

高等學校教學用書

薄壁結構計算

A. Ф. ФЕОФАНОВ 著
王 德 榮 譯

高等教育出版社

高等學校教學用書



薄 壁 結 構 計 算

A. Ф. 費阿發諾夫著
王 德 榮 譯
葉 逢 培 校

高等教育出版社



本書係根據1953年蘇聯國立國防工業出版社(Государственное издательство оборонной промышленности)出版的費阿發諾夫(А. Ф. Феофанов)著“薄壁結構計算”(Расчеты тонкостенных конструкций)譯出的。

本書主要包括棱柱形增強薄殼類型的薄壁飛機結構在承受扭轉及彎曲時的一般強度計算的例題。

所有計算都用力的方法作出,並且又用著者所提出的簡便方法作出。

本書可供飛機結構設計工程師之用,又可供航空學院高年級學生作課程設計及畢業設計之用。

薄 壁 結 構 計 算

書號168(譯161)

費 阿 發 諾 夫 著

王 德 榮 譯

高 等 教 育 出 版 社 出 版

北 京 琉 璃 廠 一 七 〇 號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

新 華 書 店 總 經 售

文 明 書 局 印 刷 所 印 刷

上 海 西 康 路 三 三 七 弄 九 〇 號

開本787×1092 1/25 印張10 字數188,000

一九五四年十二月上海第一版 印數1—2,200

一九五四年十二月上海第一次印刷 定價 羊 15,000

序

薄壁結構最初是在造船業中獲得了廣泛的應用,現在,薄壁結構則被應用於所有技術領域中,而且在航空事業方面具有特別重大的意義。刊物上發表的許多著作闡述了關於薄壁結構的計算方法。這個科學領域乃是由蘇聯學者 В. Н. 別遼耶夫 (В. Н. Беляев), В. З. 吳拉索夫 (В. З. Власов), А. А. 伍曼斯基 (А. А. Уманский) 以及許多其他蘇聯科學工作者們所開發出來的,他們的著作在實用上已被廣泛應用。但是薄壁結構計算這問題離開實際上完成尚遠。許多所提出的計算方法,對實用還是複雜。我們需要進一步去簡化計算並且發展計算的技術。

在這本工廠工程師所寫出的書中,引用了若干關於薄壁增強結構,主要是機翼及機身受力薄殼的棧柱形類型,在穩定範圍內的扭轉及彎曲的近似計算的若干例子。其特點是在所提出的增強薄殼的計算略圖中,其節點是鉸鏈的,而斜柱是用壁來代替的。壁是假設「祇能承受剪切」,即壁及與壁相連的桿子之間的相互作用祇限於剪力。這樣的計算略圖曾被 В. Ф. 基賽略夫 (В. Ф. Киселев), Г. С. 葉萊業夫斯基 (Г. С. Еленевский), С. Н. 康恩 (С. Н. Кан), И. А. 史維特洛夫 И. А. (Свердлов) 等所採用,而最近尤其廣泛地被 А. А. 伍曼斯基 (А. А. Уманский) 所採用。這個略圖的便利處在於,它使我們可能去利用已經發展得很好的桿式結構的理論。

А. Ф. 費阿發諾夫 (А. Ф. Феофанов) 的書主要是供工程師之用。這書要求讀者對一般的結構力學有一些修養,因為由於材料豐富,所引例題都敘述得很簡略。數目計算在許多情形下也加以縮減。圖例說明則是够詳盡而顯著的。

著者所提出的近似計算方法是以極理想的略圖 (具有絕對剛硬隔

框的正規的系統) 爲根據的, 祇有在同一的或者更加簡單的計算略圖中, 這些方法才可和力的方法的計算作局部比較而被證實。所以這些方法應該當作特殊方法, 它們在計算中僅僅給出第一近似值。同時, 所提出的方法的簡易, 是值得注意的。按照力的方法所作出的計算例題, 反映了薄壁靜不定系統的特點, 這些例題很有意思之處在於恰當地選擇接近系統真實應力狀態的載荷狀態, 因而多餘未知數和全部內力比較起來, 不是一個大數了。

В. 馬爾茵 (В. Марьин)

著者的話

因為薄壁結構使我們可能得到輕而同時剛硬的結構，故在航空上獲得廣泛的應用。蘇聯科學在這方面已達到了突出的成就。但是，航空繼續以高速度在發展着，工程師有時就必須獨立地解決他們在工作中所碰到的個別新問題。在本書中，作者利用結構力學普遍知道的原理，力求向青年工程師指出，他們不僅要掌握薄壁結構一般強度計算的著名方法，而且要學會解決在這結構力學年輕部門內的個別問題。

作者對教授 В. Н. 別遼耶夫 (В. Н. Беляев), А. Ю. 羅曼塞夫斯基 (А. Ю. Ромашевский), Г. Г. 洛斯托夫切夫 (Г. Г. Ростовцев) 及 А. М. 契勒姆亨 (А. М. Черемухин) 和副教授 В. Т. 伯也可夫 (В. Т. Байков) 及 Г. С. 葉萊業夫斯基 (Г. С. Еленевский) 表示衷心的感謝，他們審閱全稿並提出了很多寶貴意見，這些意見作者在準備本書付印時已加以考慮了。

