

$N$ ——观测或试验的产品数;

$n(t)$ ——产品从开始工作到时刻  $t$  时的失效数或时间  $t$  内失效产品的总数。

这里用失效频率  $n(t)/N$  表示失效概率, $N - n(t)$ 是时刻  $t$  时的存活产品数,它与产品数的比作为可靠度的近似值。

现在在时间轴的两端考察可靠度的值。令  $t = 0$ ,即产品开始工作前的瞬间, $n(t) = 0$ ,尚没有出现失效产品,所以  $R(t) = 1$ ;随着  $t$  的增加, $n(t)$ 亦增长, $R(t)$ 降低;当  $t \rightarrow \infty$ 时, $n(\infty) = N$ , $R(t) = 0$ ,即可靠度为 0,因此  $R(t)$ 是一个非增函数,其下、上界为 $[0, 1]$ ,即

$$0 \leq R(t) \leq 1 \quad (1.3)$$

即可靠度值在 0 与 1 之间,即

$$t = \begin{cases} 0 & n(t) = 0 & R(t) = 1 & \text{绝对可靠} \\ \infty & n(t) = N & R(t) = 0 & \text{绝对不可靠} \end{cases}$$

## 三、不可靠度或寿命分布函数

### 1. 不可靠度的概率表示法

$$F(t) = P(T \leq t) \quad (1.4)$$

表示在规定条件下,产品的实际寿命不超过规定寿命  $t$  的概率,称之为产品寿命分布函数,或失效(故障)分布函数,或不可靠度。

### 2. 不可靠度的频率表示法

事件“ $T \leq t$ ”发生的可能性大小可以用频率来粗略估计,所以产品的失效概率也可以用频率来估量。

$$F(t) = \frac{n(t)}{N} \quad (1.5)$$

即用频率  $n(t)/N$  粗略地估计时刻  $t$  的故障分布函数  $F(t)$ 。

$$t = \begin{cases} 0 & n(t) = 0 & F(t) = 0 & \text{不可靠度为 0} \\ \infty & n(t) = N & F(t) = 1 & \text{不可靠度为 1} \end{cases}$$

随着时间  $t$  的增加, $F(t)$ 亦增长,故  $F(t)$ 是非降函数,它的下、上界为 $[0, 1]$ ,即

$$0 \leq F(t) \leq 1 \quad (1.6)$$

由(1.2)和(1.5)式得

$$R(t) = 1 - F(t) \quad R(t) + F(t) = 1 \quad F(t) = 1 - R(t) \quad (1.7)$$

即在时间  $t$  上可靠度与不可靠度之和为 1。

## 四、寿命分布(或失效概率)密度函数

### 1. 寿命分布密度函数

当随机变量是连续型的,且  $F(t) = n(t)/N$  是可以微分的,即当  $t \geq 0$  时, $dF(t)/dt$  存

在,则称  $dF(t)/dt$  为寿命分布(或失效概率)密度函数。当(1.5)式微分时

$$dF(t) = \frac{1}{N} \frac{dn(t)}{dt} \quad (1.8)$$

积分(1.8)式有

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{N} \frac{dn(t)}{dt} dt \quad (1.9)$$

令(1.9)式中

$$f(t) = \frac{1}{N} \frac{dn(t)}{dt} \quad (1.10)$$

则  $f(t)$  称为“寿命分布(或失效概率)密度函数”。(1.9)式即可写作

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (1.11)$$

由(1.10)式可知,寿命分布密度函数  $f(t)$  是产品在单位时间内的失效概率。

在实际工作中,产品的失效是一种离散现象,即随机变量是离散型的。处理离散分布的办法是从统计角度得出密度函数在离散状态下的频率解释。

例 有 20 个产品,经过试验取得全部失效时间数据如表 1-1 所示。

表 1-1 失效时间顺序表 (时间单位:h)

1.5	2	2	6.5	22	23	23	26	30	30
40	46	60	68	71	77	94	112	142	165

现将此表数据作如下处理:

①取时间间隔  $\Delta t = 24h$ ,将表(1-1)数据分成 7 组,如表 1-2 所示(分组时使数据不要落在分组线上);

