

· 830260

33

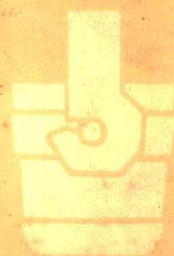
2643

高等学校教学用书

物 理 学

(专 科 教 材)

GAODENG XUEXIAO JIAOXUE YONGSHU



冶金工业出版社

高等学校教学用书

物 理 学

(专 科 教 材)

上海冶金专科学校 吴梅波 主编

冶金工业出版社出版

(北京北海沿大街崇文门北巷39号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/16 印张 23 字数 549 千字

1987年11月第一版 1987年11月第一次印刷

印数01,001~12,100册

统一书号: 15062·4645 定价3.10元

ISBN 7-5024-0057-5·O·3

前 言

为适应专科学校物理课程的教学要求，我们编写了这本《物理学》教材。本书内容力求简明、清楚、正确，适当从简数学推导。本书将某些不是最基本的内容和要求较高的内容加了*号。

本书由上海冶金专科学校吴梅波任主编，武汉冶金建筑专科学校李德智协助主编对全书进行修改整理。参加编写的有：上海冶金专科学校杨湧泉（第一章）、尹梅然（第二章）、吴梅波（第二章）、陈加勉（第三章并整理第一、二、三章）；沈阳冶金机械专科学校吴永盛（第六章）、丁育胜（第七章并整理第六、七、八章）、陈树森（第八章）、周晴（第八章、第十章）；沈阳黄金专科学校朱宝林（第四章）、高万江（第五章）、赵济亮（第十四章）、李跃武（第十五章）；武汉冶金建筑专科学校李德智（第九章、第十章并整理第九、十、十一、十二、十三章）、彭达逵（第十一章）、杨立山（第十二章、第十三章）。

本书由北京钢铁学院高哲任主审工作，对编写原则提出了宝贵意见，对内容进行了严格、认真的审核，提出了许多具体的修改建议。

本书在编写过程中主要参考了程守洙、江之永编写的《普通物理》（二、三版及1982年修订本）、上海市高等工业专科学校《物理学》编写组编写的《物理学》以及其它一些高等院校的物理教科书。

由于编者水平有限，编写时间仓促，本书难免有错误和不当之处，敬请读者及有关同志批评指正。

编 者

1986.10

目 录

绪论	1
第一章 质点运动学	3
第一节 机械运动的描述	3
第二节 位移 速度 加速度	5
第三节 运动方程	11
第四节 曲线运动的求解方法	12
第五节 圆周运动	17
第六节 相对运动	22
第二章 质点动力学	28
第一节 牛顿运动定律	28
* 第二节 力学单位制 量纲	38
第三节 功和能	39
第四节 功能原理 机械能守恒定律	46
第五节 动量守恒定律	51
第三章 刚体的定轴转动	66
第一节 刚体的定轴转动	66
第二节 转动定律 转动惯量	67
第三节 力矩的功 刚体转动的动能	73
第四节 角动量 角动量守恒定律	76
第四章 分子物理学	85
第一节 气体的状态参量 平衡态 理想气体状态方程	86
第二节 理想气体的压力公式 温度的统计意义	87
第三节 能量按自由度均分原理 理想气体的内能	91
第四节 气体分子的速率分布	94
第五章 热力学基础	102
第一节 热力学第一定律	102
第二节 热力学第一定律对于理想气体的等值过程的应用	104
第三节 循环过程	112
第四节 卡诺循环	113
第五节 热力学第二定律	115
第六章 静电场	122
第一节 电荷及其相互作用	122
第二节 电场 电场强度	123
第三节 电力线 电场强度通量	129
第四节 真空中的高斯定理及其应用	130

第五节	静电场力作功的特点 电势	137
第六节	等势面 场强与电势梯度间的关系	143
第七节	静电场中的导体	145
第八节	静电场中的电介质	149
第九节	电容器	153
第十节	电场的能量	155
第七章	稳恒磁场	163
第一节	基本磁现象 磁场	163
第二节	毕奥-萨伐尔定律	165
第三节	磁力线 磁通量 磁场高斯定理	170
第四节	安培环路定律	172
第五节	磁场中的运动带电粒子	177
第六节	磁场对载流导线的作用	180
第七节	均匀磁场对平面载流线圈的作用	183
第八节	磁介质中的磁场	186
第八章	电磁感应 电磁场概述	193
第一节	电磁感应定律	193
第二节	动生电动势	197
第三节	感生电动势 涡旋电场	200
第四节	自感和互感	202
第五节	磁场的能量	206
第六节	位移电流	209
第七节	电磁场理论的基本概念 麦克斯韦方程组的积分形式	211
第九章	简谐振动	219
第一节	弹簧振子和简谐振动	219
第二节	简谐振动的矢量图示法 位相差	226
第三节	简谐振动的能量	231
第四节	简谐振动的合成	232
第十章	平面简谐波	240
第一节	机械波的产生和传播 简谐波	240
第二节	平面简谐波的表达式	242
第三节	平面简谐波的能量传播	248
第四节	惠更斯原理	252
第五节	波的干涉 驻波	253
第六节	电磁波性质	260
第七节	电磁波的能量	262
第八节	电磁波谱	262
第十一章	光的干涉	267
第一节	光的相干性	267

