

压缩机压力波动 与管道振动

科学技术文献出版社重庆分社

压缩机压力波动与管道振动

中国科学技术情报研究所重庆分所 编 辑

科学技术文献出版社重庆分社 出 版

重庆市市中区胜利路91号

新华书店重庆发行所 发 行

陕西省宝鸡市人民印刷厂 印 刷

开本: 787×1092毫米1/16 印张: 5.4 字数: 17 万

1978年8月第1版 1978年8月第1次印刷

印数: 5900

书号: 15176·323

定价: 0.60元

前 言

本专集收集了国外期刊上发表的有关活塞式压缩机装置中气流压力波动与管道振动的文章十五篇。这些文章从不同角度论述了发生在活塞式压缩机管系中的压力波动和由此而引起的管道振动等一系列问题。

早在二十世纪初,人们就已经注意和研究了活塞机器管道中的波动与共振现象。随着石油、化学等工业的发展,要求提高压缩机的转速和排气量,因此,活塞式压缩机装置中发生的压力波动与管道振动问题,愈来愈引起人们的重视。长期以来,世界各国都在致力于压力波动与管道振动问题的研究,至今发表了大量有价值的研究成果,为这一重要科研课题的圆满解决,提供了较丰富的资料。

大家知道,活塞式压缩机的吸、排气过程,具有脉动特征,会使相连的管系中的气体发生不稳定流动,而管系中充满的气柱则是一个具有振动能力的弹性体。气柱振动,会在很大程度上以压力波的形式影响到压缩机的工作,而压缩机本身又是这种压力波动的激发器,会给管系中的气柱以强制振动。如果所激发的强制振动频率与气柱的自振频率一致或处于一定共振范围时,管系中气柱的压力波动就非常强烈,将带来严重的后果。

吸气管道中的气柱振动,会导致压缩机排气量降低、单位功率消耗增大。排气管道或多级压缩机的级间管道中气柱的压力波动,更会使受振最严重的管道因疲劳而断裂,甚至引起整个装置及其支承的毁坏。

由此可见,压力波动与管道振动是当前活塞式压缩机的一个重要科研课题。在这项科研工作中,有许多国家采用数字电子计算机进行各种繁杂的数学计算,根据各自的计算方法拟定相应的自动计算程序,还采用声-电模拟法研究压力波动过程和管道合理布置问题,建立了目前相当完善的动态模拟计算机。

本专集介绍国外有关这方面的科技资料,供从事活塞式压缩机及其成套装置的设计和有关部门的科技人员参考。

我们水平有限,译文不妥之处,请读者不吝指教。

目 录

活塞式压缩机装置管系中气柱振动的计算与叠加问题	(1)
往复式压缩机管道系统脉动的研究	(6)
(报告1: 复杂管系固有频率的计算)	
往复式压缩机管道系统脉动的研究	(14)
(报告2: 固有频率的模型试验)	
气体压力波动问题 南方气体协会的研究及其成果	(20)
压缩机管道的振动特性	(27)
往复式压缩机管道系统脉动的研究	
(报告3: 管道内的脉动分析)	
评定活塞式压缩机装置中气柱振动的共振判据	(43)
工业压缩气体管道中压力波动防治法的研究	(47)
化工用活塞式压缩机管道振动	(51)
活塞式压缩机共振增压的理论研究	(54)
活塞式压缩机装置中预测危险气柱振动的计算程序	(59)
活塞式压缩机或柴油机与增压器联合运行中增压时中间容器	
容积的 确定	
活塞式压缩机吸气系统的共振长度	(70)
活塞式压缩机管系中压力波动对自动阀工作的影响	(74)
活塞式压缩机吸、排气管系中气体不稳定流动的计算	(78)

活塞式压缩机装置管系中气柱振动的计算与叠加问题

T. Thiessenhuseh

前 言

强制阻尼气柱振动的理论分析,需要的计算量很大,这是不经济的。例如卢茨〔1〕的重要理论几乎不能用于实际。库尔曼〔2〕首先在1966年成功地用高效电子计算机来对其进行处理,并发展了预测活塞式压缩机装置管系中气柱振动的可用的计算方法。然而利用振幅算法〔2〕,只能求取工作过程中单次正弦形激发的强制阻尼 z 阶分振动。此外,以步进法计入阻尼影响,需要范围宽的叠代计算。对大型活塞式压缩机〔3〕作测试得知,可以依次连续使用这种方法计算管系一切分振动,因而据库尔曼〔2〕定的阻尼附加项不再有效。以多级压缩机装置为例,设备的组成有大量分管系,每一分管系最少有两个激发处,并且经常有一系列不可忽略的激发阶数 z ,因此除计算量大外,还必须有无法代替的数据处理量。此外,至今还不清楚对分振动如何叠加。

参考文献〔4〕中指出,藉助固有频率法轻易而得的结果〔2〕所组成的共振判据,可以获得某一激发处产生的分振动的图形。在此成果上,本文叙述如何以扩展固有频率法,在计算量稍微增加的情况下,求得有关分振形及其叠加的计算数据,以满足实际防振的需要。

假设与结论

库尔曼〔2〕对固有频率法采用了适当的假定,即振形的局部位置与阻尼作用无关。此外,还假定自由的、无阻尼振形和强制的、有阻尼振形可比较的振幅之间,存在着参考文献〔2〕中方程式(85)的比例关系,从而使管系任意位置上的振动值,有下列关系

$$c'/c'_{fz} = a'/a'_{fz} = p'/p_{fz} \approx K \quad (1)$$

就扩展的固有频率计算而言,可由此得出如下主要推论:

1. 对管口处按方程式(2)计算的中间结果 M ,是固有频率计算中所得到的而至今现实不一定存在的全部中间结果,但从此结果中可以得出分振形曲线的数据。在管系的任意位置上数值 c'_{fz} , a'_{fz} 或 p_{fz} (方程式3)均可作任一比例的确定,从而得出确定自由的、无阻尼振形所需的 M 值及其每一振动量相互间的关系

$$M = -i(c'/a') = -i(c'_{fz}/a'_{fz}) \dots\dots\dots (2)$$

$$p'_{fz} \approx Q_0 a_0 a'_{fz} \dots\dots\dots (3)$$

2. 如果得到管系一个位置上的实际压力波动 p' ,那么就可利用方程式(1)计算出此位置的常数 K ,并用已知的自由的无阻尼振形即可表明强制的有阻尼振形。

激发处压力波动曲线

在气动模型上所得到的有关激发处实际压力波动曲线 p' 〔3〕〔4〕,可按此拟定极精确地定出实际减振过程的规律。为此必须求得激发处理论比值 M_z 与角频率的关系曲线(方程式4),以及应用固有频率法求得所有管口处对于激发角频率 ω_z 的中间结果 M (方程式2)。此外,激发速度波动 c_{zz} ,可通过特别计算或从图表中〔5〕得知。所有的规律及其论证在文献〔3〕中逐一说明。原则上按此评定实际存在的比值 M_z 曲线(方程式4),并由此用方程式(5)计算出所求的压力波动 p' 。

$$M_z = -i(c'_{zz}/a') \dots\dots\dots (4)$$

$$p' \approx (c'_{zz}/M_z) Q_0 a_0 \dots\dots\dots (5)$$

正如第一节所述,用激发处对于任意激发角频率 ω_z 的实际压力波动值 p' 的认识,可以使管系振幅的计算,归结为简单地求解无阻尼振动。

计算方程式

图1是简单管系和可能的振形,用以图解说明计算方法。按照为无摩擦状态提出的计算方程式〔2〕,在复数平面上计入振动值 c' 和 a' ,可以很方便地导出所述的关系〔3〕。这可归纳为应用固有频率法,在管道口上按方程式(2)计算比值 M 。