表 1-2 失效频率及失效频率计数表

组序 $i$	分组范围	组中值	失效频数 $\Delta n_i$	失效频率 $f_i^*$	失效密度 $f_i$	积累失效频率 $F_i$
1	0~24	12	7	0.35	0.014 6	0.35
2	24~48	36	5	0.25	0.010 4	0.60
3	48~72	60	3	0.15	0.006 3	0.75
4	72~96	84	2	0.10	0.004 2	0.85
5	96~120	108	1	0.005	0.002 0	0.90
6	120~144	132	1	0.005	0.002 0	0.95
7	144~168	156	1	0.005	0.002 0	1.00

②计算  $\Delta t$  内的失效频数  $\Delta n_i$ ,即数一下在各组中失效的个数,如第一组 7 个;

③计算各组的失效频率  $f_i^* = \frac{\Delta n_i}{N}$ ,例如第一组  $f_1^* = \frac{7}{20} = 0.35$ ;

④计算单位时间失效频率,即  $f(t) = \frac{1}{N} \frac{dn(t)}{dt}$  为失效概率密度函数,在离散状态下  $f_i = \frac{1}{N} \frac{\Delta n_i}{\Delta t}$ ,例如第一组有  $f_1 = \frac{f_1^*}{\Delta t} = \frac{0.35}{24} = 0.014 6$ ;

⑤计算各组累积失效频率  $F_i = \sum_{j=1}^i f_j^* = \sum_{j=1}^i \frac{\Delta n_j}{N}$ ,例如第一组为  $F_1 = \frac{0+7}{20} = 0.35$ ,第二组

为  $F_2 = \frac{7+5}{20} = 0.60$ ;

⑥以失效时间为横坐标(分组时间)、以失效密度  $f_i$  为纵坐标作图,见图 1-1;

⑦以失效时间为横坐标、 $F_i$  为纵坐标作图,得累积失效频率  $F_i$  的直方图与累积失效函数  $F(t)$  曲线,见图 1-2。

图 1-1 中,每一直方的面积为  $f_i \Delta t = \frac{\Delta n_i}{N}$ ,代表每一分组时间内的失效频率  $f_i^*$ 。它近似地代表随机变量失效时间  $T$  取值落在该分组时间内的概率。当试验产品数  $N$  很大时,  $\Delta t$  很小,则直方图趋近于一条光滑曲线,就是失效概率密度函数  $f(t)$  的曲线。