目 錄

序.....	
著者的話.....	
第一章 薄壁結構元素的平衡	1
§1. 薄壁結構的元素	1
§2. 蒙皮元素的平衡及位能	2
§3. 縱向力的圖.....	13
第二章 位移的決定.....	16
§4. 可能位移原理.....	16
§5. 位移的決定.....	16
§6. 莫爾積分的計算.....	18
第三章 靜定系統的計算.....	23
§7. 計算略圖.....	23
§8. 平面靜定薄壁系統計算的例題.....	25
§9. 空間靜定系統的計算.....	32
§10. 個別段的變形.....	47
普遍公式.....	47
第四章 靜不定系統.....	61
§11. 肋骨鈹的靜不定度.....	61
§12. 空間薄壁結構的靜不定度.....	64
第五章 靜不定系統的計算.....	70
§13. 宗規方程.....	70
§14. 在對稱情形中的計算的簡化.....	73
§15. 鑲有蒙皮的隔框的計算例題.....	74
§16. 環形隔框的計算.....	89

§17. 對選擇基本系統的說明	92
§18. 爲具有彈性及絕對剛硬隔框的機身導出微差方程	96
§19. 數目例題	102
§20. 從微差方程過渡到微分方程	110
第六章 盒式結構的近似計算	114
§21. 緒論	114
§22. 飛機飛機組的計算略圖	116
§23. 決定四突緣根段在扭轉時的軸力的公式	119
§24. 多桁條的段	130
第七章 箭式機翼的計算	138
§25. 微差方程	138
§26. 第 1 類型機翼的次要應力的近似計算	151
§27. 第 2 類型機翼的虛功的決定	159
第八章 切口區域中內力的決定	166
§28. 緒論	166
§29. 具有切口的矩形段	167
§30. 具有切口的圓柱形段	168
§31. 沒有橫對稱面的四突緣的盒式樑	170
§32. 具有橫對稱面的多桁條的盒式樑	180
§33. 沒有橫對稱面的多桁條的盒式樑	189
§34. 具有曲線剖面外緣的多桁條的殼	195
§35. 當兩方面有大量閉合段時的切口區域內的內力決定	204
§36. 多桁條的殼	216
§37. 外力加在切口區域內的情形	233
§38. 練習題	237

參考書目

薄壁結構計算

第一章 薄壁結構元素的平衡

§1. 薄壁結構的元素

飛機飛機組的薄壁結構是骨架及蒙皮的空間系統。骨架的元素，(桁條及隔框)把蒙皮分爲所謂格或屏的四角形的間。

格的形狀可以多種多樣的。格的主要類型有五種(圖 1)：

1——具有矩形形狀的直格；

2——具有平行四邊形形狀的斜格；

3——梯形格；

4——沒有平行邊的四角形格。

5——用兩個彎突緣及兩個支柱所圍的曲線平格(參看圖 14, a)。

類型 1 及 3 的格是最通行的，類型 2 及 5 的格是少見的，而類型 4 的格則很少見的。

類型 1, 2, 3 及 4 的格一般有着不大的幾何扭轉(圖 2)，但是我們可以假設扭角 $\varphi = 0$ (平蒙皮)。此時由格所組成的段(圖 3)，必須滿足下列方程式