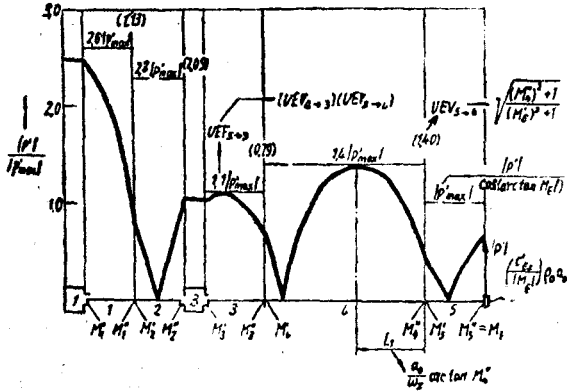


图1 计算z阶气柱分振动的方法

首先用方程式(5)和按第2节说明,确定激发处实际压力波动 p' 。从而按方程式(6)求得激发处现实不一定存在的而可能是最大的压力波动值 p'_{max} 。这一值的波动一直作用到最近的管口,在极端情况下作用到直接邻近的阀室。

$$|p'_{max}| = |p'| / \cos(\arctan M_E) \quad (6)$$

式中,当 $M_E \ll 1$ 时代入理论值,当 $M_E > 1$ 时根据第2节的评定代入实际值 M_E 。

通过管系连接处连接任意两根管道j和i,按方程式(7)求出两相邻管道间最大可能压力波传递比(UEV),最大压力波动值 p'_{max} 从管道j至管道i变化。方程式(7),不管上述管道中有无最大压力波动值出现,均适用。

$$(UEV_{j \rightarrow i}) = \sqrt{(M_j^2 + 1) / (M_i^2 + 1)} \quad (7)$$

当 $K=1$ 的任意管道,得知其最大压力波动值 p'_{max} 后,对于通过 $(n-1)$ 个连接处直接连接的管道n,应用同一管系任意管道间最大可能压力波动传递系数(UEF),按方程式(8)与(9)求出相应值。

$$(UEF_{1 \rightarrow n}) = \prod_{k=1}^{n-1} UEV_{k \rightarrow k+1} \quad (8)$$

$$|p'_{max,n}| = UEF_{1 \rightarrow n} |p'_{max,1}| \quad (9)$$

库尔曼的计算方法〔2〕是在压力和温度为不变的平均值时导出的。但是,如果使热力学参数逐步适应局部状态,此方法仍是可用的。比如,这对级间管系就

是绝对必要的。方程式(9)以此为条件变成方程式(10)

$$p'_{max,n} = UEF_{1 \rightarrow n} \frac{Q_{0,2} a_{0,2}}{Q_{0,1} a_{0,1}} |p'_{max,1}| \quad (10)$$

计算出了中间结果M后,各处实际压力波动值 p' ,通过对方程式(6)作演变而得的方程式(11)求得,并仍然把计算值 M 代入。

$$|p'| = |p'_{max}| \cos(\arctan M) \quad (11)$$

按已知M值,用方程式(12)可计算管道最大压力波动处与位于激发侧的管道口之间的长度 L_1 。

$$L_1 = (a_0 / \omega_z) \arctan M \quad (12)$$

如果所研究的管道长度L比方程式(12)计算的长度 L_1 小,那么管道中就没有最大压力波动。

合理的计算进程

对数字电子计算机的计算程序有下列要求:

1. 应用库尔曼法〔2〕,专门为每一个激发处,按所要的角频率范围作固有频率计算。结果表示形式可不必作附加图解处理(计算)。

2. 只是对于激发角频率,除全部需要的由方程式(2)计算的中间结果M,根据方程式(6) $|p'_{max}|$ 的值和由方程式(8)得到的传递系数UEF等外,还要求出全部波动值 p' 的符号以及发生符号变换的位置。

应用专门的计算程序既可以求出激发速度波动 c'_{zz} ,还可由方程式(5)和(6)求得激发处 $|p'_{max}|$ 值。借助已知的传递系数UEF和方程式(9)可得出关于全部强制阻尼z阶振形一览表,以最大限度地满足需要。计算进程与管系内管道的配置完全无关,因而能与直接需要的信息相符合。对所选择的位置,例如 $|p'_{max}|$ 值特别大的管道,可用方程式(10)、(11)和(12)作详细计算。振幅计算法所需费用大〔2〕,而这里计算所必须的数据计算费用很小。

误差考察

文献〔3〕中认为,管系的几何和热力学计算图不完全再现时,所发生误差很大,这与所选择的计算方法无关。复杂管系有许多构件比如热交换器,只是近似地用管件、容器和节流阀等,加以模拟,虽然可得到对实际减振足够精确的图示,然而,由于在一定限制下极为正确地确定出分振形的位置就是用振幅法〔2〕时精度要求亦不高。因此对所推荐的方法,自