第二节	光程 薄膜干涉.....	272
* 第三节	迈克尔逊干涉仪.....	281
第十二章	光的衍射	287
第一节	光的衍射现象 惠更斯-菲涅耳原理	287
第二节	单缝衍射.....	288
第三节	圆孔衍射 光学仪器分辨率.....	292
第四节	光栅衍射.....	294
* 第五节	伦琴射线的衍射.....	297
第十三章	光的偏振	301
第一节	自然光和偏振光.....	301
第二节	反射和折射时光的偏振 双折射现象.....	303
第十四章	狭义相对论基础	308
第一节	伽利略变换与经典力学时空观.....	308
第二节	迈克尔逊-莫雷实验 爱因斯坦假设	310
第三节	洛伦兹变换式.....	312
第四节	狭义相对论的时空观.....	314
第五节	狭义相对论动力学基础.....	317
第十五章	量子物理基础	321
第一节	量子论的起源.....	321
第二节	光的量子性.....	323
第三节	实物粒子的波动性.....	326
第四节	测不准关系式.....	328
第五节	波函数 薛定谔方程.....	329
第六节	原子结构.....	333
* 第七节	激光.....	338

绪 论

自然界是由运动着的物质所组成的。什么是物质？大至天体、日月星辰，小到微粒、原子、电子、都是物质。固体、液体、气体和等离子体，这些实物是物质。电磁场和引力场也是物质。总之，宇宙间的万物，形色不一，都是运动着的不同形态的物质。

运动，就其一般的意义来说，它包括宇宙中发生的一切变化和过程，从单纯的位置移动起直到思维。日月的运行，江河的奔流，生物的代谢，这些都是物质运动变化的例子。物质运动的形式是多种多样的，它们既服从共同的普遍规律，又各自具有独特的规律，对各种不同的物质运动形式的研究，形成了自然科学的各个分科。

物理学作为自然科学的一个重要组成部分，它是研究物质最基本、最普遍的运动形式的一门基础学科。本课程主要对机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内部的运动等作最基本的讨论。

由于物理学所研究的物质运动规律普遍存在于其它高级的、复杂的物质运动形式之中（例如化学的、生物的等等）。因此，物理学所研究的运动规律带有极大的普遍性。例如，物理学中的万有引力定律，对宇宙间的任何物体，不论其化学性质如何，或有无生命都适用。又如，对宇宙间的一切变化和过程，无论它们是否具有化学的、生物的性质，都遵从物理学中所确定的能量转化和守恒定律。可以认为，物理学是除数学之外，一切自然科学的基础，也是当代工业技术的理论基础。在十七、十八世纪，由于牛顿力学的建立和热力学的发展，不仅有力地推动了其它学科的发展，而且适应了研制蒸汽机和发展机械工业的社会需要，引起了第一次工业革命，极大地改变了工业生产的面貌。到了十九世纪，在法拉第——麦克斯韦电磁理论的推动下，人们成功地制造出电机、电器和电讯设备，引起了工业电气化，使人类进入了应用电能的时代，这就是第二次工业革命。二十世纪以来，相对论和量子力学的建立，在人们对原子、原子核结构不断深入研究的基础上，开始实现了对原子核能和人工放射性同位素的利用。量子力学微观理论的成果，又导致了半导体，核磁共振，激光等新兴技术的发明，许多边缘学科和新兴工业的不断出现，使人类进入了原子能、电子计算机、自动化、半导体、激光及空间科学等新技术的时代。总之，现代物理学已成为基础学科中发展最快，影响最深的学科之一。物理学中的各个分科都孕育着新的突破。可以预见，如果在基本粒子领域实现物理学的第四次大突破、全面揭开基本粒子内部的结构，以及它们间的相互作用和转化的规律的话，将给人类的生活和各个自然科学领域带来深远的影响。

