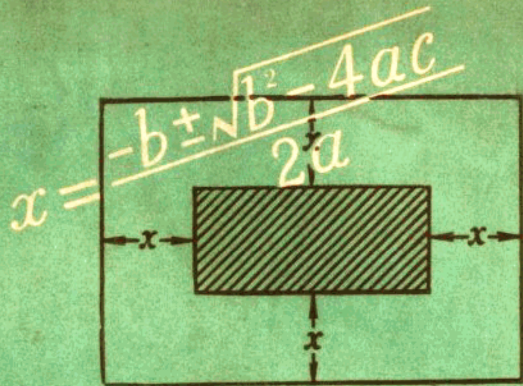

十年制学校初中課本

代数

DAISHU

第三册

十年制学校初中課本

（試用本）

代　　数

第 三 册

北京市书刊出版业营业许可証出字第二号

人民教育出版社編輯出版（北京景山东街）

新　华　书　店　发　行

京　华　印　书　局　印　裝

統一书号：K 7012·1267　字数：89 千

开本：850×1168 毫米　1/32　印张：$5\frac{3}{16}$

1962 年第一版

第一版 1962 年 6 月第一次印刷

北京：1—5,720 册

定价 0.34 元

十年制学校初中課本(試用本)代数第三冊

目　录

第七章　根式(續)

IV　根式运算

7.8 根式　我們已經知道，如果 $x^n=a$，x 叫作 a 的 n 次方根，这里在 n 是奇数的时候，a 可以是任何实数，用 $\sqrt[n]{a}$ 表示这个方根；在 n 是偶数的时候，a 可以是任何正实数或者零，用 $\sqrt[n]{a}$ 表示正的一个方根，用 $-\sqrt[n]{a}$ 表示負的一个方根．表示方根的式子叫作**根式**．例如 $\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{-5}$，$\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$，$\sqrt{a^2+1}$，$\sqrt[3]{b^2-b+1}$ 等都是根式．应当注意，負数的偶次方根沒有意义，所以 $\sqrt{-2}$，$\sqrt[4]{-\frac{1}{3}}$ 等就不是根式．

$\sqrt[n]{a}$ 讀作 a 的 n 次方根．

根据方根的定义，可以知道

$$\boxed{(\sqrt[n]{a})^n=a.}$$

因为 $\sqrt[3]{-125}=-\sqrt[3]{125}=-5$，$\sqrt[5]{-2}=-\sqrt[5]{2}$，所以任何負数的奇次方根都可以化成和某一个算术根相反的数．这就是說，在求負数的奇次方根时，可以把負号提到根号的前面，然后求正数的算术根．由此可知，根式

$\sqrt[n]{a}$都可以化为算术根．因此，我們研究根式的性質的时候，只要研究算术根的性質就可以了．

在本章里，如果沒有特別說明，所有的字母都表示正数，所有作为根指数的字母都表示大于1的正整数．

练习

1．（口答）說出满足下列条件的式子：

（1）平方后等于17的正数；（2）平方后等于17的負数；

（3）立方后等于9的数；（4）立方后等于-9的数．

2．（口答）判別下列各式哪些是根式，哪些不是根式：

$\sqrt{3}$；$\sqrt{-3}$；$\sqrt[3]{3}$；$\sqrt[3]{-3}$；$\sqrt[4]{3}$；$\sqrt[4]{-3}$．