表1. 计算z阶气柱分振动的图和例子, 用库尔曼振幅法〔2〕求得相应值作结果比较

计算值	单 位	位 置 标 号	根 据	Z = I	Z = II	Z = III
c'_{zz^*}	m/s		文献〔5〕	0.58	5.97	1.25
$ M_E $	—		文献〔2〕	0.13	17.0	0.08
$ M_E $	—		2	0.25	4.50	0.10
$Q_0 a_0$	bar/m/s	D1(1)	管系统		0.0114	
$ p' $	bar		式(5)	0.0261	0.0152	0.1425
$ p' $	bar		文献〔2〕	0.0299	0.0034	0.1800
$ p'_{max} $	bar		式(6)	0.0266	0.0697	0.1430
UEF	—	D1(1) → 10		1.00	2.20	1.90
UEF	—	D1(1) → 9		0.99	1.60	0.87
UEF	—	D1(1) → D1(2)		1.08	0.85	2.03
UEF	—	D1(1) → 7		1.01	0.85	0.14
UEF	—	D1(1) → 6	式(7)	1.13	0.99	0.17
UEF	—	D1(1) → 5	式(8)	1.05	0.92	0.15
UEF	—	D1(1) → 4		1.12	0.99	0.19
UEF	—	D1(1) → 3		1.01	0.92	0.15
UEF	—	D1(1) → 2		1.20	1.01	0.25
UEF	—	D1(1) → S2		1.76	0.74	0.11
$Q_0 a_0$	bar/m/s	D1(2)	管系统		0.0114	
UEF	—		同上	1.08	0.85	2.03
$ p'_{max} $	bar		式(10)	0.0287	0.0593	0.2900
$ M $	—	D1(1) → D1(2)	文献〔2〕	0.3598	0.7197	1.7992
$ p' $	bar		式(11)	0.0270	0.0482	0.1410
$ p' $	bar		文献〔2〕	0.0311	0.0455	0.1703
$Q_0 a_0$	bar/m/s	S2	管系统		0.0122	
UEF	—		同上	1.76	0.74	0.11
$ p'_{max} $	bar		式(70)	0.0502	0.0553	0.0169
$ M $	—	D1(1) → S2	文献〔2〕	0.4112	0.8225	2.0562
$ p' $	bar		式(11)	0.0464	0.0427	0.0074
$ p' $	bar		文献〔2〕	0.0535	0.0416	0.0074

始就没有要求高的精度, 因此所具有的优点是使用简单。误差分析局限于所推荐的方法同振幅法〔2〕之间的比较计算方面。此时由于假设相同, 对确定分振形位置不精确所产生的误差可以省略。对空气压缩机装置 ($p \approx 3.3$ 巴绝对压力) 的级间管系中直至阶数 $z = \text{VII}$ 的所有分振动的比较计算, 文献〔8〕都作了详细叙述。认为, 按第2节谈到的规则, 用两种方法仔细计算, 可得到等值结果。

表1是对三种分振动用简化法计算的结果。图2和表2的内容是管系数据。对激发处D1(1)和此处看作封闭的管系端部D1(2)和S2, 就两种方法所得的振幅相互作用作了比较。

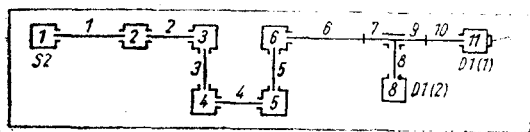


图2 表1算例管系图, 构件名称用于计算
阀室D1(1)中激发的气柱分振动

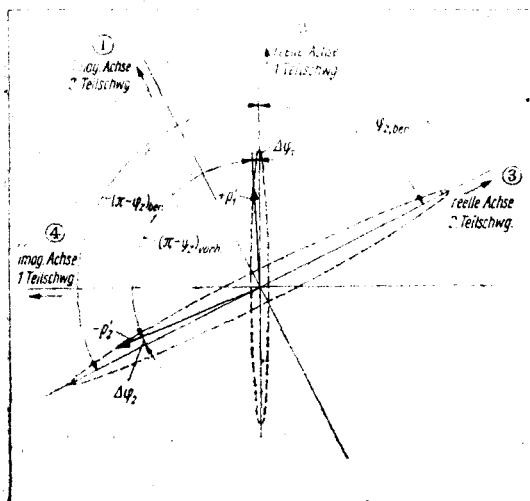


图8 z阶气柱分振动的叠加

- ①虚轴2分振动 ③实轴2分振动
- ②实轴1分振动 ④虚轴1分振动

表2 图2管系的测量与备注, 气柱平均局部声速

K	D(k)/m	L(k)/m	V(k)/m ³	$a_0 \frac{m}{s}$	说 明
1	0.200	17.17	0.1150	350	阀室S2 2级吸入侧
2	0.200	5.50	0.3200		油分离器
3	0.263	2.00	0.0136	365	
4	0.200	0.35	0.0136	375	
5	0.263	2.00	0.0136	385	
6	0.250	15.89	0.0136		—
7	0.300	0.85	0		集气管
8	0.200	0.90	0.1150	400	阀室D1(2) 1级排气侧 (带有排气管)
9	0.300	0.80	0		集气管
10	0.200	0.90	0		排气管
11	0.300	0	0.1150		阀室D1(1) 1级排气侧

Z阶分振动的叠加

用方程式(2)计算的中间结果M简单表明估计叠加关系的方法〔3〕。对此, 有意义的只是z阶的合成振动, 因为减振是逐级实现的。

将振动值作为指数代入复数平面(图8), 于是在假定无摩擦时, 指数与所从属的轴线总是重合的。反之, 当考虑到阻尼时, 指数的几何位置呈细长椭圆形〔1〕, 其半轴与座标系轴重合〔3〕。在叠加时, 首先对属于分振形的座标系在角 $\varphi_{1, \dots, z}$ 下作叠加, 角 $\varphi_{1, \dots, z}$ 对任何位置是不变的并由已知数据求出。叠加只是对大的波动值 p' 有用, 但对此而言, 轴线的角度差 $\Delta\varphi$ 可以忽略, 因而角 $\varphi_{1, \dots, z}$ 除少数例外〔3〕, 差不多都与实际叠加角 $\varphi_{1, \dots, z}$ 相符, 并可这样应用。叠加角取 φ_z 或是 $\pi - \varphi_z$, 要由波动指数 p' 的符号确定, 而 p' 在扩展的固有频率计算时已经求得, 参见第4节内容。此方法既可用于管系中所选择的位置, 也可用于全部分振形。

结 论

建议确定激发处压力波动〔 p' 〕, 以便可由此取所研究的强制阻尼振形和自由无阻尼振形可比较的振幅之间的比例。这可从库尔曼〔2〕固有频率法数

据中得到。以此, 相对于库尔曼〔2〕的振幅法, 其优点是计算和数据处理费用极微。上述两种计算方法可比较的结果之间的偏差作为误差而言是非常小的, 这种误差在各种情况下, 可能由管系不准确的几何和热力计算图而产生。指出了评定同阶分振动叠加的方法。

符 号

- a 米/秒 状态量, 局部音速
 A 米 面积
 c 米/秒 速度
 C — 气阀开启期间活塞速度的谐波分析系数
 i — 虚数
 k — 过程指数
 L 米 管道长度
 M — 速度波动实值与状态波动按公式(1)的比值
 p 巴 压力
 s 米 行程
 V 米³ 容器, 容积
 z — 激发阶数
 ρ 公斤/米³ 密度
 ω 秒⁻¹ 角频率

标号、缩写、图示

- DV 排气阀
 E 激发处, 气阀上面的管系进口
 e 固有角频率
 h 行程
 K 活塞
 $\max$ 最大
 OG 上界限值
 R 管道
 RB 共振范围、共振宽度
 SV 吸气阀
 UG 下界限值
 W 转折点
 z 激发阶数
 I 表示激发阶数 z 的罗马数字
 1 表示固有频率的阿拉伯数字