作为自然科学基础的一个重要组成部分的物理学，其研究方法也应遵从人类认识客观世界的“实践——理论——实践”这一基本法则。具体说来就是对客观世界所发生的现象通过反复的观察，实验、抽象、假设而提升为基本理论，再通过实践来验证。例如，牛顿三定律，库仑定律，磁场中的毕奥——萨伐尔定律等等，就是通过观察，反复实验，并在实验中把复杂的条件加以简化，突出主要因素，排除或减少次要因素的作用而建立起来，最后又回到实践中去被证实而总结出来的实验定律。通过观察、实验的手段来建立物理基本定律是研究物理学的一种重要方法。

抽象的研究方法也是物理学中常用的，它就是根据问题的研究内容和实质，建立一个不影响问题研究本质的理想模型。例如，“质点”、“刚体”、“弹簧振子”、“理想气体”、“点电荷”等等，都是在研究不同问题时所引进的理想模型。

在经过一定的观察和实验的基础上，为了寻找事物的规律而提出的一些说明方案或基本观点，称为假说。这些假说经过不断的实验证实和修正，去伪存真，最后上升为定律、或是理论的一个组成部分，这也是物理学研究中常用的一种手段。例如，汤姆逊、卢瑟福、玻尔所提出的关于原子结构的模型假说，经过一步一步的实验检验和理论修正，最后成为原子结构的基本理论的重要组成部分。

必须指出的是，从观察、实验、抽象、假说到理论、物理学的研究并没有结束，理论将继续受到实践的检验，如果在实践中发现的事实与理论有矛盾，这理论就必须被修正，有时还得推翻重新建立一个更能反映客观实践的新理论。

高等专科学校肩负着培养又红又专的各类专门人材的重任，要使我们培养的工程技术人员能在飞速发展的科学技术面前有所创造、有所前进，对实现我国的四个现代化作出较大贡献，就必须了解自然界的基本规律，加强基础理论的学习。如果不具备一定的物理学知识，就无法进一步学习和研究其他自然科学和各类工程技术科学，也无法了解和利用现代科学技术的重大成就。现代尖端技术中有不少课题与近代物理有关。近代物理对科学技术的发展和运用日趋重要，因而在工科类高等专科学校中物理教学应该占有一定的地位。

学习物理学应着重于理解，学会分析问题和应用基本理论解决实际问题。不应满足于死记某些重要结论。学生应牢固地掌握物理学的基本理论和基本知识，深刻地理解物理规律的意义，并在实验技能和实际运算以及抽象思维等方面受到严格的训练，提高分析问题和解决问题的能力，为今后学习专业知识及近代科学技术打下必要的物理基础。

第一章 质点运动学

在力学中,运动学就是研究物体位置随时间变化规律的科学。本章讨论的主要内容有:位移、速度和加速度等基本概念;匀变速运动、圆周运动和抛体运动、相对运动。

第一节 机械运动的描述

机械运动是物质最简单、最常见的运动形式,它是指物体之间或物体各部分之间发生的相对位置的变化。例如,车辆的行驶,机器的运转,星体的运动等等都是机械运动。物质的其他形式的运动,如热运动,电磁运动等,都是以机械运动为基础的,故我们先来研究机械运动。

机械运动的形式是多种多样的,常见的有物体的平动、转动和振动等,而平动又可分为直线运动和曲线运动,但不管其形式怎样,描述机械运动的基本方法都是:首先选定合适的参照系和坐标系,以确定运动物体的位置随时间变化的规律,然后对运动物体作一些理想化的模型假设,进而逐步展开讨论,使复杂的问题经过简化后获得较为完善的解决。为此,我们先来了解参照系和坐标系,质点等基本概念。

一、参照系

宇宙间的万物都处在永恒的运动之中,运动是绝对的,而静止是相对的,这是自然界中一条为人们所熟知的真理。所谓运动:就是物体间(或物体的一部分与另一部分之间)的相对位置随时间发生了变化。而所谓静止:就是物体间(或物体的一部分与另一部分之间)的相对位置不随时间发生变化。由此可见,要知道物体是处于运动还是静止状态,就得选择另外的物体作为参考标准进行比较,观察它们之间的相对位置有无发生变化。为此我们很自然地引进参照系这一概念。所谓参照系就是为了描述物体的运动而被选作参考标准用以进行比较的物体(或相对静止的物体组)。