$$\frac{H_1 - H_2}{H'_1 - H'_2} = \frac{B}{B'} \quad (I.1)$$

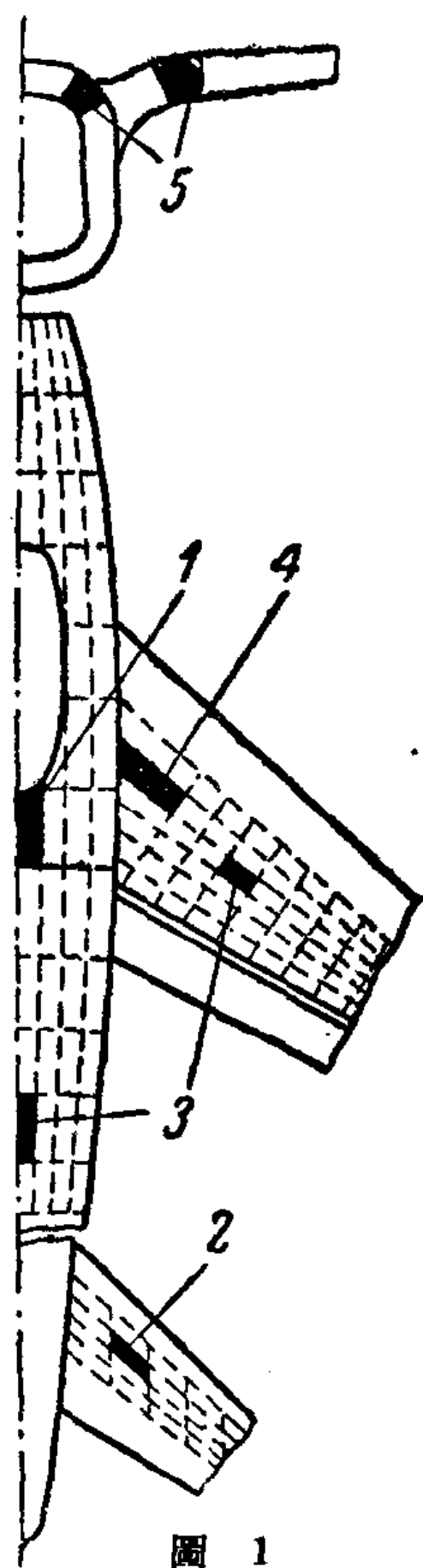


圖 1

此外,我們作出通常的假設,即桿在節點上用鉸鏈連結並且祇承受縱向力,而用桿子所圍繞的蒙皮祇承受由於桿子而來的在自身平面內的剪力。

剪流 q 在圖上將用箭頭去表明。恆剪流以縮寫 ΠKC 表示。

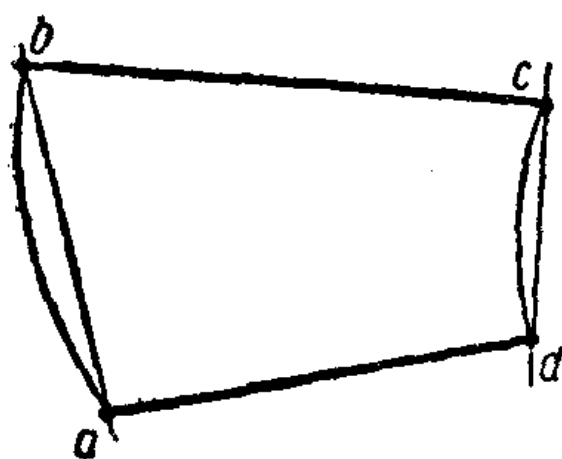


圖 2

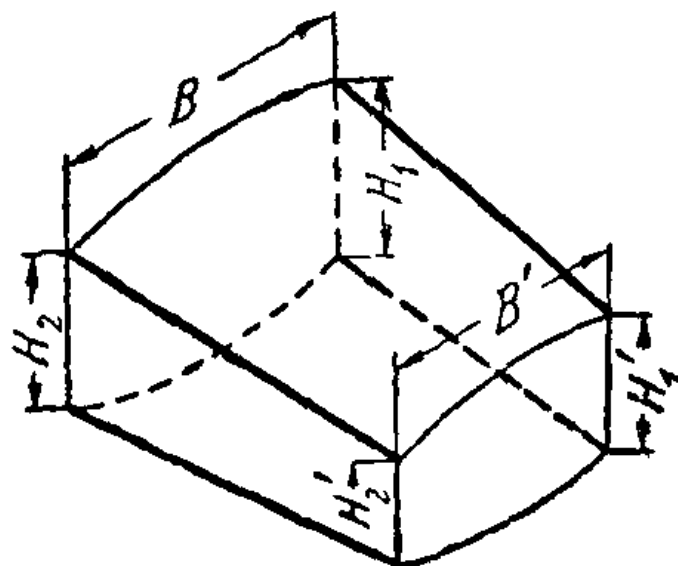
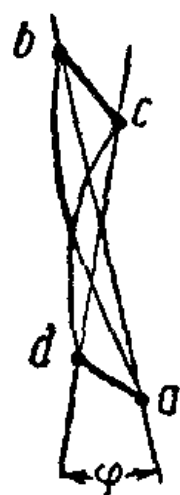


圖 3

蒙皮通常是製成曲線形狀的,但是常常可以略去蒙皮曲度,即假設類型 1, 2, 3 及 4 的格是平的。所以在開始的時候我們將研究平屏,這些屏將用星 1*, 2*, 3* 及 4* 指明。

§2. 蒙皮元素的平衡及位能

類型 1*

假設在格的一邊上,例如在 2-3 邊上(圖 4, a),加以恆剪流 q_{2-3} ; 試決定應如何對其他三邊加以恆剪流 q_{3-4} , q_{1-4} 及 q_{1-2} , 使達到平衡狀態。