II/6 激发阶数 $z = II$ 对于6阶固有频率的共振

O 平均值

以平均值表示的振动的最大局部偏转: 区别标志

$\square$ 容器

π 分支

∇ 激发处

参 考 文 献

- 〔1〕 Lutz, O.: Resonanzerscheinungen in den Rohrleitungen von Kolbenmaschinen. Ber. a. d. Laboratorium für Verbrennungskraftmaschinen der Techn. Hochschule Stuttgart, Nr. 3, Stuttgart 1934
〔2〕 Kuhlmann, P.: Berechnung von Schwingungen in den Rohrleitungen von Kolbenverdichtern. VDI-Forschungsheft 516, Düsseldorf: VDI-Verlag 1966, Teil 1, S. 7—30.
〔3〕 Thiessenhusen, T.: Berechnung und Bewertung von Gassäulenschwingungen in Kolbenverdichteranlagen. Dissertation an der TU Dresden, Fakultät für Maschinenwesen, 1971.
〔4〕 Thiessenhusen, T.: Ein Resonanzkriterium zur Bewertung von Gassäulenschwingungen in Kolbenverdichteranlagen. Maschinenbautechnik 21 (1972) 4, S. 170—174.
〔5〕 Thiessenhusen, T.: Berechnung von Gassäulenschwingungen in Verzweigten Rohrleitungssystemen von Kolbenverdichteranlagen. Unveröffentlichter Forschungsbericht der TU Dresden, Sektion Energieumwandlung, Lehrgebiet Kolbenmaschinen, 1968.

克陈译自《Maschinenbautechnik》, Vol. 21 1972, № 5, 209—212 刘德宗校

往复式压缩机管道系统脉动的研究

(报告1: 复杂管系固有频率的计算)

酒井敏之 佐伯庄吾等

本文叙述与往复式压缩机相连接的复杂管系固有频率的计算方法。计算方法的原则是应用通常扭转振动固有频率分析中使用的霍尔茨 (Holzer) 法。按顺序乘以每一部件的矩阵就获得该系统的总传递矩阵, 同时, 应用边界条件, 通过剩余值变为零的方式, 就可获得该系统的固有频率。完成了适合于使用数字电子计算机的计算程序。也讨论了由于管路选择不同引起的解的收敛性的差别。使用这种算法可以很容易地得到任何复杂管系的固有频率, 并且在管系的设计中将会发现它很大的优点是能够避免管系和设备由于共振引起的损坏。

引言

在连接压缩机的管系中, 压力脉动起因于压缩机排气与吸气的压力和气流速度的变化。这个压力脉动会引起管系以及与它连接的装置振动, 因疲劳而破裂。特别是由于往复式压缩机的气体间断排出, 会引起强烈的脉动, 除上述管系外, 还会使压缩机气阀振动, 进而导致气阀损坏, 容积效率下降。随着化工厂规模的扩大, 压力的提高和化工设备的复杂化, 近年来已经出现了压力脉动引起的大量事故。为此, 迫切要求预先研究压力脉动, 以便能把脉动值控制在许可范围内。

旋转轴系的临界转速是设计的基本项目, 不知道临界转速, 就不能作轴系的设计。与此相同, 要设计一套避免共振的管系, 就需要计算系统的固有频率。专注于复杂管系固有频率的研究文献尚未发表过。如果这种研究能顺利进行, 就能够解决管系中的大部分振动问题, 并且, 从实践的观点出发, 应该是具有很大意义的。然而, 在实际应用中的某些情况下, 避免管系的共振是困难的。在这种情况下, 必须计算脉动的影响。大谷等人⁽¹⁾⁽²⁾曾用模拟计算机进行了包括简单管系计算法在内的这种管路方面的研究。格罗弗⁽³⁾和阿部等人⁽⁴⁾曾用数字计算机进行过复杂管系的计算。在这些研究中, 管端的输入波形和管路中的阻尼力等条件, 在开始计算脉动的影响之前必须精确

地给定。在这方面, 还遗留下大量没有解决的问题。

求出流体在复杂管系中的固有频率是绝对必要的, 作者基于这种概念创立了一种使用数字电子计算机的计算方法, 并进行了试验, 结果表明, 这一方法的精确性很高。本文叙述理论分析, 而下篇论文将介绍实验结果。

分析的方法

1. 管系的组成

应予计算的特定项目, 如主管、支管和缓冲器的数目等, 都需根据所使用的计算机的容量和程序编制的方法来考虑, 但本文认为它们没有限制性条件。让我们研究一下图1所示的管系: 从1开始, 在2处有一支管, 在4处有一体积元件, 如容器或热交换器之类, 在b处与一大容器连接。假设这里仅仅存在一条主管路, 其他支管路均由此主管路分出。图1中的主管路用1—2—3—4—5—6表示, 支管路用7—8表示。所选的管路不一定非根据实际管系中的流动情况不可。假设管系的两端, 一端是开启端, 另一端是闭合端, 则气阀或者活塞被视为闭合端, 而容量比管路大得多的容器或气柜, 可视为开启端。对半开启端和喷管之类的节流附件则不在考虑之列。图1中, 1和7是闭合端, 6是开启端。一端之外的另一管系在本文分析中视为别的系统。例如, 如果另一管系与

容器E连接，E具有很大的容量，就把除了容器以外的管路当作另一系统的问题对待。

2. 分析的方法

假定各点都作角频率为 ω 的正弦振动，应用霍尔茨法分析管系与用此法分析旋转轴扭转振动的情况一样。设流体从主管路的始端向终端流动，主管路分为若干段，在这些部分上的状态随支管路、容器或不同截面直径的存在而改变。根据各段上的状态求解运动方程。在图1中主管路分为五段，1—2，2—3，3—4，4—5和5—6。为了求解各段的运动方程，需要从每一段的进口侧的流体压力和速度的变化导出各段出口侧的压力和速度的变化。就3—4段的情况来说，压力和速度的变化由下列公式确定：

$$\begin{pmatrix} p_4 \\ u_4 \end{pmatrix} = M_{43} \begin{pmatrix} p_3 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中： M_{43} 是该段的传递矩阵。

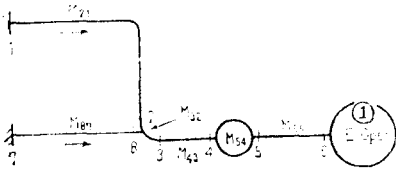


图1 简单管系示例图

①开启端

求解各段的运动方程即可得到传递矩阵。例如对某一支管路解运动方程，假定支管路附加于主管路，使用“流入”这一术语比用“支路”更恰当。把流入管路等值地变换到主管路，并作为主管路的一部分对待的方法将在后面叙述。