在描述物体运动时,必须注意如下几点:(1)必须指明所描述的物体运动是相对于哪一个参照系而言的,否则无意义。这是因为对于不同的参照系,同一物体的运动情况的描述是不同的。例如,在一列作匀速直线运动的车厢内,突然有一螺丝钉自车顶脱落,若选择车厢为参照系(即站立在车厢内的乘客进行观察),则结论是螺丝钉作自由落体运动;若参照系选择在地面上(即站立在地面上的人进行观察),则结论是螺丝钉作水平抛体运动。上述例子说明了运动描述的相对性。(2)参照系的选择是任意的,主要视问题的研究方便而定。例如讨论地面上运动的物体时,通常选择地球作为参照系。不过,由于地球在不停地自转及绕太阳运动,所以,一个相对于地面静止的物体,对于太阳来说,则是随地球一起转动并绕太阳转动。然而,太阳也不是静止的,它在整个银河系中也以每秒约二百多千米的速率运动着。由此可见,对任何物体而言,静止是相对的,有条件的,而运动是绝对的。

二、坐标系

参照系只能定性地说明物体间的相对位置随时间发生了变化还是没有发生变化,但是相对位置变化了多少、变化的快慢如何,还必须要定量的描述。

为了定量地描述物体位置的变化和运动情况，还需要在参考系上固定一个坐标系。常用的是直角坐标系，它是在参考系上选定一点作为坐标系原点，通过原点作三条附有标度的、互相垂直的有向直线作为三个坐标轴（ X 轴、 Y 轴、 Z 轴）的体系，如图1-1所示。根据需要，我们也可以选用其它的坐标系，例如极坐标系、球面坐标系或圆柱面坐标系等来研究物体的运动。

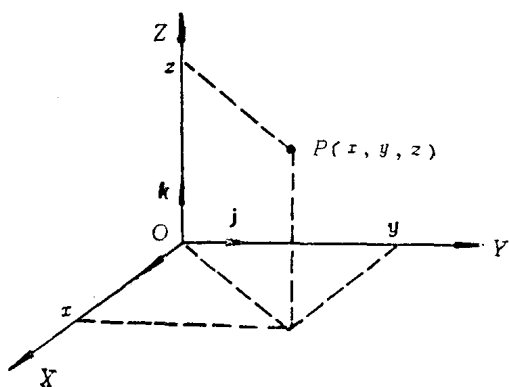


图 1-1 直角坐标系

采用直角坐标系来研究一个物体的运动，有时并不需要三条坐标轴。例如，对于一维直线运动，只需要一条坐标轴；对于二维平面运动，只需要两条坐标轴；对于三维空间运动，才需要三条坐标轴。必须指出，由于坐标系是参照系的数学抽象，故坐标系一经选定，也就表明参照系业已选定，物体相对于坐标系的运动也就是相对于参照系的运动。随着课程的不断深入，我们将看到，究竟选用何种坐标系，要视所研究的问题方便而定，同一物体的运动方程，在不同的坐标系下，可以有不同的数学表达式。

三、质点

参照系和坐标系选定后，就可以用之定量地描述物体在任意时刻的位置以及位置随时间的变化关系。但是，由于物体总是具有大小和形状，且在运动过程中，其大小和形状也可能随时间而发生变化，这就使得在运动时，物体上各点位置的变化不完全相同。要详细地描述物体每一点的运动情况是很困难的，因此我们必须把所研究的物体作一些理想化的模型假设，即把物体视为刚体或质点来处理。所谓刚体就是：大小和形状在运动过程中始终保持不变的物体（关于刚体方面的知识在第三章讨论）。所谓质点就是：忽略运动物体的大小和形状而集中运动物体全部质量的空间几何点。

当然，不是在所有问题中都可以把运动物体视为质点来处理。一般说来，符合下述两个条件之一，便可把运动物体视为质点：（1）物体运动时，物体上各点的位置变化完全相同；（2）物体的形状和大小在所研究的问题中可忽略不计。例如，研究地球绕太阳公转时，由于地球至太阳的平均距离（约 1.5×10^8 公里）比地球的半径（约6370公里）大得多，地球的形状和大小可以忽略，故在研究地球的公转时，可以把地球当作质点。但是，若研究地球本身的自转时，地球上各点的运动情况就大不相同，这时就不能再把地球当作质点处理了。

最后必须指出，把物体视为质点这种抽象的研究方法，在实践上和理论上是有重要意义的。当我们所研究的运动物体不能视为质点时，可把整个物体看成是由许多质点所组成，分析这些质点的运动情况，加以综合，就可弄清整个物体的运动。所以，研究质点的运动是研究物体运动的基础，在第三章中我们将可看到这种处理方法。