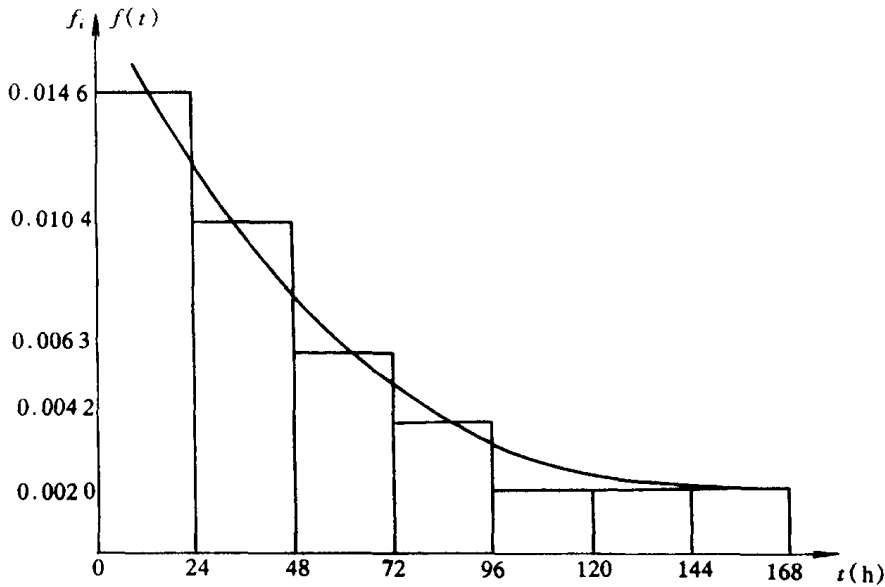


图 1-1 失效密度直方图与失效概率密度函数  $f(t)$  曲线

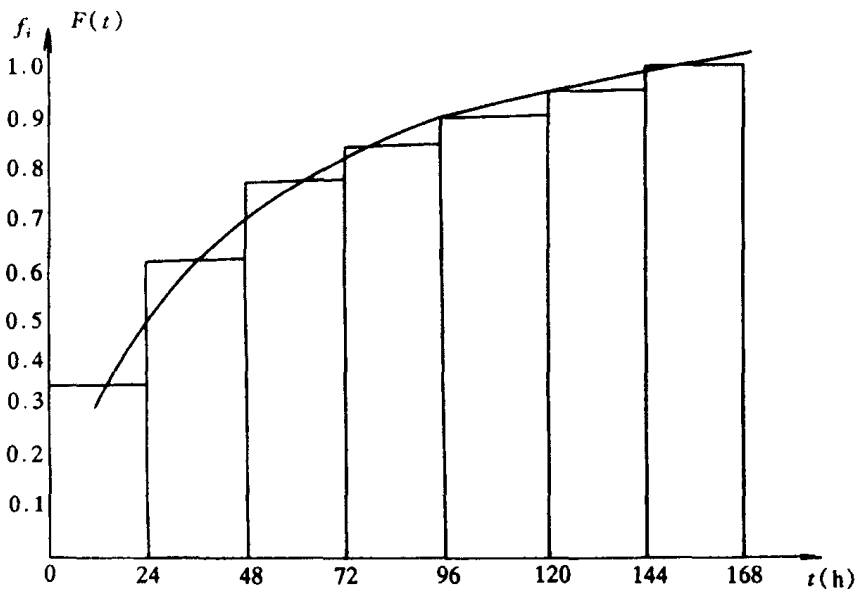


图 1-2 累积失效频率直方图与累积失效函数  $F(t)$  曲线

## 2. 失效概率密度函数的性质

失效概率密度函数有如下性质:

$$\textcircled{1} f(t) \cdot \Delta t = P(t \leq T \leq t + \Delta t) \quad (1.12)$$

$$\textcircled{2} f(t) \geq 0, \text{ 即 } f(t) \text{ 为非负函数} \quad (1.13)$$

$$\textcircled{3} \int_0^t f(t) dt = P(T \leq t) = F(t), \text{ 表示 } [0, t] \text{ 内的不可靠度} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (f_{\lambda}^* / \Delta t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n_i}{N \cdot \Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n(t + \Delta t) - n(t)}{N \cdot \Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{n(t + \Delta t)}{N} - \frac{n(t)}{N} \right] \cdot \frac{1}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \right] = \frac{dF(t)}{dt} = f(t) \end{aligned} \quad (1.15)$$

$$\textcircled{5} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = F(t_2) - F(t_1) \quad (1.16)$$

$$\textcircled{6} \int_0^{\infty} f(t) dt = F(\infty) - F(0) = 1 \quad (1.17)$$

$$\textcircled{7} f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d}{dt} [1 - R(t)] = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (1.18)$$

$$\textcircled{8} R(t) = 1 - F(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt - \int_0^t f(t) dt = \int_t^{\infty} f(t) dt \quad (1.19)$$

## 3. $R(t)$ 、 $F(t)$ 、 $f(t)$ 之间的关系

$R(t)$ 、 $F(t)$ 和  $f(t)$ 之间的关系见图 1-3 和 1-4, 它们都可以用来描述产品实际寿命  $T$  的取值的统计规律性。三者之一确定了,  $T$  的统计规律性也就确定了。

### 五、失效率

失效率是指工作到某时刻尚未失效的产品, 在该时刻后单位时间内发生失效的概率。通常用  $\lambda(t)$  表示失效率, 它是时间函数, 不同时间有不同的失效率。失效率也是衡量具体产品可靠度的一个质量指标, 许多产品在出厂时应该给出。它是计算由该种产品组成系统的可靠性指标的基础数据。