如图1所示的简单管路，其各段的任一端上的变量，通过传递矩阵可表达为：

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} &= M_{21} \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} p_3 \\ u_3 \end{pmatrix} &= M_{32} \begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} p_4 \\ u_4 \end{pmatrix} &= M_{43} \begin{pmatrix} p_3 \\ u_3 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} p_5 \\ u_5 \end{pmatrix} &= M_{54} \begin{pmatrix} p_4 \\ u_4 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} p_6 \\ u_6 \end{pmatrix} &= M_{65} \begin{pmatrix} p_5 \\ u_5 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式中 M_{21} 、 M_{43} 和 M_{65} 是该管路的传递矩阵， M_{32} 是等值变换到主管路的流入管路的传递矩阵。

M_{64} 是说明容器或缓冲器特性的传递矩阵。根据变量的连续性，方程(2)可以写为

$$\begin{pmatrix} p_6 \\ u_6 \end{pmatrix} = M_T \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中：

$$M_T = M_{65} M_{54} M_{43} M_{32} M_{21} \quad (4)$$

当用下标s和e表示始端和终端时，即得

$$\begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} = M_T \begin{pmatrix} p_e \\ u_e \end{pmatrix} \quad (5)$$

因为边界条件如上所述是限定于一闭合端和一开启端，从而

对闭合端 $u = 0$

对开启端 $p = 0$ (6)

当M和 M_T 中的特征值 ω 代入相应的值，边界条件的另一值取为1时，方程(5)可写成下列形式：

$$\begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} = M_T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中，假定始端是闭合端，因此， p_s 和 u_s 的值就可求出。若假定终端边界条件为开启端，如式(6)所示，则 p_e 必须等于零。但是，用代入法获得的 ω 不一定总是把 p_e 的值，或一般所说的其边界值降为零。所以，必须以不同的 ω 值作反复计算，直到 ω 值使边界值降低到零为止。这个 ω 的值给出了固有频率的一个值。因为与固有频率对应的值无穷多，如果针对在需要范围内的 ω 值进行计算，它就符合目的。

至于流入点，为了寻求流入管路的传递矩阵，假设该管路的一端在流入点上，而另一端为起始端。把如图1所示的流入管路定义为：

$$\begin{pmatrix} p_8 \\ u_8 \end{pmatrix} = M_{87} \begin{pmatrix} p_7 \\ u_7 \end{pmatrix} \quad (8)$$

假设7端的边界是闭合端，并令 p'_8 和 u'_8 表示8点的变量，把 $u_7 = 0$ 和 $p_7 = 1$ 代入方程(8)，我们即得

$$\begin{pmatrix} p'_8 \\ u'_8 \end{pmatrix} = M_{87} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

然而，从方程(9)中得到的 u'_8 ，由于流动的连续性，不一定总能满足在流入部分上流入点的连接条件。由于 $p_8 = p_2 = p_3$ 决定了 p_8 和 u_8 满足连接条件，就能够根据 p'_8 和 u'_8 的计算，把流入管路7—8等值变换到主管路，作为它的一个部分，然后来求传递矩阵 M_{32} 。当流入管路不存在时，对于流入管路的传递矩阵 M_{32} 是

$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。当7—8段存在时，传递

矩阵 M_{22} 是按7、8部分不存在的假设而把7、8部分等值地变换到主管路,当作主管路的一个部分对待(2、3部分)的传递矩阵。

无论怎样多的流入管路包含在主管路中,使管系复杂化,也可以使用这个计算方法,通过反复相同的程序把所有的流入管路等值变换到主管路,这样就使得计算容易进行。各元件传递矩阵的计算方法将在下面叙述。

各元件的传递矩阵

1. 管道的传递矩阵: M_p

设有一图2所示的等截面管道,在其中任意取截面1和2。本文论述这种情况:管中流体的压力波动很小,流体是可压缩流体,但其密度可视为常数(6)。如管道与其直径相比足够长而径向的运动可以忽略,就可将流体作为一元流动问题对待。令 ρ 代表流体的密度, K 代表体积弹性模数,则运动方程为:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10)$$

连续性方程为:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -K \frac{\partial u}{\partial x} \quad (11)$$

因为压力的变化构成一个角频率为 ω 的正弦运动,已如前述,所以,这个方程的一个解表达为:

$$p = \cos \omega t (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) \quad (12)$$

以 p 的值代入一元波动方程,根据方程(10)和(11)推导,得:

$$\lambda = \omega \sqrt{\frac{\rho}{K}} = \frac{\omega}{c} \quad (13)$$

式中 c 是流体中波的传播速度。将此关系代入后,方程(12)可写为:

$$p = \cos \omega t (A \cos \frac{\omega}{c} x + B \sin \frac{\omega}{c} x) \quad (14)$$

把式(14)代入(10),得:

$$u = \sin \omega t \left(-\frac{A}{\sqrt{\rho K}} \sin \frac{\omega}{c} x - \frac{B}{\sqrt{\rho K}} \cos \frac{\omega}{c} x \right) \quad (15)$$

为了确定积分常数 A 和 B ,设边界1上 $x=0$, $p=p_1$, $u=u_1$;设边界2上 $x=l$, $p=p_2$ 和 $u=u_2$,在仅考虑 p 和 u 的振幅的情况下,可得:

$$p_2 = p_1 \cos \frac{\omega}{c} l - u_1 \sqrt{\rho K} \sin \frac{\omega}{c} l \quad (16)$$

$$u_2 = p_1 \frac{1}{\sqrt{\rho K}} \sin \frac{\omega}{c} l - u_1 \cos \frac{\omega}{c} l \quad (17)$$

方程(16)和(17)以矩阵的形式表达为:

$$M_p = \begin{pmatrix} \cos \frac{\omega}{c} l & -\sqrt{\rho K} \sin \frac{\omega}{c} l \\ \frac{1}{\sqrt{\rho K}} \sin \frac{\omega}{c} l & \cos \frac{\omega}{c} l \end{pmatrix} \quad (18)$$

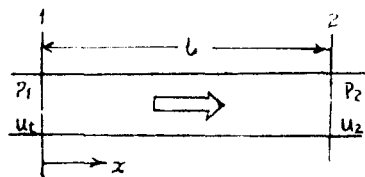


图2 管道元件

2. 体积元件的传递矩阵: M_R

在主管路中具有大容积的所有元件,如热交换器、容器或缓冲器都当作体积元件对待。如图3所示,当一个体积元件的入口和出口以1和2表示并假设流体在其中作绝热变化时,将有

$$\frac{dp}{dt} = \frac{K}{V} (A_1 u_1 - A_2 u_2) \quad (19)$$

式中: p —体积元件的压力

V —体积元件的容积

K —流体的体积弹性模数

A_1 —入口管道的截面积

A_2 —出口管道的截面积

由于在体积元件中压力是常数,关系为

$$p_2 = p = p_1 \quad (20)$$

故可把式(19)变为:

$$u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1 - \frac{V}{KA_2} \frac{dp_1}{dt} \quad (21)$$