在本书的第一和第二章中都是把运动物体视为质点来处理。因此除特别说明之外，在这两章中所谓的运动物体都是指质点而言的。

第二节 位移 速度 加速度

一、位置矢量

处于运动状态的质点，任意时刻在空间都对应一个确定的位置，这个位置通常用一个被称为位置矢量的物理量来表示。

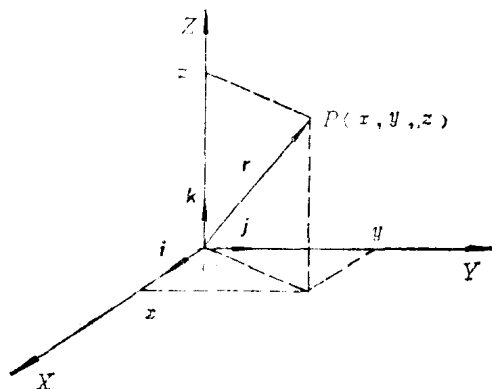


图 1-2 位置矢量

位置矢量就是从坐标原点O到确定点P的有向线段 $OP = r$ 。如图1-2所示。

在直角坐标系中，位置矢量 r 可表示为

$$r = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

式中 $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ 分别为沿 X , Y , Z 轴的单位矢量（长度为1，只表示方向的矢量）

位置矢量的模用 $|r|$ 表示，其值为

$$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

位置矢量 r 的方向可用三个方向余弦表示为

$$\cos\alpha = \frac{x}{|r|}, \quad \cos\beta = \frac{y}{|r|}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{|r|}$$

式中 α , β 和 γ 分别为 r 与 X 、 Y 和 Z 轴之间的夹角。

二、位移矢量

由于质点是处在运动之中，故位置矢量 r 应该是随时间 t 而变化的，为了反映质点从 t 到 $t + \Delta t$ 这段时间间隔内，位置矢量的变化情况，常用一个位移矢量来表示。如图1-3所示，设质点在 t 时刻对应的位置矢量为 r_A ，而在 $t + \Delta t$ 时刻对应的位置矢量为 r_B ，则把 $\Delta r = r_B - r_A$ 称为该时间间隔 Δt 的位移。

在应用位移这个物理概念时，应注意如下几点：（1）位移是矢量，它的大小由线段 $\overline{AB} = |\Delta r|$ 的长度决定，其方向由矢量差 $\Delta r = r_B - r_A$ 决定。（2）位移的大小和质点运动通过的实际路程 $\widehat{AB}$ 在一般情况下（即使是直线运动）是不同的。（3）只有当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，或在单向性的直线运动中，位移的大小才和路程相同。

在国际单位制（SI）中，位置矢量和位移矢量的单位都是米（m）。

例1-1 一质点在 XOY 平面内作曲线运动，在某时刻 t_1 ，质点处在坐标为 (x_1, y_1) 的位置，而在 t_2 时刻，质点处在坐标为 (x_2, y_2) 的位置，试写出：

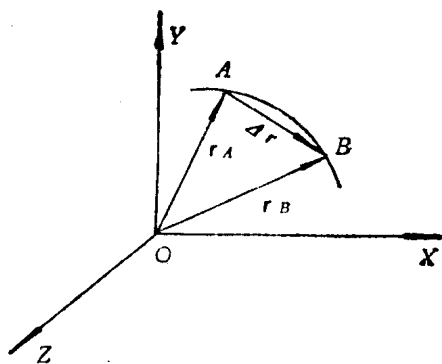


图 1-3 位移矢量

- (1) 质点在 t_1 时刻和 t_2 时刻的位置矢量表达式。
- (2) 质点由 t_1 到 t_2 这段时间间隔内发生的位移之量值。
- (3) 用方向余弦表示位移的方向，或确定位移和 X 轴之夹角。

解：(1) 对应 t_1 时刻，质点的位置矢量为： $\mathbf{r}_1 = x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j}$

对应 t_2 时刻，质点的位置矢量为： $\mathbf{r}_2 = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j}$

- (2) 应用位移矢量的定义，质点由 t_1 到 t_2 时刻这段时间间隔内所发生的位移为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{r} &= \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = (x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j}) - (x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j}) \\ &= (x_2 - x_1) \mathbf{i} + (y_2 - y_1) \mathbf{j} \end{aligned}$$

故位移的量值为

$$|\Delta \mathbf{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- (3) 表示位移方向的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{\Delta x}{|\Delta \mathbf{r}|} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{\Delta y}{|\Delta \mathbf{r}|} = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$

位移 $\Delta \mathbf{r}$ 与 X 轴之夹角为： $\tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

三、速度

假如质点在 $\Delta t = t_2 - t_1$ 的时间间隔内的位移为 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ ，(见图1-4) 由于完成相同位移(位置变化) $\Delta \mathbf{r}$ 的时间可长可短，为了反映质点位置变动的快慢和方向，常用速度这个物理量来描述。