#### 1. 近似公式

为便于理解失效率的含义, 先用频率解释上述定义中的概率。假设从  $t = 0$  时刻有  $N$  个完好的产品开始工作, 到  $t$  时刻时有  $n(t)$  个产品失效, 尚有  $N - n(t)$  个产品能继续工作。为了考察产品在  $t$  时刻以后的失效情况, 再让产品工作一小段时间  $\Delta t$ 。假设在  $t$  到  $t + \Delta t$  时间区段内又有  $\Delta n(t) = n(t + \Delta t) - n(t)$  个产品的失效, 那么在时间区段  $(t, \Delta t)$  内的失效频率为:

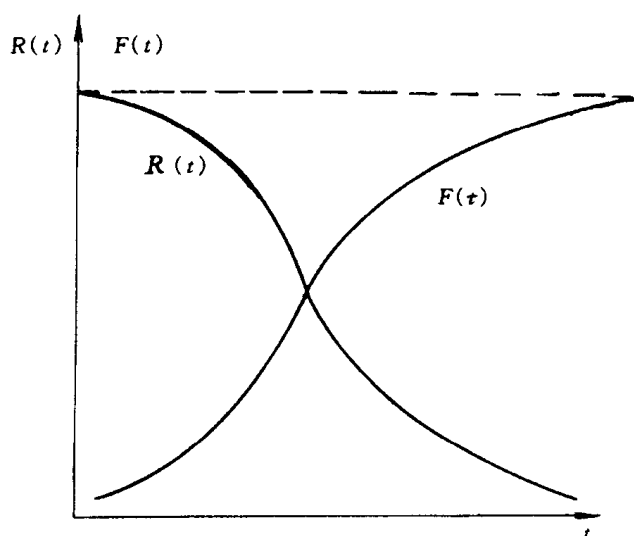


图 1-3  $R(t)$ 与  $F(t)$ 的关系

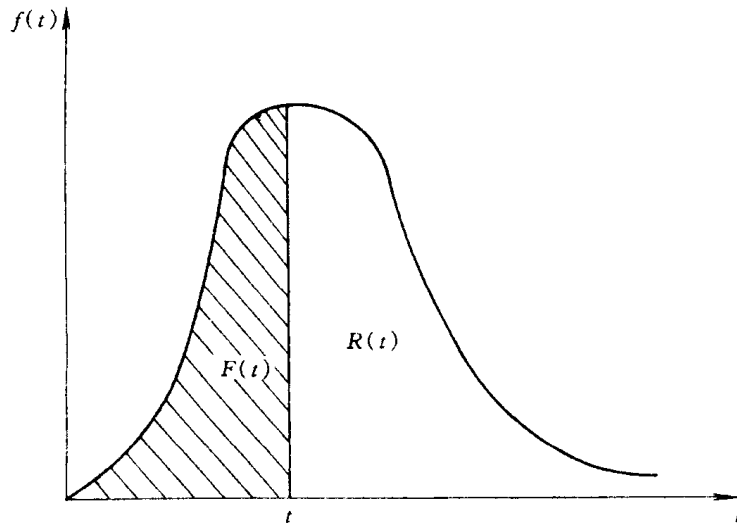


图 1-4  $F(t)$ 、 $R(t)$ 与  $f(t)$ 的关系

$$\frac{\Delta n(t)}{N-n(t)} = \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{N-n(t)}$$

于是产品工作到  $t$  时刻之后,每一单位时间内所发生的失效频率即为失效率  $\lambda(t)$ 。它的值

$$\lambda(t) = \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{[N-n(t)] \cdot \Delta t} = \frac{\Delta n(t)}{[N-n(t)] \cdot \Delta t} \quad (1.20)$$

从(1.20)式可以看出,失效率  $\lambda(t)$ 与失效密度函数  $f(t)$ 的区别仅在于分母不同。前者的分母为  $[N-n(t)] \cdot \Delta t$ ,后者的分母为  $N \cdot \Delta t$ 。很显然,  $N-n(t)$ 是随时间而变化的,时间愈长,则  $N-n(t)$ 就愈小;而  $N$ 是不随时间变化的,是常数。因此  $\lambda(t)$ 比  $f(t)$ 更能灵敏地反映出产品失效随时间而变化的规律——失效的变化速度。