压力和速度是时间的函数。把从式(14)和(15)得到的

$$p_1(t) = p_1 \cos \omega t$$

$$u_1(t) = u_1 \sin \omega t$$

代入式(21),在只考虑振幅情况下可得

$$u_2 = \frac{A_1}{A_2} u_1 + \frac{V\omega}{KA_2} p_1 \quad (22)$$

由此, 传递矩阵 M_R 可由下式确定:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ V\omega & \Lambda_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (23)$$

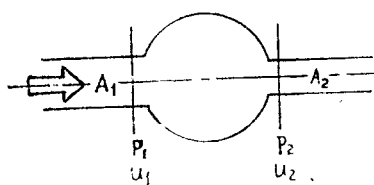


图3 体积元件

3. 不同截面的两管道连接部分上的传递矩阵: M_D

如图4所示, 两不同截面的管道连接部分上有 $p_2 = p_1$

$$u_2 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} u_1 \dots\dots\dots (24)$$

式中: Λ_1 和 Λ_2 分别为管道的横截面面积
因此, 传递矩阵 M_D 为如下形式

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

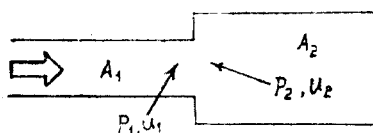


图4 不同横截面积的管道元件

4. 流入点的传递矩阵: M_I

为便于计算起见, 设一个流入点上只限一条流入管路。在图5中, 粗线表示主管路, 细线表示流入管路。紧靠流入点选定三个位置, 分别以1、2、3表示。令 p'_3 和 u'_3 是当流入管路的传递矩阵为已知时, 通过代入 $p=1$ 或 $u=1$ 而获得的点3的变量, 并假设 $p_1/p'_3 = m$, 即可得到:

$$p_2 = p_1 = p_3 = m p'_3 \dots\dots\dots (26)$$

$$u_2 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} u_1 = \frac{\Lambda_3}{\Lambda_2} u'_3 \dots\dots\dots (27)$$

应用 p_1/p'_3 的假定值 m , 得

$$u_3 = m u'_3 \dots\dots\dots (28)$$

将式(28)代入式(27)

$$u_2 = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} u_1 + \frac{\Lambda_3}{\Lambda_2} \frac{u'_3}{p'_3} p_1 \dots\dots\dots (29)$$

从式(26)和(29)导出流入点的传递矩阵 M_I 为

$$M_I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\Lambda_3}{\Lambda_2} \frac{u'_3}{p'_3} & \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (30)$$

这个传递矩阵就是方程(2)中的 M_{32} , 使用这个传递矩阵能够使流入管路当作整个系统传递矩阵的一部分来处理。

包含一缓冲器或与若干管道连接的集气管的管系(如图6a所示)的问题, 可以按图6(b)或(c)所示的系统来求解, 按(b)或按(c)都可得到同样的结果。

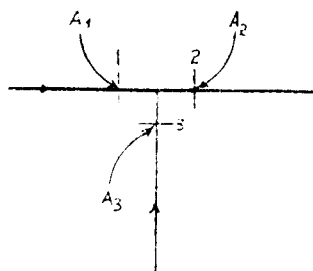


图5 流入元件

5. 回路的传递矩阵: M_L

某些管系既有支管路又有旁通管路, 从而形成回路。回路的固有频率可按本文提出的方法计算。它的传递矩阵可以用同样的方法, 把它当作一个元件的传递矩阵来对待, 但它比计算流入管路的传递矩阵稍复杂些。

一般认为一条回路是由一条主管路和一条旁通管路组成的系统, 如图7所示。设 M 和 B 分别表示主管路和旁通管路的传递矩阵, 并且, 定义它们是包含着如像两不同截面直径的连接部分, 体积元件以及(或者)流入管路等多种元件管路的积成矩阵。流入点上的截面积、压力和速度用图7示出的下标表示。

$$\begin{pmatrix} p_2 \\ u_2 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} p'_1 \\ u'_1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

$$\begin{pmatrix} p_2'' \\ u_2'' \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} p''_1 \\ u''_1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (32)$$

在流入点上, 压力有这样的关系

$$p_1 = p'_1 = p''_1 \dots\dots\dots (33)$$

$$p_2 = p'_2 = p''_2 \dots\dots\dots (34)$$

注意到速度波动的相容性有:

$$\Lambda_1 u_1 = \Lambda'_1 u'_1 = \Lambda''_1 u''_1 \dots\dots\dots (35)$$

$$\Lambda_2 u_2 = \Lambda'_2 u'_2 = \Lambda''_2 u''_2 \dots\dots\dots (36)$$

从方程 (32) 和 (36) 可得:

$$u_2' = \frac{A_2}{A_2'} u_2 + \frac{A_2''}{A_2'} (B_{21} p_1'' + B_{22} u_1'') \quad (37)$$

B_{ij} 和 M_{ij} (i 和 j 二者不是 1 就是 2) 表示矩阵 $\bar{B}$ 和 $\bar{M}$ 的第 i 行和第 j 列上的元素。由方程 (31) 和 (32) 得到:

$$p_2 = M_{11} p_1' + M_{12} u_1' \quad (38)$$

$$p_2'' = B_{11} p_1'' + B_{12} u_1'' \quad (39)$$

以方程 (34) 给出的条件代入上述方程得:

$$u_1'' = \frac{M_{11} - B_{11}}{B_{12}} p_1' + \frac{M_{12}}{B_{12}} u_1' \quad (40)$$

把方程 (40) 代入方程 (37) 得

$$u_2' = C_{p1} p_1' + C_{u1} u_1' \quad (41)$$

式中:

$$C_{p1} = \frac{1}{A_2'} \left\{ A_2 M_{21} + A_2'' \left\{ B_{21} + \frac{B_{22}}{B_{12}} \times (M_{11} - B_{11}) \right\} \right\} \quad (42)$$

$$C_{u1} = \frac{1}{A_2'} \left(A_2 M_{21} + \frac{A_2''}{B_{12}} M_{12} \right) \quad (43)$$

把方程 (40) 代入方程 (35)

$$u_1' = C_{p2} p_1 + C_{u2} u_1 \quad (44)$$

式中

$$C_{p2} = \frac{A_1'' (M_{11} - B_{11})}{B_{12} A_1' + A_1'' M_{12}} \quad (45)$$

$$C_{u2} = \frac{A_1}{A_1' + \frac{A_1'' M_{12}}{B_{12}}} \quad (46)$$

将上述结果概括为

$$\begin{pmatrix} p_2' \\ u_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ C_{p1} & C_{u1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1' \\ u_1' \end{pmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} p_1' \\ u_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C_{p2} & C_{u2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ u_1 \end{pmatrix} \quad (48)$$

因此

$$M_L = \begin{pmatrix} M_{11} + M_{12} C_{p2} & M_{12} C_{u2} \\ C_{p1} + C_{u1} C_{p2} & C_{u1} C_{u2} \end{pmatrix} \quad (49)$$