1. 平均速度和平均速率

设运动质点在 t_1 时刻的位置矢量为 $\mathbf{r}_1$ ，而在 t_2 时刻的位置矢量为 $\mathbf{r}_2$ ，我们把位移 $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ 与实现此位移所需的时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ 的比值称为对应于此时间间隔 Δt 的平均速度。

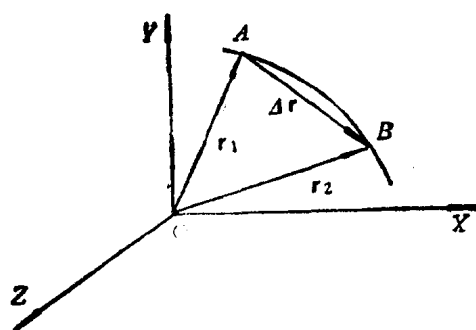


图 1-4

$$\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

两不同时间间隔有不同的平均速度，因此必须指明是哪一段时间间隔内的平均速度，否则毫无意义。

为了理解平均速度的性质，我们以一个质点的自由落体运动来说明。今以落体起点作为坐标原点，铅直向下作为 OX 轴的正方向。这样，质点下落的位置就可用坐标 x 标志出来（见表1-1）。

表 1-1 位置-时刻表

时刻 t (s)	下落位置 x 的坐标值 (m)
0	0
1	4.9
2	19.6
3	44.1
4	78.4
5	122.5
6	176.4

现在我们利用平均速度的概念来计算自由落体第四秒到第六秒之间的平均速度

$$\overline{v}_{64} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_6 - x_4}{t_6 - t_4} = \frac{176.4 - 78.4}{6 - 4} = 49(\text{ms}^{-1})$$

仔细分析一下可知，这一数据只能粗略地反映落体在这一段时间间隔内的运动状况，因为该落体在4-5s间下落了44.1m（即在此段时间间隔内的平均速度为 $\overline{v}_{54} = 44.1\text{ms}^{-1}$ ），而在5-6s间的平均速度 $\overline{v}_{65} = 53.9\text{ms}^{-1}$ 。更进一步考虑， 53.9ms^{-1} 是否能精确地反映出落体在第五秒到第六秒之间的运动状况呢？仍然是不精确的，因为就在这一秒的时间间隔内，落体的运动快慢还是时时刻刻地变化着的，头半秒和后半秒的位移就不一样；再分小些，第一个1/4秒内和第二个1/4秒内的位移也不一样……。

上述的分析告诉我们，直接把 $\boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 运用于变速运动，只能粗略地描述这段时间内的运动情况，不能精确地反映出每一瞬时质点的真实运动情况。因此，我们说：用平均速度描述质点的运动是粗略的描述方法。

在运动学中，常常遇到平均速率这一概念。所谓平均速率就是质点在运动中所经历的几何路程 $\overline{AB}$ 与完成这几何路程所需时间 Δt 的比值。即

$$\overline{v} = \frac{\overline{AB}}{\Delta t}$$

必须指出，平均速度是矢量，它总是和位移联系在一起；而平均速率是标量，它总是和路程联系在一起。绝对不能认为平均速率一定就是平均速度的大小。

2. 瞬时速度

为了引进瞬时速度这一概念，我们来讨论一下自由落体在第四秒末这一时刻的速度。我们可采用这样的方法，在第四秒末附近（邻域）取一小段时间 Δt ，并计算出相应的 Δx ，从而求得 $\overline{v}$ 见图1-5。

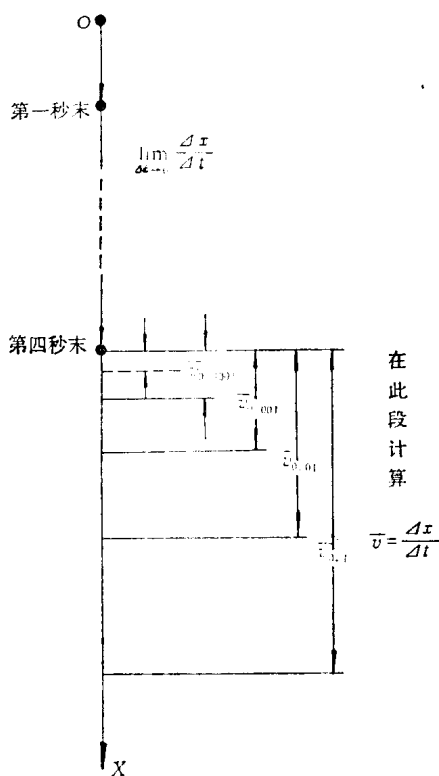


图 1-5 在第四秒末附近取 $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ，并让 Δx ， Δt 越来越小