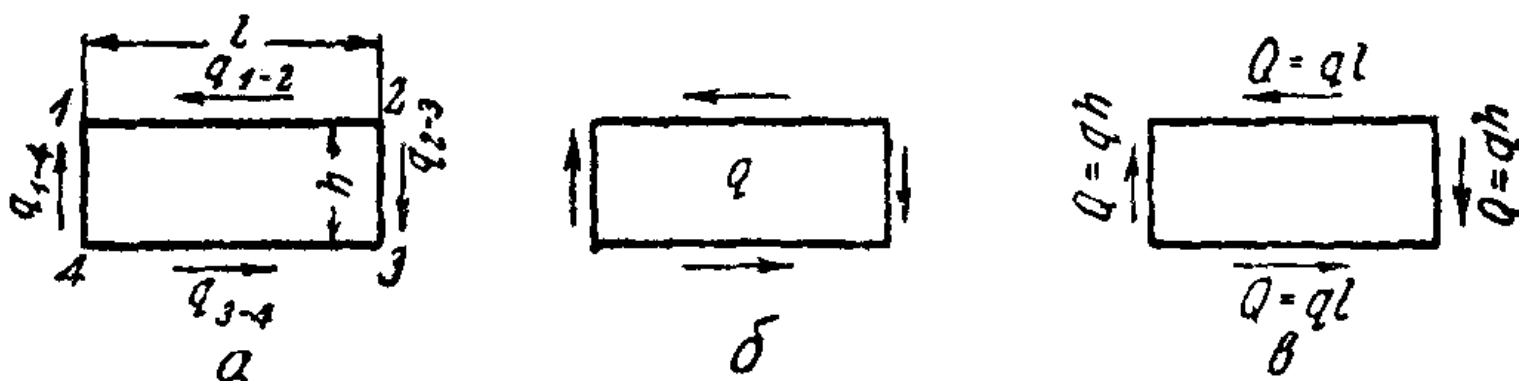


圖 4

我們來利用三個靜力方程式,我們用 Q 表示恆剪流的合力,就可寫出點 4 的力矩方程式 $\sum M_4 = 0$

$$\sum M = Q_{1-2} \times h - Q_{2-3} \times l = 0 \text{ 或 } q_{1-2} \times l \times h - q_{2-3} \times h \times l = 0.$$

因此,

$$q_{1-2} = q_{2-3}.$$

從作用在格上的所有力在垂直軸及水平軸上的投影總和等於零的條件,我們可以求得

$$q_{1-4} = q_{2-3}$$

及

$$q_{3-4} = q_{1-2}.$$

因此,我們可以寫出

$$q_{2-3} = q_{3-4} = q_{1-4} = q_{1-2} = q \quad (\text{I.2})$$

恆剪流平衡狀態,可如圖 4, 6 或 4, 6 那樣表明在圖紙上。

格的剪切變形的位能,可按照著名的公式決定

$$v = \frac{q^2 F}{2G\delta}, \quad (\text{I.3})$$

其中 F 是在平面內的格面積;

δ 是蒙皮厚度;

G 是剪切係數^①。

類型 2*

與前類似,從全格的平衡條件(圖 5),很容易看出,沿着斜格所有四邊恆剪流有着同一的數值 q 。

我們來討論格的三角形部分 2-3-A 的平衡。在剖面 2-A 中我們求得應力

$$\tau_{xy} = \frac{q}{\delta} \text{ 及 } \sigma_x = \frac{2q \operatorname{tg} \theta}{\delta}.$$

在平面應力狀態中,積累在單位體積中的位能,大家知道等於

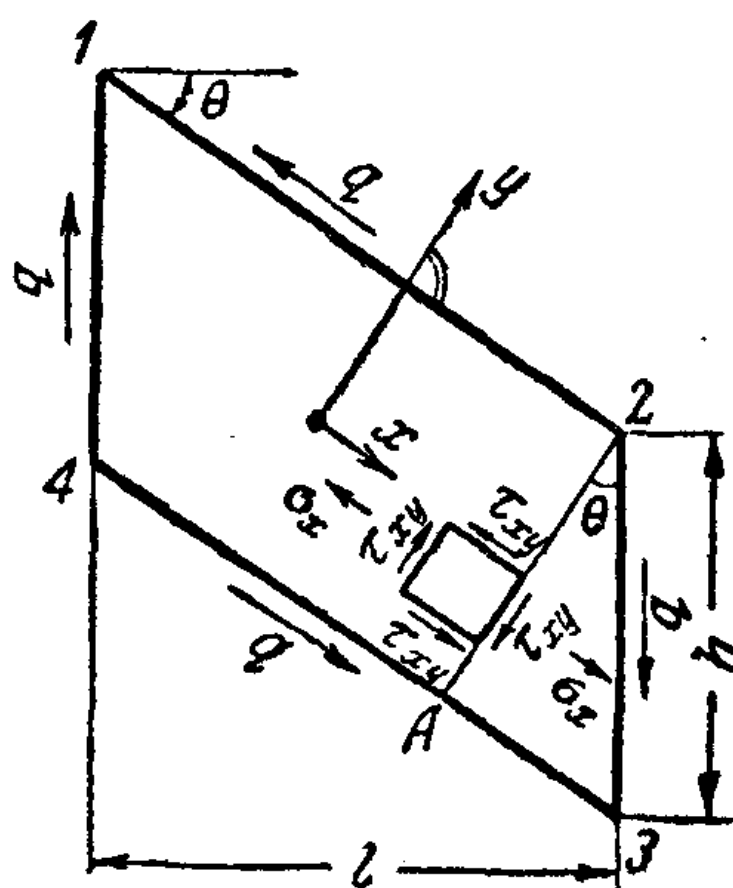


圖 5

① 我們規定以 G 指屏的減縮剪切係數。

$$v_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2) - \frac{\mu}{E} \sigma_x \sigma_y + \frac{1}{2G} \tau_{xy}^2.$$

在我們所選坐標軸方向的情況下， $\sigma_y = 0$ ，故

$$v_0 = \frac{\sigma_x^2}{2E} + \frac{\tau_{xy}^2}{2G}$$

或

$$v_0 = \frac{(2q \operatorname{tg} \theta)^2}{2E \delta^2} + \frac{q^2}{2G \delta^2}.$$