### 2. 精确公式

(1.20)式中,使  $\Delta t$  取极限得出精确表达式,即

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{n(t+\Delta t) - n(t)}{[N-n(t)] \cdot \Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{[n(t+\Delta t) - n(t)]/N}{[N-n(t)] \cdot \Delta t/N} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n(t)/N}{\Delta t \cdot [N-n(t)]/N} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta F(t)}{R(t) \cdot \Delta t} = \frac{dF(t)}{R(t)dt} \end{aligned} \quad (1.21)$$

将(1.7)式代入(1.21)式,有

$$\lambda(t) = - \frac{dR(t)}{R(t)dt} \quad (1.22)$$

将(1.18)式代入(1.22)式有

$$\lambda(t) = f(t)/R(t) \quad (1.23)$$

此式精确地表示了  $\lambda(t)$ 与  $f(t)$ 及  $R(t)$ 的关系。  $\lambda(t)$ 可以用三种不同的数学式表示。也就是说,  $F(t)$ 、 $R(t)$ 及  $f(t)$ 三者只要知道一个便可求出  $\lambda(t)$ 。反之,如果已知  $\lambda(t)$ ,也可根据上式求出  $F(t)$ 、 $R(t)$ 或  $f(t)$ 。

### 3. $R(t)$ 与 $\lambda(t)$ 的关系

由(1.22)式得

$$-\lambda(t)dt = dR(t)/R(t) \quad (1.24)$$

对(1.24)式两边积分,则得

$$\int_0^t -\lambda(t)dt = \int_0^t \frac{1}{R(t)} dR(t)$$

$$\ln R(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad (1.25)$$

在产品的有效寿命期间,失效率  $\lambda(t) = \lambda$  (常数),此时(1.25)式成为

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (1.26)$$

(1.26)式表达了失效率为常数  $\lambda$  时可靠度的精确值。通常称为指数寿命分布的意义是失效率是常数时的分布。

表1-3给出  $R(t)$ 、 $F(t)$ 、 $f(t)$ 及  $\lambda(t)$ 之间的关系。根据需要,可以选用其中任何一个来描述产品寿命  $T$  取值的统计规律性。

表 1-3  $f(t)$ 、 $F(t)$ 、 $R(t)$ 及  $\lambda(t)$ 之间的关系

已知函数 待求函数	$f(t)$	$F(t)$	$R(t)$	$\lambda(t)$
$f(t)$	$f(t)$	$\frac{dF(t)}{dt}$	$-\frac{dR(t)}{dt}$	$\lambda(t)\exp[-\int_0^t \lambda(t)dt]$
$F(t)$	$\int_0^t f(t)dt$	$F(t)$	$1 - R(t)$	$1 - \exp[-\int_0^t \lambda(t)dt]$
$R(t)$	$1 - \int_0^t f(t)dt$	$1 - F(t)$	$R(t)$	$\exp[-\int_0^t \lambda(t)dt]$
$\lambda(t)$	$f(t)$ $R(t)$	$dF(t)$ $[1 - F(t)]dt$	$f(t)$ $R(t)$	$\lambda(t)$

#### 4. 平均失效率

由于某些分布的失效率  $\lambda(t)$ 是  $t$  的函数,而不是常量,为了便于实际工作中的应用,也常用  $\lambda(t)$ 的平均值形式。此  $\lambda(t)$ 的平均值就称为平均失效率,记为  $\bar{\lambda}(t)$ ,即

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \lambda(t)dt \quad (t \geq 0)$$

工程上使用

$$\bar{\lambda} = \frac{r}{N \cdot t_1} \quad (1.27)$$

式中:  $\bar{\lambda}$ ——平均失效率;

$N$ ——投入使用运行的产品总数;

$t_1$ ——产品工作时间;