3．（口答）設字母x、y都表示实数，下列各式在什么条件下是根式：

（1）$\sqrt{x}$；（2）$\sqrt[3]{x}$；（3）$\sqrt{1-x}$；

（4）$\sqrt{x-1}$；（5）$\sqrt{x-y}$；（6）$\sqrt[3]{x-y}$；

（7）$\sqrt{\frac{2}{x}}$；（8）$\frac{1}{\sqrt{x-1}}$．

4．（口答）把下列各式中的根式化成算术根：

（1）$\sqrt[3]{-9}$；（2）$\frac{2}{3}\sqrt[5]{-6}$．

5．（口答）求下列各式的值：

（1）$(\sqrt{23})^2$；（2）$(\sqrt[3]{129})^3$；

（3）$(\sqrt{0.05})^2$；（4）$\left(\sqrt[3]{-\frac{3}{4}}\right)^3$．

7.9 根式的基本性質 我們看下面的两个例子：

（1）$(\sqrt[6]{2^3})^6=2^3$，

$$(\sqrt{2})^6=[(\sqrt{2})^2]^3=2^3,$$

$\sqrt[6]{2^3}$ 和 $\sqrt{2}$ 都是2^3的6次算术根，而2^3的6次算术根只有一个，所以

$$\sqrt[6]{2^3}=\sqrt{2}.$$

(2) $(\sqrt[8]{a^6})^8=a^6,$

$$(\sqrt[4]{a^3})^8=[(\sqrt[4]{a^3})^4]^2=(a^3)^2=a^6,$$

$\sqrt[8]{a^6}$ 和 $\sqrt[4]{a^3}$都是a^6的8次算术根，而a^6的8次算术根只有一个，所以

$$\sqrt[8]{a^6}=\sqrt[4]{a^3}.$$

一般地，因为

$$(\sqrt[np]{a^{mp}})^{np}=a^{mp},$$

$$(\sqrt[n]{a^m})^{np}=[(\sqrt[n]{a^m})^n]^p=(a^m)^p=a^{mp},$$

$\sqrt[np]{a^{mp}}$ 和 $\sqrt[n]{a^m}$都是a^{mp} 的 np 次算术根，而 a^{mp} 的 np 次算术根只有一个，所以

$$\boxed{\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}.}$$

上面的式子对于 $n=1$ 也同样成立，就是

$$\boxed{\sqrt[p]{a^{mp}}=a^m.}$$

公式 $\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$ 就是說，**一个根式(算术根)的根指数和被开方数的指数都乘以或者除以同一个正整数，**

根式的值不变．这个性质，叫作**根式的基本性质**．

对于根式的基本性质，应当特别注意算术根这个条件，如果不是算术根，那就不一定有这个性质．例如 $\sqrt[3]{-8}=-2$，$\sqrt[6]{(-8)^2}=\sqrt[6]{64}=2$，所以 $\sqrt[3]{-8}\neq\sqrt[6]{(-8)^2}$．

根据根式的基本性质，一个算术根，在被开方数的指数和根指数有公約数时，可以把这个公約数約去；反过来，也可以把被开方数的指数和根指数都扩大相同的倍数．

例 1 約簡下列根式中被开方数的指数和根指数：

(1) $\sqrt[5]{a^{10}}$；(2) $\sqrt[4]{x^2}$；(3) $\sqrt[6]{8a^6b^3}$；(4) $\sqrt[6n]{a^{3n}b^{4n}}$．

解 (1) $\sqrt[5]{a^{10}}=a^2$；

(2) $\sqrt[4]{x^2}=\sqrt{x}$；

(3) $\sqrt[9]{8a^6b^3}=\sqrt[9]{(2a^2b)^3}=\sqrt[3]{2a^2b}$；

(4) $\sqrt[6n]{a^{3n}b^{4n}}=\sqrt[6n]{(a^3b^4)^n}=\sqrt[6]{a^3b^4}$．

例 2 把 $\sqrt[3]{5}$、$\sqrt{3}$ 化成同次根式（就是根指数相同的根式），然后比較它們的大小．

解 把根指数 3 和 2 都化成它們的最小公倍数 6：

$$\sqrt[3]{5}=\sqrt[6]{5^2}=\sqrt[6]{25},$$

$$\sqrt{3}=\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{27}.$$

$$\because\quad \sqrt[6]{25}<\sqrt[6]{27},\qquad \therefore\quad \sqrt[3]{5}<\sqrt{3}.$$

练习

1．（口答）下列計算有沒有錯誤？如果有錯誤，应当怎样改正？

(1) $\sqrt[4]{4a^2}=\sqrt{4a}$；

(2) $\sqrt[3]{-2}=\sqrt[6]{(-2)^2}=\sqrt[6]{4}$;

(3) $\sqrt[6]{(-3ab^2)^2}=\sqrt[3]{-3ab^2}$;

(4) $\sqrt[3]{a+b}=\sqrt[6]{a^2+b^2}$.

2. (口答)計算下列各式:

(1) $\sqrt[4]{3^8}$; (2) $\sqrt{a^6}$; (3) $\sqrt{a^{2n}}$; (4) $\sqrt[n]{a^{2n}}$.