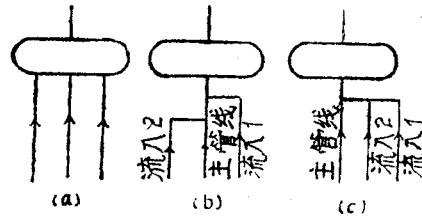


图6 体积元件的流入管

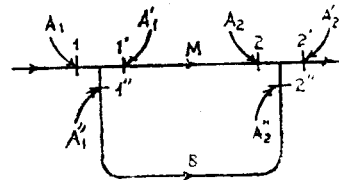


图7 封闭回路元件

计算程序

1. 计算程序

为使用 IBM-360 型计算机, 编制了计算程序。它适用于具有支路和分支路的管系的计算。为便于计算, 计算之前, 把待计算的管系划分为若干段。每段可包含几个元件, 这样的段是管系的一个组合件, 相当于一支路。编号从进口开始到出口推进, 而支路和分支路以二次元的排列从终端开始命名。例如支路 (I, J), 意思是从第 I 支路的终端算起的第 J 段。分支路 (I, J), 意思是在第 I 支路中的第 J 个分支路。各段按主管路、支路和分支路的升序排列 (换句话说, 从进口顺序算起), 同时给出每段端部上的边界条件。图 8 为一般的计算程序框图。实际的计算程序是相当复杂的, 这里不予阐述。计算所必需的输入数据, 包括描写上述管道系统组成的诸参数、物理常数以及声速、体积弹性模数, 管道的长度和内径、体积元件的容积等数据。每得出一个固有频率时, 便打印出频率和在每部分上的压力和速度的振幅。此外, 给定频率的每次计算完成后, 就打印出频率和边界值, 以便根据频率和边界值之间的关系能清楚地了解边界条件的收敛过程。

2. 计算实例

现举一按计算程序进行计算的例子。图 9 示出进行计算的具有两条支路的管系尺寸, 图 10 表示出计算所得的第一阶固有频率和振型。所给的物理常数是 $c = 343.7$ 米/秒, $K = 1.453 \times 10^4$ 公斤/米²。

3. 关于边界条件收敛过程的研究

在这种计算方法中的主管路、支路和分支路，应根据计算要求来选择，与流体的实际流动无关。因此，在比较简单的管系中，可以根据常识和经验来选择管路，但在实际管系中往往给复杂化了，管路的选择可采用各种方法。曾对真实工厂的管系按不同方法选择的管路进行了试算。该管系与三台压缩机A、B、C相联，压缩机通过开、关阀门可以单独运行或并联运行。试算时，压缩机A单独运行的管系用两种方法选择管路。图11(a)和11(b)分别表示第一种情况和第二种情况的管路。用20℃和20绝对大气压的空气作工作流体，选用的物理常数 $c = 343.7$ 米/秒和 $\rho = 2.8 \times 10^{-5}$ 公斤/米³。计算在0到70赫芝的范围内进行，步长为1赫芝。为了证实边界值的收敛过程，将

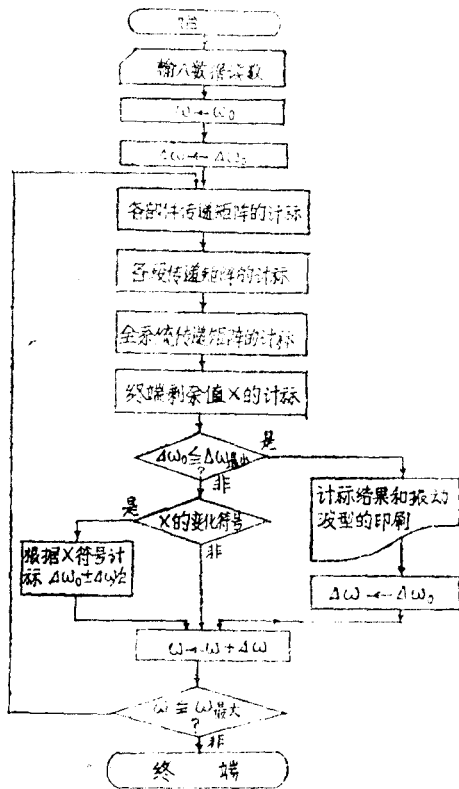


图8 程序方框图

ω : 角频率 $\Delta\omega$: 计算步长
 ω_0 : 计算范围的下限 $\Delta\omega_0$: $\Delta\omega$ 的初始规定值
 ω_{max} : 计算范围的上限 $\Delta\omega_{min}$: $\Delta\omega$ 的最终值

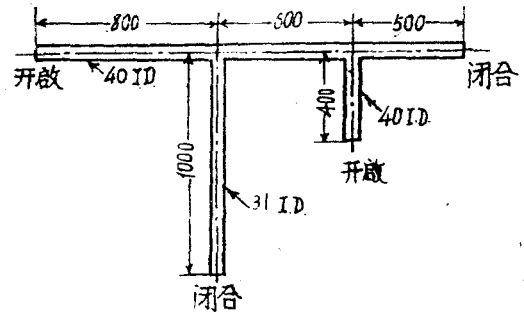


图9 管系的布置

① 开启 ② 闭合

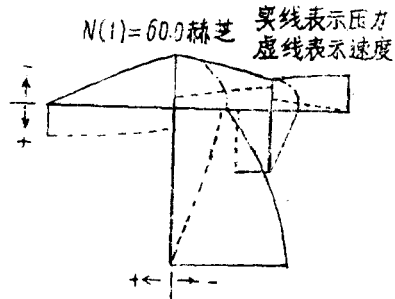
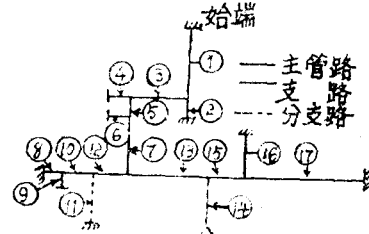


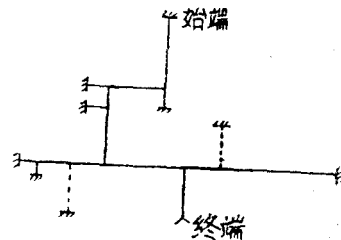
图10 振型 (第一阶固有频率)

① 实线表示压力 ② 虚线表示速度



a) 第一种情况

— 主管路
 — 支路
 --- 分支路
 ① 始端 ② 终端



b) 第二种情况

① 始端 ② 终端

图11. 管路的排列

频率和偏离边界值的偏差之间的关系绘成图,如图12,图13所示。由于对图13所示的第二种情况的部分收敛过程没有充分掌握,在26到28赫芝范围内和50到56赫芝范围内,以0.1赫芝定为步长又一次进行了计算,所得结果分别表示在图14和图15上。这样得到的固有频率值列在表1中。