$r$ ——失效的产品数。

(1.27)式适用于替换的情况,试验中的产品失效时,即以新的产品替换,以保持  $N$  不变。

#### 5. 典型的失效率曲线——浴盆曲线

失效率  $\lambda(t)$ 为常数只是产品整个寿命周期中的有用寿命阶段的情况,这个阶段称为“恒定失效期”,或“偶然失效期”。在它前面有“早期失效期”,在它后面还有“耗损失效期”。这两个阶段中, $\lambda(t)$ 都不是常数。图1-5是产品全寿命周期的失效率曲线。这个曲线像浴盆的断面,称为“浴盆曲线”。

(1)早期失效期 在开始时失效率高,随着时间的逐渐增加而不断减小,经过一段工作小时后则趋于稳定。这种情况多出现在产品或系统的调试阶段或最初工作阶段。这是因为产品

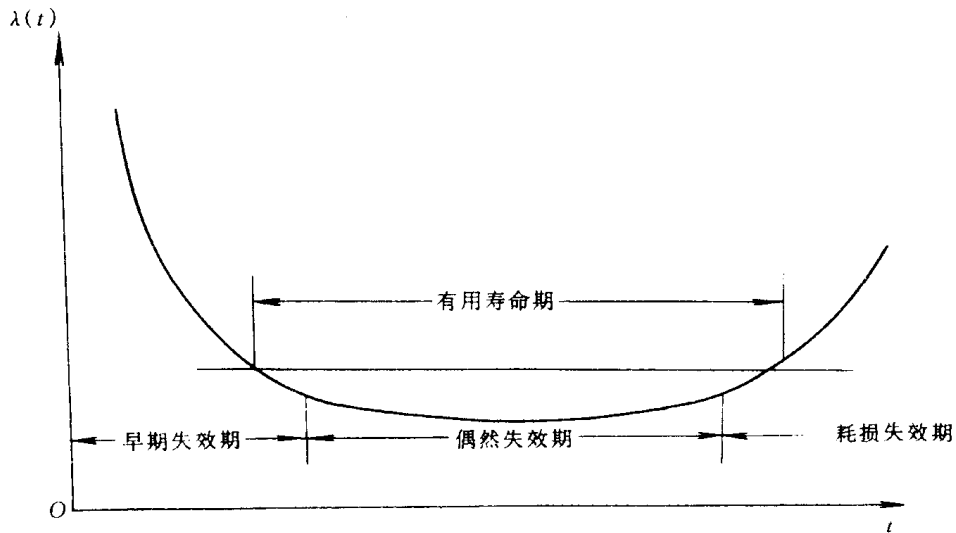


图 1-5 产品全寿命周期失效率曲线

本身材料以及在设计、制造、装配方面都或多或少地存在着缺陷,使用之后这些缺陷便逐渐暴露。应尽可能地设法来加速失效率下降过程。采取的方法有:对电子产品一般应经过老化筛选;对机械产品进行“跑合”调试;将产品放在较苛刻的条件下运行,以便加速暴露缺陷,剔除次品,除掉产品中的隐患,使产品很快进入正常工作阶段。

(2)偶然失效期 偶然失效期  $\lambda(t) = \lambda(\text{常数})$ 。当产品由调试阶段进入正常运行阶段时间,失效率分布便由早期型转为偶然型。偶然失效期的特点是失效率高而稳定,是设备最佳运行时期。在此期间,失效的发生是偶然性的,它们何时出现,在产品的什么部位出现,以及出现的原因,无法预知。应使此阶段延长,并使失效率尽可能低。采取的方法有:屏蔽、隔离和减少随机干扰;增强产品本身的抗干扰能力;加强维修管理,应用故障诊断和容错技术,使产品立即恢复正常工作。

(3)耗损失效期 当产品由正常工作阶段转入衰老阶段时,失效率急剧增加,这一阶段失效多是由于元器件经过长期工作后产生的老化、疲劳、耗损所引起的。对设备进行适当维修或降额运行可以延迟耗损阶段的到来,从而延长使用寿命。

失效率的单位通常以%/小时或%/1 000 小时,或 1/小时表示。对于失效率很低的产品则用“菲特”表示,1 菲特(Fit) =  $1 \times 10^{-9}$ /小时 =  $10^{-6}$ /1 000 小时 = 0.000 1%/1 000 小时。