3. 約簡下列根式中被开方数的指数和根指数:

(1) $\sqrt[4]{y^2}$; (2) $\sqrt[3]{m^9}$; (3) $\sqrt[6]{9n^4}$; (4) $\sqrt[12]{x^4y^6}$.

4. 把下列根式化成同次根式:

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{10}$; (2) $\sqrt[4]{5a}$, $\sqrt{3b}$;

(3) $\sqrt{xy}$, $\sqrt[3]{2xy^2}$, $\sqrt[4]{3x^3y}$;

(4) $\sqrt[3]{2m}$, $\sqrt[4]{\frac{m^2}{3n}}$, $\sqrt[6]{\frac{5m}{n^3}}$.

习題四十一

1. 計算下列各式:

(1) $\sqrt{x^2-2x+1}$; $(x>1)$

(2) $\sqrt{x^2-2x+1}$; $(x<1)$

(3) $\sqrt{a^2-2ab+b^2}$; $(a>b)$

(4) $\sqrt{a^2-2ab+b^2}$. $(a<b)$

2. 約簡下列根式中被开方数的指数和根指数:

(1) $\sqrt[4]{25x^2y^2}$; (2) $\sqrt[9]{27a^6b^3}$;

(3) $\sqrt[8]{16x^2y^4}$; (4) $\sqrt[n]{a^nb^{2n}c^{3n}}$;

(5) $\sqrt[6]{27(x+y)^3}$; (6) $\sqrt[4]{a^4+2a^2b^2+b^4}$.

3. 把下列根式化成同次根式:

(1) $\sqrt[3]{6y^2}$, $\sqrt{5y}$; (2) $\sqrt{2mn}$, $\sqrt[5]{7m^2n^3}$;

(3) $\sqrt{x+y}$, $\sqrt[4]{(x+y)^3}$, $\sqrt[6]{(x+y)^5}$;

(4) $\sqrt[6]{m-n}$, $\sqrt[4]{m^2-n^2}$, $\sqrt[3]{m^2+n^2}$. $(m>n)$

4. 不求方根的值，比較下列根式的大小:

(1) $\sqrt[3]{0.7}$ 和 $\sqrt{0.8}$;　　(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$;

(3) $\sqrt[3]{-3}$ 和 $-\sqrt{2}$;　　(4) $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{11}$ 和 $\sqrt[6]{123}$.

5. (1) 写出 $\sqrt[6]{8}$ 精确到 0.001 的近似值;

(2) 写出 $\sqrt[8]{81}$ 精确到 0.001 的近似值.

7.10 乘积和分式的算术根 我們看下面的两个例子:

(1) $(\sqrt{9\times4})^2=9\times4$,

$$(\sqrt{9}\times\sqrt{4})^2=(\sqrt{9})^2\times(\sqrt{4})^2=9\times4,$$

$\sqrt{9\times4}$ 和 $\sqrt{9}\times\sqrt{4}$ 都是 9×4 的算术平方根，而 9×4 的算术平方根只有一个，所以

$$\sqrt{9\times4}=\sqrt{9}\times\sqrt{4}.$$

(2) $(\sqrt[3]{5\times7})^3=5\times7$,

$$(\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{7})^3=(\sqrt[3]{5})^3\times(\sqrt[3]{7})^3=5\times7,$$

$\sqrt[3]{5\times7}$ 和 $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{7}$ 都是 5×7 的算术立方根，而 5×7 的算术立方根只有一个，所以

$$\sqrt[3]{5\times7}=\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{7}.$$

一般地，因为

$$(\sqrt[n]{ab})^n=ab,$$

$$(\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b})^n=(\sqrt[n]{a})^n\cdot(\sqrt[n]{b})^n=ab,$$

$\sqrt[n]{ab}$ 和 $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$都是 ab 的 n 次算术根，而 ab 的 n 次算术根只有一个，所以

$$\boxed{\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}.}$$

根据这个公式，可以推得

$$\sqrt[n]{abc}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\cdot\sqrt[n]{c}$$

等等.