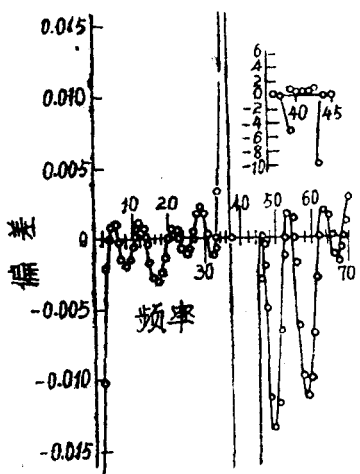


图12 频率—偏差图 第一种情况
①频率 赫芝

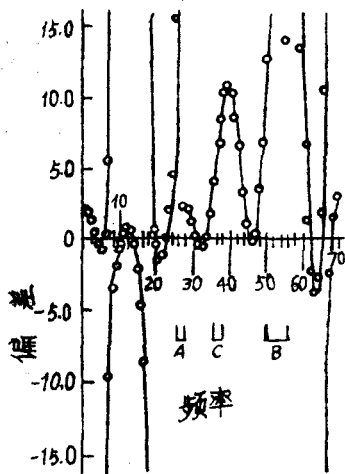


图13 频率—偏差图 第二种情况

第一种情况和第二种情况的计算结果,包括振型在内,彼此相当一致。数值上的某些偏差是由于矩阵的乘积所引起的累积误差,并且已经证实,从实用观点出发,由于不同管路引起的计算结果的误差是无关紧要的。在第二种情况第10顺序项没有得到解,相当于这种情况:在图13上乍一看似乎无解,但当在36到83赫芝范围内以0.01赫芝为步长重复计算时,就得到

了与第一种情况相同的解。图16中表示出这个结果。在这个图中,曲线的平直部分以0.05赫芝的步长绘成。

表1 不同排列管路固有频率计算值的比较
(单位:赫芝)

序	第一种情况	第二种情况	序	第一种情况	第二种情况
1	3.543	3.559	10	37.371	37.371
2	5.855	5.855	11	45.855	45.855
3	10.527	10.598	12	46.113	46.621
4	13.691	13.746	13	52.332	52.416
5	20.152	20.176	14	54.520	54.841
6	22.855	22.931	15	61.887	62.321
7	26.707	26.865	16	65.074	65.723
8	31.129	31.215	17	68.504	68.520
9	33.309	33.832			

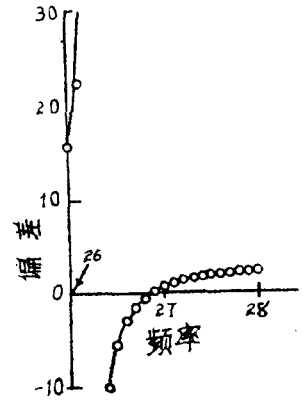


图14 A部分的详细计算曲线图

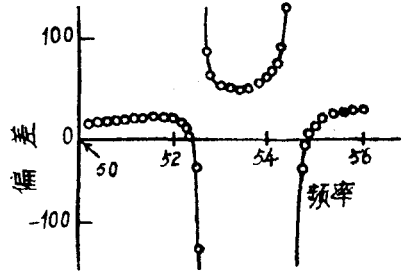


图15 B部分的详细计算曲线图

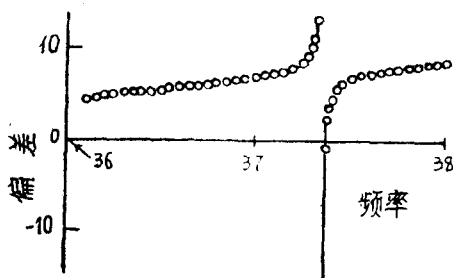


图16 C部分的详细计算曲线图

在第二种情况下尽管进行精确计算, 仍没有得到解, 是由于在 37.35 赫芝附近边界值的发散性, 使边界值陡然上升, 以致不能找到这个解, 直到以 0.01 赫芝的步长追迹并被找到为止。这种情况下即使以 0.1 赫芝的步长进行计算, 只要仔细核对偏离边界值的频率偏差曲线, 也不致如此之久得不出解来。

偏离边界值的数值的发散性起因于传递矩阵中的某一成分变成 $\pm\infty$, 并且发散只限于在一个流入点上的传递矩阵。也就是说, 在方程 (30) 中以 ω 发散的边界值给出 $p'_s = 0$, 这意味着以 ω 发散的边界值具有一振型, 它在一条流入管路中的流入点上给出 $p = 0$ 。发散性常常出现在第二种情况中, 因为它把 15 段和 16 段选择为支路。

偏离边界值的偏差值上的可能发散, 是取决于计算管路的选择。为了提高计算的效率和精度, 必须选择偏离边界值的数值发散性常常较小的适当管路。选择管路最好将流入管路的长度缩减到一个最小值。然而, 因为它取决于计算频率的范围, 难以求得估算的通式, 在这种意义上无论如何必须绘一条频率偏离边界值的偏差曲线。

结束语

这一方法使我们能够借助于设计管系用的电子计

算机, 轻易地高精度地算出复杂管系中流体的固有频率。由于管系因压力脉动而损坏的问题最多, 但在设计的初始阶段, 有了管系固有频率的知识, 在设计阶段就可采取措施防止振动。即使不能算出压力脉动的值, 也具有振型方面的精确知识, 以满足对于管系有效设计的许多要求, 这种计算方法的使用, 从实际的观点来看有很大的意义, 特别有利的是用一般的方法很难知道的较高阶数的固有频率, 使用这种方法却不难知道。在往复式压缩机上, 认为缓冲器是防止脉动所必不可少的, 通过使用本文介绍的计算方法, 它将当作管系的一个元件来对待, 由此使有可能有效地设计整个管系 (7)。

参考文献

- (1) Ohtani, I. and Yamada, S., Hitachi Hyoron (in Japanese), Vol. 44, No. 6, (1962—6)
 - (2) Ohtani, I. and Yamada, S., Jour. Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese), Vol. 66, No. 532 (1963—5), p. 29
 - (3) Grover, S. S., Trans. ASME, Ser. B, Vol. 88, No. 2 (1966—5), p. 164
 - (4) Abe, T., et al., Trans. Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese), Vol. 35, No. 277 (1969—9), p. 1910
 - (5) Den Hartog, J. P., Mechanical Vibrations, Revised edition (1956), McGraw Hill.
 - (6) Fujii, S., Kikal Rikigaku (in Japanese), (1957—2), p. 150, Kyoritsu Shuppan
 - (7) Fujii, S., Jour. Japan Soc. Mech. Engrs. (in Japanese), Vol. 52, No. 365 (1949—3), p. 54
- 靳明聪译自《Bulletin of the JSME》, 1973, 16, No. 91, 54—62 刘德宗校