當 $E = G \times 2(1 + \mu) = 2.6G$ ，我們把 v_0 乘上格體積 $F\delta$ 之後，即得斜格變形位能的數值

$$v = \frac{q^2 F}{2G \delta} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \theta). \quad (\text{I.4})$$

角度 θ 一般稱做箭形角。

類型 3*

假設已給 q_{2-3} ，我們要決定 q_{3-4} ， q_{1-4} 及 q_{1-2} (圖 6)。

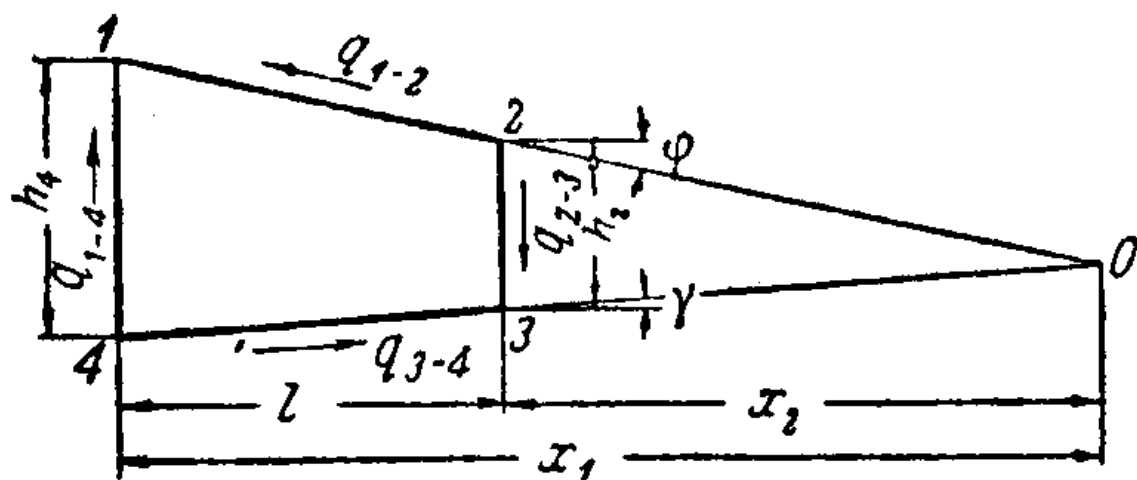


圖 6

爲了去決定 q_{1-4} ，我們可對點 0 立出方程式 $\sum M_0 = 0$ 。

$$\sum M_0 = q_{1-4} h_1 x_1 - q_{2-3} h_2 x_2 = 0.$$

從這式可以求得

$$q_{1-4} = q_{2-3} \frac{h_2 x_2}{h_1 x_1}, \quad \text{但是} \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{x_2}{x_1},$$

因此, $q_{1-4} = q_{2-3} \frac{h_2^2}{h_1^2}.$

爲了去決定 q_{1-2} , 我們可對點 4 立出力矩方程式

$$q_{2-3} h_2 l - q_{1-2} \frac{l}{\cos \varphi} h_1 \cos \varphi = 0.$$

由此 $q_{1-2} = q_{2-3} \frac{h_2}{h_1}.$

從對點 1 的力矩方程式, 可得

$$q_{3-4} = q_{2-3} \frac{h_2}{h_1}.$$

如果所給的不是 q_{2-3} 而是 q_{1-4} , 則用類似的推理可以求得

$$q_{2-3} = q_{1-4} \frac{h_1^2}{h_2^2}, \quad q_{1-2} = q_{1-4} \frac{h_1}{h_2} \quad \text{及} \quad q_{3-4} = q_{1-4} \frac{h_1}{h_2}.$$

我們表示

$$q_{2-3} \frac{h_2}{h_1} = q_{1-4} \frac{h_1}{h_2} = \bar{q}, \quad (\text{I.5})$$

那末

$$q_{1-2} = q_{3-4} = \bar{q}, \quad (\text{I.6})$$

$$q_{2-3} = \bar{q} \frac{h_1}{h_2}, \quad (\text{I.7})$$

$$q_{1-4} = \bar{q} \frac{h_2}{h_1}, \quad (\text{I.8})$$

其中 $\bar{q}$ 是梯形對邊上恆剪流的平均幾何值。顯然

$$\bar{q} = \sqrt{q_{2-3} q_{1-4}} = \sqrt{q_{1-2} q_{3-4}} = q_{2-3} \frac{h_2}{h_1}.$$