这就是說，**乘积的算术根，等于乘积中各个因式的同次算术根的乘积.**

和上面相同，因为

$$\left(\sqrt[n]{\frac{a}{b}}\right)^n=\frac{a}{b},$$

$$\left(\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\right)^n=\frac{(\sqrt[n]{a})^n}{(\sqrt[n]{b})^n}=\frac{a}{b},$$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ 和 $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$都是$\frac{a}{b}$的 n 次算术根，而$\frac{a}{b}$的 n 次算术根只有一个，所以

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.}$$

这就是說，**分式的算术根，等于分子的同次算术根除**

以分母的同次算术根.

例1 計算: (1)$\sqrt{256\times225}$; (2)$\sqrt[3]{64000}$;

(3)$\sqrt{17^2-8^2}$; (4)$\sqrt[3]{-60\times18\times25}$.

解 (1) $\sqrt{256\times225}=\sqrt{256}\times\sqrt{225}=16\times15$
$=240$;

(2) $\sqrt[3]{64000}=\sqrt[3]{64\times1000}=\sqrt[3]{64}\times\sqrt[3]{1000}$
$=4\times10=40$;

(3) $\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{(17+8)(17-8)}$
$=\sqrt{25\times9}=\sqrt{25}\times\sqrt{9}$
$=5\times3=15$;

(4) $\sqrt[3]{-60\times18\times25}$
$=-\sqrt[3]{2^2\cdot3\cdot5\times2\cdot3^2\times5^2}$
$=-\sqrt[3]{2^3\times3^3\times5^3}=-(2\times3\times5)$
$=-30$.

例2 計算: (1)$\sqrt{\frac{9}{16}}$; (2) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$; (3) $\sqrt[3]{-\frac{8a^3b^6}{27c^9d^3}}$.

解 (1) $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}$;

(2) $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{3}{5}$;

(3) $\sqrt[3]{-\frac{8a^3b^6}{27c^9d^3}}=-\frac{\sqrt[3]{8a^3b^6}}{\sqrt[3]{27c^9d^3}}=-\frac{2ab^2}{3c^3d}$.

练习

1. (口答)計算:

(1) $\sqrt{16\times9}$;　　(2) $\sqrt{36a^4}$;

(3) $\sqrt[3]{8\times(-27)}$;　　(4) $\sqrt[3]{125x^6y^3}$.

2. (口答)計算:

(1) $\sqrt{\frac{4}{25}}$;　　(2) $\sqrt[3]{\frac{a^3}{8b^6}}$;

(3) $\sqrt{\frac{a^4}{144}}$;　　(4) $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}}$.

3. (口答)下列計算对不对？为什么？

(1) $\sqrt{4a^2}=4a$;　　(2) $\sqrt[3]{6a^3}=2a$;

(3) $\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$;　　(4) $\sqrt{4^2+3^2}=4+3=7$.

4. 計算:

(1) $\sqrt{49\times36\times121}$;　　(2) $\sqrt{54\times36}$;

(3) $\sqrt{65^2-16^2}$;　　(4) $\sqrt[3]{2a^2b\cdot(-4ab^2)}$.

习題四十二

計算下列各題(第1題——第7題):

1. (1) $\sqrt{121\times169}$;　　(2) $\sqrt{256\times225\times196}$;

(3) $\sqrt[3]{-343\times512\times729}$;　　(4) $\sqrt[4]{81\times16\times625}$.

2. (1) $\sqrt{\frac{144}{289}}$;　　(2) $\sqrt{2\frac{34}{81}}$;

(3) $\sqrt[3]{-4\frac{17}{27}}$;　　(4) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

3. (1) $\sqrt{25a^4b^6}$; (2) $\sqrt[3]{-27x^3y^6z^9}$;

(3) $\sqrt[3]{64a^{3m}b^{3n}}$; (4) $\sqrt[n]{a^{2n}b^nc^{3n}}$.

4. (1) $\sqrt{\frac{4a^2b^4}{25c^2d^6}}$; (2) $\sqrt[3]{-\frac{8a^6b^3c^9}{27x^{12}}}$;

(3) $\sqrt[3]{\frac{8x^{3n}y^6}{27a^6b^{9n}}}$; (4) $\sqrt[n]{\frac{a^nb^{2n}}{x^{3n}y^n}}$.