很明显， Δt 取得越小，算出的 $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ 就越能较精确的描写出第四秒末质点的运动状态。

设时刻 t 和 t' 所对应物体的位置是 x 和 x' ，则 $\Delta t = t' - t$ ， $\Delta x = \frac{1}{2}gt'^2 - \frac{1}{2}gt^2 =$

$\frac{1}{2}g(t'^2 - t^2)$ 。当 Δt 取值逐渐减小时，计算出 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 的数值变化如下：

当取时间间隔为第四秒到第4.1秒，即 $\Delta t = 4.1 - 4 = 0.1$ s 时

$$\overline{v}_{0.1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.9(4.1^2 - 4^2)}{4.1 - 4} = 39.69(\text{ms}^{-1})$$

当取时间间隔为第4秒到第4.01秒时, 即 $\Delta t = 4.01 - 4 = 0.01\text{s}$ 时

$$\overline{v}_{0.01} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.9(4.01^2 - 4^2)}{4.01 - 4} = 39.25(\text{ms}^{-1})$$

同样, 当 $\Delta t = 0.001\text{s}$ 时, $\overline{v}_{0.001} = 39.205(\text{ms}^{-1})$

当 $\Delta t = 0.0001\text{s}$ 时, $\overline{v}_{0.0001} = 39.2005(\text{ms}^{-1})$

当 $\Delta t = 0.00001\text{s}$ 时, $\overline{v}_{0.00001} = 39.20005(\text{ms}^{-1})$

上述计算看出, 当 Δt 逐渐减小并趋于零时, 计算出的 $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ 之数值趋于 39.2ms^{-1} , 这就是自由落体运动第四秒末的速度。

这种逼近法在数学上称为取极限。由此可见, 运动质点在某时刻的瞬时速度就是该时刻附近的平均速度的极限值; 数学上此极限值是位置矢量 $\mathbf{r}$ 对时间 t 的一阶导数。

$$\mathbf{v}_{(t)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

假如质点是在自由空间运动, 由于 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, 故瞬时速度亦可表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_{(t)} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} \\ &= v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k}\end{aligned}$$

其中: $v_x = \frac{dx}{dt}$, $v_y = \frac{dy}{dt}$ 和 $v_z = \frac{dz}{dt}$ 分别为运动质点沿 X , Y 和 Z 轴方向的分速度。

本章主要研究质点的平面曲线运动, 瞬时速度的表达式可简化为

$$\mathbf{v}_{(t)} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \quad (1-1)$$

速度的大小

$$|\mathbf{v}_{(t)}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (1-2)$$

速度的方向用速度方向和 X 轴夹角 α 表示

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{dy}{dx} \quad (1-3)$$

关于瞬时速度的概念, 我们必须明确如下几点:

(i) 当 $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta \mathbf{r} \rightarrow 0$ 时, $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ 有一个确定的极限值, 这就是瞬时速度。它确切地反映了那一点的运动状况。

(ii) 对不同的点有不同的速度, 因此瞬时速度一定要对具体点而言。

(iii) 从式(1-3)可见, 质点作平面曲线运动时, 任意时刻(即任意位置)的速度方向, 即为对应于该时刻(即该位置)质点轨道的切线方向, 如图1-6(空间运动也一样)。再者, 从图1-4可见, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 弦长 $|\Delta \mathbf{r}|$ 和弧长 AC 相等, 故瞬时速度之大小即为瞬

时速率。

在国际单位制中，速度和速率的单位都是米/秒(ms^{-1})。

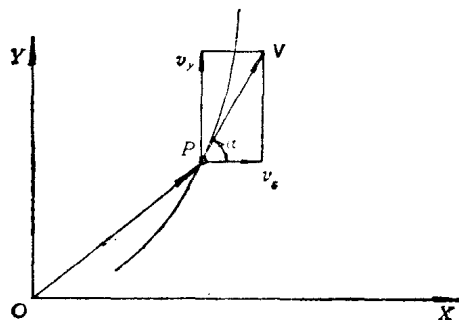


图 1-6 平面曲线运动的瞬时速度

四、加速度

速度是矢量，不论其大小或方向发生变化，或二者同时变化，都是速度发生了改变。为了反映速度变化的快慢和方向，我们引入加速度的概念。

如图1-7所示，质点在 XOY 平面内沿轨道 AB 作曲线运动，设在 t 时刻，质点的速度为 v_1 ，而在 $t + \Delta t$ 时刻，质点的速度为 v_2 ，则在 Δt 时间间隔内，质点速度的增量为