在圖 7 上表明梯形格的平衡狀態。在任一條平行邊上的剪力的合力 Q , 等於乘以對邊長度的平均剪流 $\bar{q}$ 。

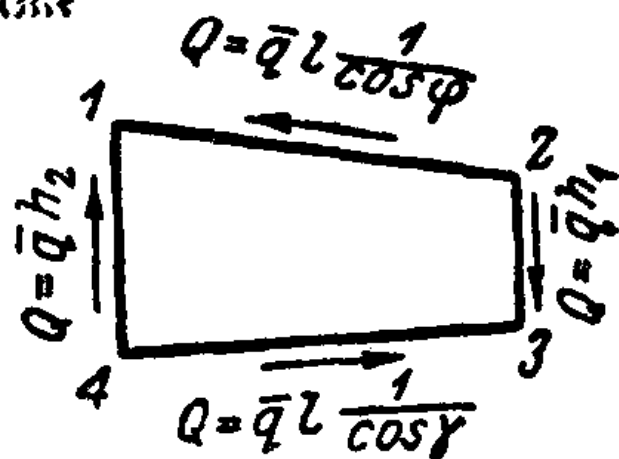


圖 7

我們來近似地決定梯形格的變形位能。

在圖 8 上所劃出的小斜元素,如精確到小的第二級,可說是平行四邊形。假設沿這元平行四邊形的邊上,祇作用着恆剪流 q_x 。

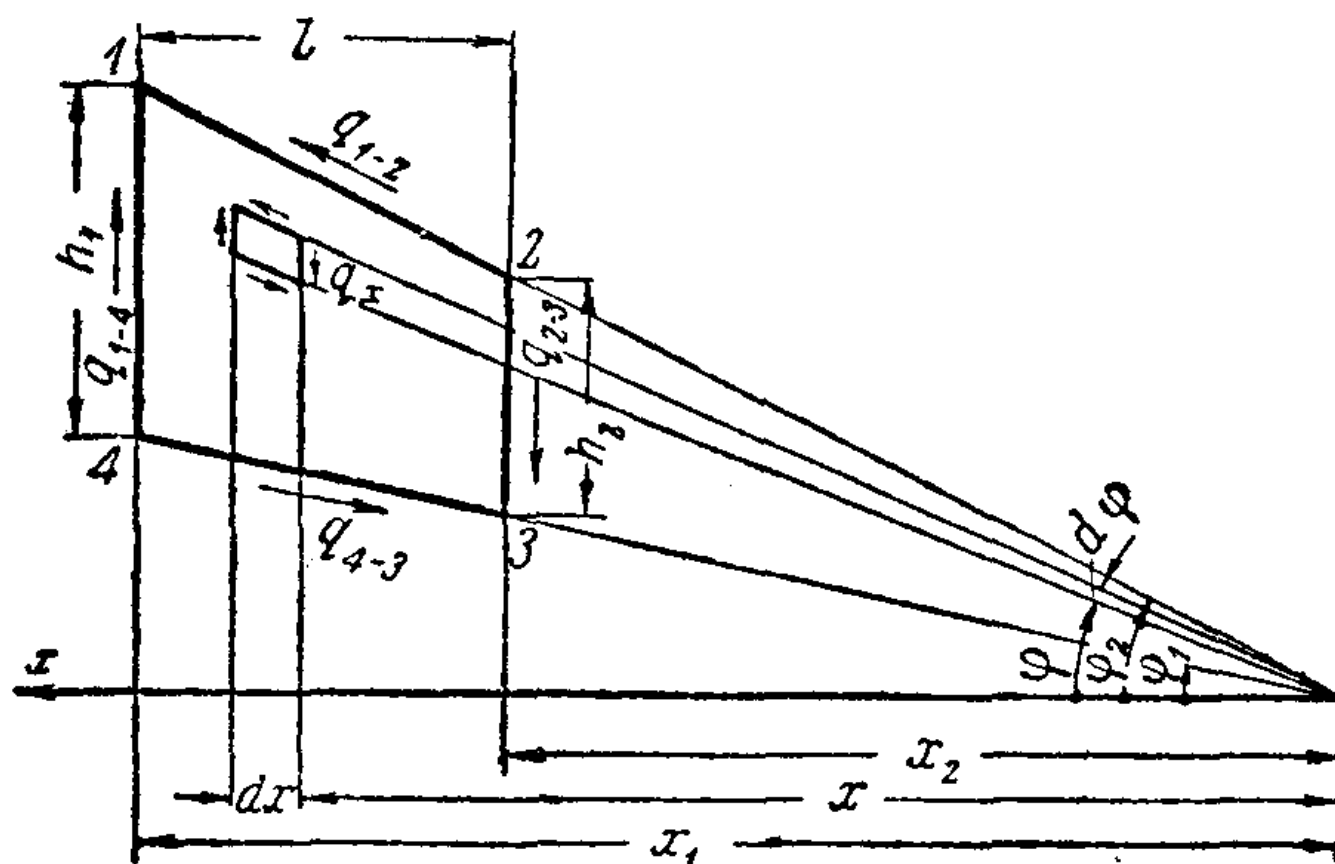


圖 8

那末,利用平行四邊形的公式 I.4, 可以得出

$$dv = \frac{q_x^2 dF}{2G\delta} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \varphi);$$

這裏代入數值 $q_x = q_{2-3} \frac{x_2^2}{x^2}$ (參看上面) 及 $dF = \frac{x dx d\varphi}{\cos^2 \varphi}$,