5. (1) $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}$; (2) $\sqrt{1.7^2-0.26^2}$;

(3) $\sqrt{\left(1\frac{1}{25}\right)^2-\left(\frac{2}{5}\right)^2}$; (4) $\sqrt{(a^2+b^2)^2-(a^2-b^2)^2}$.

6. (1) $\sqrt{45\times10\times98}$; (2) $\sqrt{96\times56\times189}$;

(3) $\sqrt[3]{12a^4b\cdot(-18a^2b^2)}$; (4) $\sqrt{2a^mb^n\cdot3a^m\cdot6b^n}$.

7. (1) $\sqrt{\frac{4a^2+12ab+9b^2}{a^4+10a^2b^2+25b^4}}$; (2) $\sqrt[3]{\frac{x^3-3x^2+3x-1}{x^3+6x^2+12x+8}}$;

(3) $\sqrt{\frac{3a^2-12a+12}{12a^2-12a+3}}$, $(a>2)$

(4) $\sqrt{\frac{x^3+x^2y-xy^2-y^3}{x^3+3x^2y+3xy^2+y^3}}$, $(x>y)$

8. 計算 $\sqrt{\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2+2ab+b^2}}$ 的值:

(1) $a>b$; (2) $a=b$; (3) $a<b$.

9. 应用平方根表或立方根表求下列各式的值:

(1) $\sqrt{247\times1000}$; (2) $\sqrt{568\times810}$;

(3) $\sqrt[3]{137\times27}$; (4) $\sqrt[3]{483\times16}$.

7.11 根号里面和外面因式的移动 我們看下面的

两个例子:

$$\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2\cdot b}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b}=a\sqrt{b};$$

$$\sqrt[3]{a^6b^5}=\sqrt[3]{a^6\cdot b^3\cdot b^2}=\sqrt[3]{a^6}\cdot\sqrt[3]{b^3}\cdot\sqrt[3]{b^2}$$

$$=a^2b\sqrt[3]{b^2}.$$

从上面的两个例子可以看出，如果被开方数中有的因式能开得尽方，那么这些因式可以用它們的算术根来代替而移到根号外面.

例 1 把下列各式中根号內的因式移到根号外，使被开方数的每一个因式的指数都低于根指数:

(1) $\sqrt{4m^3n}$; (2) $\sqrt[3]{16x^7y^5}$; (3) $\sqrt{12}$.

解 (1) $\sqrt{4m^3n}=\sqrt{4m^2\cdot mn}=\sqrt{4m^2}\cdot\sqrt{mn}$
$=2m\sqrt{mn}$;

(2) $\sqrt[3]{16x^7y^5}=\sqrt[3]{8x^6y^3\cdot 2xy^2}=2x^2y\sqrt[3]{2xy^2}$;

(3) $\sqrt{12}=\sqrt{4\times 3}=2\sqrt{3}$.

反过来，我們也可以把根号外面的因式移到根号的里面.

例 2 不求方根的值，比較 $3\sqrt{5}$ 和 $2\sqrt{11}$ 的大小.

解 $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\cdot 5}=\sqrt{45}$,

$2\sqrt{11}=\sqrt{2^2\cdot 11}=\sqrt{44}$.

$\because\ \sqrt{45}>\sqrt{44}$,

$\therefore\ 3\sqrt{5}>2\sqrt{11}$.

练习

1. (口答)把根号內的因式移到根号外，使被开方数的每一个因式的指数都低于根指数:

(1) $\sqrt{2a^3}$; (2) $\sqrt{4xy^3}$; (3) $\sqrt{9x}$; (4) $\sqrt{18}$;

(5) $\sqrt{50}$; (6) $\sqrt[3]{54}$; (7) $\sqrt[3]{2m^4}$; (8) $\sqrt[3]{27a^2}$.

2. (口答)說出下列各根式中的被开方数:

(1) $2a=\sqrt{\quad}$; (2) $2a=\sqrt[3]{\quad}$;

(3) $a^2=\sqrt[3]{\quad}$; (4) $a^m=\sqrt[n]{\quad}$.