$$\Delta v = v_2 - v_1$$

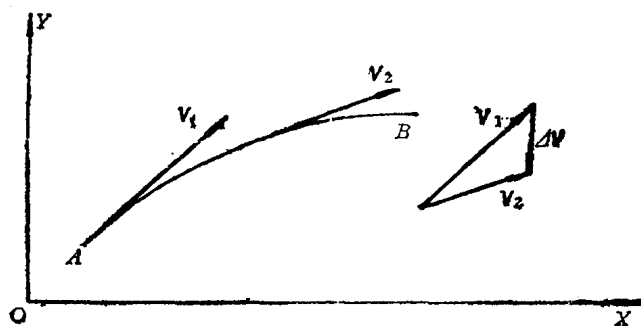


图 1-7 曲线运动的加速度

我们把 Δv 与 Δt 的比值称为质点在时间间隔 Δt 的平均加速度。其表达式为

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

正如平均速度一样，平均加速度只能粗略地反映在指定的时间间隔 Δt 内，质点速度的平均变化情况，而不能精确地反映质点在每一时刻（即每一位置）速度的变化情况。为了能精确地反映任意时刻（即任一位置）质点运动速度的变化，取 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的平均加速度，即平均加速度的极限值称为瞬时加速度，其数学表示式

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(v_x i + v_y j + v_z k)$$

在平面运动时

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} = \frac{d^2x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \mathbf{j} \\ &= a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j}\end{aligned}\quad (1-4)$$

其中 $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ 和 $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$ 分别为运动质点沿 X 和 Y 方向的分加速度。由此，可得质点作平面曲线运动加速度的大小为

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

这里值得注意的是：平均加速度的方向决定于速度的增量， $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ 的方向，如图1-7，且其大小和方向都随所取 Δt 的间隔不同而不同。而瞬时加速度的方向则为 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta\mathbf{v}$ 的极限方向，它与平均加速度的方向在一般情况下是不相同的，这两者在一般情况下和物体运动的方向也是不同的。

例1-2 在质点的平面曲线运动中， $|\Delta\mathbf{v}|$ 与 $|\Delta v|$ 是否相同？试作图说明。

解：如图1-8所示， $|\Delta\mathbf{v}| = |\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A| = \overline{ab}$ ，表示在 $\Delta t = t_2 - t_1$ ，这时间间隔内，对应于 t_2 时刻和 t_1 时刻的两个速度矢量差的绝对值。而 $|\Delta v| = |v_B - v_A| = \overline{cb}$ ，表示相应这两个时刻的两个速率差的绝对值。在一般情况下，由于 $\overline{ab} \neq \overline{cb}$ 故 $|\Delta\mathbf{v}| \neq |\Delta v|$ 。

在国际单位制中，加速度的单位是米/秒² (ms^{-2})。

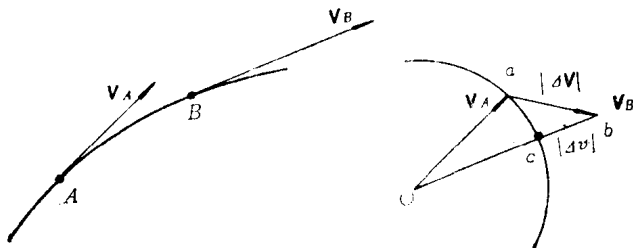


图 1-8 $|\Delta\mathbf{v}|$ 与 $|\Delta v|$ 之比较

第三节 运动方程

当质点相对于参照系运动时，质点的位置矢量 $\mathbf{r}$ 随时间 t 而变化，即 $\mathbf{r}$ 为时间 t 的函数，物理学中把位置矢量 $\mathbf{r}$ 随时间 t 变化的函数关系称为质点的运动方程。

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1-5)$$

对于一个自由质点的空间运动，位置矢量在直角坐标系下可表达为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

$\mathbf{r}$ 是 t 的函数，则分量 x 、 y 和 z 也是 t 的函数。因此质点的运动方程还可采用分量形式（也称参数方程）

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-6)$$

(1-5) 和 (1-6) 两式是运动学中常用的两种运动方程的表达式。运动学的基本任务就是要根据各种具体的情况，求出运动方程，从而确定其运动轨迹、速度和加速度等物理量。

例1-3 已知质点的运动方程为 $\mathbf{r} = a\cos\omega t \mathbf{i} + b\sin\omega t \mathbf{j}$ ，式中 a ， b ， ω 均为常