得

$$dv = \frac{q_{2-3}^2 x_2^4}{2G\delta x^3} (1 + 1.538 \operatorname{tg}^2 \varphi) \frac{dx d\varphi}{\cos^2 \varphi}.$$

故

$$v = \frac{q_{2-3}^2 x_2^4}{2G\delta} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x^3} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi} +$$

$$+ 1.538 \frac{q_{2-3}^2 x_2^4}{2G\delta} \int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{x^3} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} d\varphi = \frac{q_{2-3}^2 x_2^4}{2G\delta} \left[\frac{(x_1^2 - x_2^2)}{2x_1^2 x_2^2} (\operatorname{tg} \varphi_2 - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\operatorname{tg} \varphi_1) + 1.538 \frac{(x_1^2 - x_2^2)}{2x_1^2 x_2^2} \frac{(\operatorname{tg}^3 \varphi_2 - \operatorname{tg}^3 \varphi_1)}{3} \Big] = \\
 & = \frac{q_{2-3}^2 h_2^2}{2G\delta h_1^2} l \left(\frac{h_2 + h_1}{2} \right) \left[1 + \frac{1.538}{3} (\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2) \right]
 \end{aligned}$$

或

$$v = \frac{\bar{q}^2 F}{2G\delta} [1 + 0.513 (\operatorname{tg}^2 \varphi_1 + \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \varphi_2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2)]. \quad (\text{I.9})$$

在飛機飛機組的結構中， φ_1 一般是從 0 變到 -10° ，而 φ_2 從 0 變到 $+10^\circ$ 。那末，把 $\varphi_1 = -10^\circ$ 及 $\varphi_2 = +10^\circ$ 代入公式(I.9)後，我們可以證明方括弧內的第二項約為第一項的 1.59%。故用了實際計算可接受的精確度，照例我們可以略去恆剪流所引起的正應力的影響，並且對於梯形格的位能可以按照和 (I.3) 類似的公式去決定

$$v = \frac{\bar{q}^2 F}{2G\delta}. \quad (\text{I.10})$$

類型 4*

爲要決定 q_{1-2} ， q_{1-4} 及 q_{3-4} 與 q_{2-3} 的關係(圖 9)，我們可立出三個平衡方程式： $\sum M_1 = 0$ (對點 1)， $\sum M_4 = 0$ (對點 4)， $\sum Q_x = 0$ (在 x 軸上)。

得

$$\sum M_1 = q_{2-3} h_2 l_1 - q_{3-4} h_0 l_2 = 0.$$

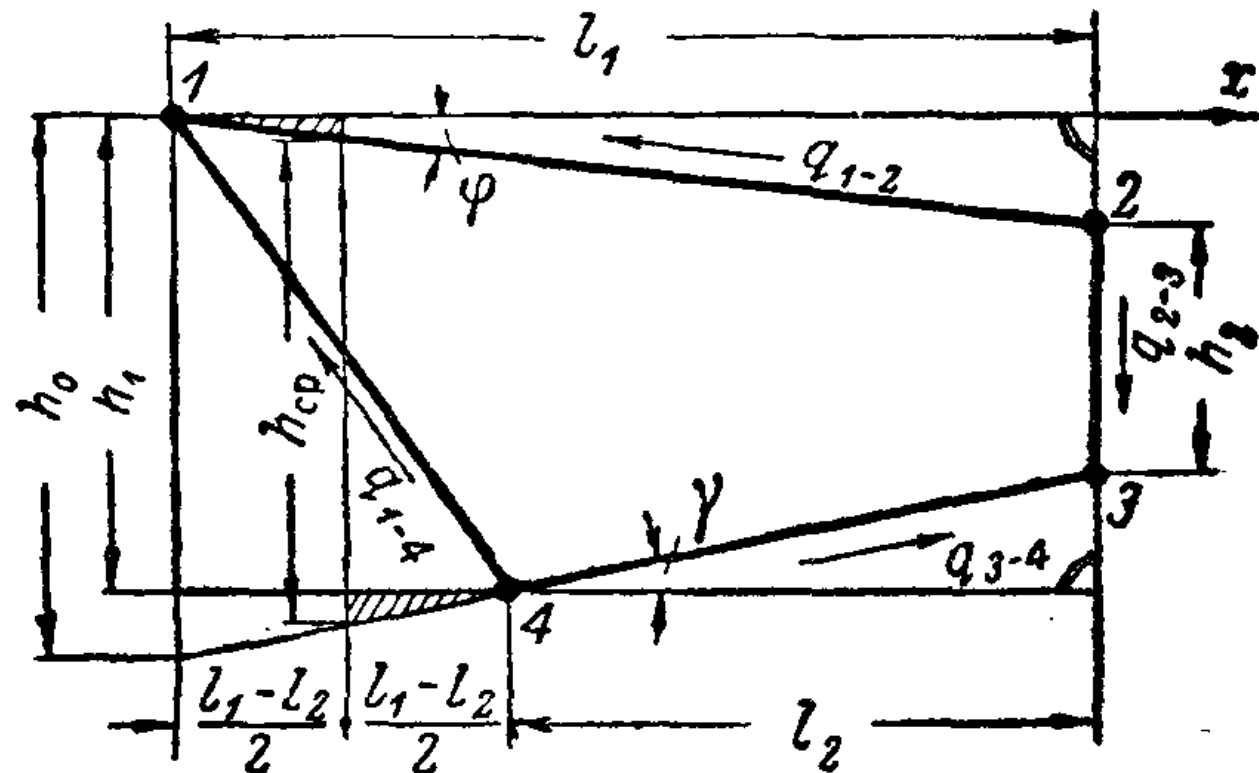


圖 9

$$\begin{aligned}\sum M_4 &= q_{2-3} h_2 l_2 - q_{1-2} l_1 h_1 + q_{1-2} l_1 \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2) = \\ &= q_{2-3} h_2 l_2 - q_{1-2} l_1 k = 0,\end{aligned}$$