3. (口答)下列計算对不对？为什么？

(1) $2a\sqrt{b}=\sqrt{2a^2b}$;

(2) $-3\sqrt{2}=\sqrt{(-3)^2\cdot 2}=\sqrt{18}$;

(3) $3\sqrt{\dfrac{a}{3}}=\sqrt{a}$;

(4) $\sqrt[3]{16}=2\sqrt{2}$.

4. 把根号外的因式移到根号內:

(1) $7\sqrt{2}$; (2) $3\sqrt[3]{3}$;

(3) $a\sqrt{\dfrac{b}{a}}$; (4) $2\sqrt{0.5}$.

7.12 化去根号內的分母 根据分式的算术根的性質，

$$\sqrt[n]{\frac{b}{a^n}}=\frac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a^n}}=\frac{1}{a}\sqrt[n]{b}.$$

这就是說，如果被开方数是一个分母开得尽方的分式，那么它的分母可以用它的算术根来代替而移到根号

外面．因为分式的分子和分母同乘以一个不等于零的代数式，它的值不变，所以被开方数如果是一个分式，我們可以用一个适当的代数式同乘它的分子和分母，使分母开得尽方，并且用它的算术根来代替而移到根号外面．

例 化去下列各式中根号内的分母：

(1) $\sqrt{\frac{2b}{3a}}$；　(2) $\sqrt{\frac{5}{8}}$；

(3) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$；　(4) $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$．$(a>b)$

解 (1) $\sqrt{\frac{2b}{3a}}=\sqrt{\frac{2b\cdot 3a}{3a\cdot 3a}}=\frac{\sqrt{6ab}}{\sqrt{3^2a^2}}=\frac{1}{3a}\sqrt{6ab}$；

(2) $\sqrt{\frac{5}{8}}=\sqrt{\frac{5\times 2}{8\times 2}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{16}}=\frac{1}{4}\sqrt{10}$；

(3) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}=\sqrt[3]{\frac{3\times 2}{4\times 2}}=\frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2^3}}=\frac{1}{2}\sqrt[3]{6}$；

(4) $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}=\sqrt{\frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)^2}}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a+b}$

$$=\frac{1}{a+b}\sqrt{a^2-b^2}.$$

练习

1．（口答）下列各式乘上怎样的最簡單的一个因式，才能开得尽平方？

(1) $2xy$；　(2) $8a^3b$；　(3) $27x^2$；　(4) $7a^3(a+b)$．

2. 化去根号内的分母:

(1) $\sqrt{\frac{1}{2x}}$; (2) $\sqrt{\frac{x}{50}}$; (3) $\sqrt[3]{\frac{n^2}{9m^2}}$; (4) $\sqrt[3]{\frac{5}{18}}$.

3. (口答)下列計算对不对? 如果不对,应当怎样改正?

(1) $\sqrt[3]{\frac{y}{x^2}}=\sqrt[3]{\frac{yx}{x^2\cdot x}}=x\sqrt[3]{xy}$;

(2) $\sqrt{\frac{b}{a^2}+\frac{a}{b^2}}=\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\sqrt{b+a}$;

(3) $7\sqrt[3]{\frac{3x}{(a+b)^2}}=\frac{7}{a+b}\sqrt[3]{3x(a+b)}$.

7.13 最簡根式 我們看下面的例子:

$$a\sqrt[4]{a^2b^2}=a\sqrt[4]{(ab)^2}=a\sqrt{ab};$$

$$\sqrt{a^3b}=\sqrt{a^2\cdot ab}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{ab}=a\sqrt{ab};$$

$$a^2\sqrt{\frac{b}{a}}=a^2\sqrt{\frac{ab}{a^2}}=a^2\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a^2}}=a\sqrt{ab}.$$

根式 $a\sqrt[4]{a^2b^2}$、$\sqrt{a^3b}$ 和 $a^2\sqrt{\frac{b}{a}}$ 的形式虽然不同,但是它們都可以变形成形式比較簡单的根式 $a\sqrt{ab}$. 根式 $a\sqrt{ab}$ 的特点是它的被开方数的指数和根指数是互質数,被开方数的每一个因式的指数都小于根指数,并且被开方数不含分母. 如果一个根式适合下面三个条件:

(1)被开方数的指数和根指数是互質数;

(2)被开方数的每一个因式的指数都小于根指数;

(3)被开方数不含分母;