## 第二节 产品的寿命特征

在可靠性工程中,产品的寿命是一种重要指标。从不同的角度出发,有不同表征寿命的方法,如平均寿命、可靠寿命、中位寿命、寿命方差等,总称为“寿命特征”。寿命是指一个产品从开始使用到发生失效(或故障)停用这段时间。进一步讲,对于不修产品,寿命是指产品失效前的工作时间或储存时间;对于可修产品,寿命是指相邻两次故障间的工作时间,而不是指从使用到报废的时间,这段时间也称工作寿命或无故障工作时间。

### 一、平均寿命

平均寿命是最为常用的寿命特征指标。对于不修产品,平均寿命是产品发生失效前的工作时间或贮存时间的平均值,或叫平均失效前时间,记为 MTTF(Mean Time To Failure);对于



可修产品,平均寿命指相邻两次故障间的平均工作时间,通常称平均无故障工作时间,记为 MTBF(Mean Time Between Failure)。对于可修或不修产品,平均寿命在理论上的意义是一样的。

### 1. 离散情况

假如产品的寿命  $T$  是一个离散型的随机变量,则常用统计方法,通过寿命试验,获得一系列寿命数据,再经过整理以求得平均寿命。寿命试验有两种方式,对不修产品多用破坏性试验;对可修产品常用非破坏性试验。由于寿命试验需要很长时间,所以试验时通常采用“强化”实验条件的办法,使产品加速失效,这样可节省试验时间,保证在较短时间内获得寿命数据。这种为缩短试验时间而强化试验条件的寿命试验称之为加速试验。

假定有一批产品,从中随机抽取  $n$  个产品进行试验,从  $t=0$  开始,在  $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_k$  各时刻分别有  $r_1, r_2, \dots, r_k$  个失效,则这批产品的平均寿命为:

$$t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k t_i r_i = \sum_{i=1}^k t_i \cdot \frac{r_i}{n} = \sum_{i=1}^k t_i f_i^* = \sum_{i=1}^k t_i f_i \Delta t \quad (1.28)$$

式中:  $f_i^*$  ——产品在  $t_i$  时刻的失效频率;

$f_i$  ——单位时间的失效频率。

### 2. 连续情况

假如产品的寿命  $T$  是一个连续型的随机变量,且失效密度函数  $f(t)$  为已知,则产品的平均寿命为

$$E(T) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad (1.29)$$

平均寿命  $E(T)$  亦可直接根据可靠度函数  $R(t)$  求得。假设  $t \rightarrow \infty$  时,  $R(t) = 0$ , 亦即有  $\lim_{t \rightarrow \infty} [tR(t)] = 0$ , 则根据分部积分公式

$$\begin{aligned} E(T) &= \int_0^{\infty} tR(t) dt = - \int_0^{\infty} tR'(t) dt \\ &= -tR(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} R(t) dt \end{aligned} \quad (1.30)$$

这个结果表明,平均寿命在几何上等于可靠度  $R(t)$  与时间轴  $t$  所夹的面积。

当产品寿命  $T$  服从指数分布时,  $R(t) = e^{-\lambda t}$ , 平均寿命

$$E(T) = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (1.31)$$

$E(T)$  的意义可以是 MTTF, 也可以是 MTBF。当产品寿命达到平均寿命时,  $t = 1/\lambda$ , 产品的可靠度和不可靠度为

$$R(1/\lambda) = e^{-\lambda \cdot \frac{1}{\lambda}} = e^{-1} = 0.368 \quad (1.32)$$

$$F(1/\lambda) = 1 - R(1/\lambda) = 1 - 0.368 = 0.632 \quad (1.33)$$

这表明:在产品寿命  $T$  服从指数分布的情况下,可靠度已下降到 37%, 只有 37% 的产品寿命超过平均寿命,而 63% 的产品达到平均寿命以前就失效了;当产品寿命服从正态分布时,此时可靠度下降 50%。因此用平均寿命作为指标时,可靠度较低。有些产品从安全可靠的角度出发,还将可靠寿命作为指标。

## 二、可靠寿命

当产品的可靠度下降到给定的可靠度  $r$  时,即给定可靠度所对应的时间  $t_r$  称为可靠寿