其中

$$k = h_0 - \operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) - \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2).$$

$$\sum Q_x = -q_{1-2} l_1 + q_{3-4} l_2 - q_{1-4} (l_1 - l_2) = 0.$$

從這些方程式可以求得

$$q_{3-4} = q_{2-3} \frac{h_2 l_1}{h_0 l_2},$$

$$q_{1-2} = q_{2-3} \frac{h_2 l_2}{l_1 k},$$

$$q_{1-4} = q_{2-3} h_2 \frac{\frac{l_1}{h_0} - \frac{l_2}{k}}{l_1 - l_2} = \frac{q_{2-3} h_2}{h_0 k} \frac{(l_1 k - l_2 h_0)}{l_1 - l_2}.$$

如果我們顧計到

$$\begin{aligned}\frac{l_1 k - l_2 h_0}{l_1 - l_2} &= \frac{l_1 [h_0 - \operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) - \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2)] - l_2 h_0}{l_1 - l_2} = \\ &= \frac{l_1 [h_2 + l_2 (\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \varphi)] - l_2 h_0}{l_1 - l_2} = \frac{l_1 h_2 + l_2 (h_0 - h_2) - l_2 h_0}{l_1 - l_2} = h_2,\end{aligned}$$

則得

$$q_{1-4} = q_{2-3} \frac{h_2^2}{h_0 k}.$$

我們來決定恆剪流的平均值 $\bar{q}$. 得

$$\bar{q}^2 = q_{1-2} q_{3-4} = q_{2-3} q_{1-4} = q_{2-3}^2 \frac{h_2^2}{h_0 k}$$

因此

$$\bar{q} = q_{2-3} \frac{h_2}{\sqrt{h_0 k}},$$

$$\bar{q} = q_{3-4} \frac{h_0 l_2}{h_2 l_1} \frac{h_2}{\sqrt{h_0 k}} = q_{3-4} \frac{h_0 l_2}{l_1 \sqrt{h_0 k}},$$

$$\bar{q} = q_{1-2} \frac{l_1 k}{h_2 l_2} \frac{h_2}{\sqrt{h_0 k}} = q_{1-2} \frac{l_1}{l_2} \frac{h_0 k}{h_0 \sqrt{h_0 k}} = q_{1-2} \frac{l_1}{l_2} \frac{\sqrt{h_0 k}}{h_0},$$

$$\bar{q} = q_{1-4} \frac{h_0 k}{h_2^2} \frac{h_2}{\sqrt{h_0 k}} = q_{1-4} \frac{\sqrt{h_0 k}}{h_2}.$$

改變式子 $\sqrt{h_0 k}$

$$\sqrt{h_0 k} = \sqrt{h_0 [h_0 - \operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) - \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2)]} = h_0 \sqrt{1 - x},$$

其中

$$x = \frac{\operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) + \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2)}{h_0}.$$

近似地採取

$$\sqrt{1 - x} = 1 - \frac{x}{2},$$

就得

$$\begin{aligned} \sqrt{h_0 k} &\approx h_0 \left[1 - \frac{\operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) + \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2)}{2h_0} \right] = \\ &= h_0 - \frac{\operatorname{tg} \gamma (l_1 - l_2) + \operatorname{tg} \varphi (l_1 - l_2)}{2} = h_{cp}. \end{aligned} \quad (\text{參看圖 9})$$

因此可以寫出

$$\bar{q} = q_{1-4} \frac{h_{cp}}{h_2} \quad (\text{I. 11})$$

$$\bar{q} = q_{3-4} \frac{l_2 h_0}{l_1 h_{cp}} \quad (\text{I. 13})$$

$$\bar{q} = q_{2-3} \frac{h_2}{h_{cp}} \quad (\text{I. 12})$$

$$\bar{q} = q_{1-2} \frac{l_1 h_{cp}}{l_2 h_0} \quad (\text{I. 14})$$

其中 (參看圖 9)

$$h_0 = h_2 + l_1 (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \gamma), \quad (\text{I. 15})$$

$$h_{cp} = h_2 + \frac{l_1 + l_2}{2} (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \gamma). \quad (\text{I. 16})$$

格的位能可以近似地按照公式 (I. 10) 去決定它。

這公式包括着恆剪流所引起位能的基本部分; 而公式 (I. 10) 沒有顧計到正應力的影響。

面積 F 可以如此表示: