

289076

高等学校教学用书

船舶结构力学(一)

# 桿及桿系的弯曲和稳定性

上海交通大学船舶制造系編



北京科学教育出版社

高等學校教學用書



船舶結構力學(一)

杆及杆系的弯曲和稳定性

上海交通大学船舶制造系編

北京科学教育出版社



本书是“船舶结构力学”的第一部分，是以苏联同类型教材为基础编写的。内容叙述船舶骨架梁：单跨梁、多跨梁、刚架、板架等的弯曲和稳定性计算问题。

本书可供高等学校船舶制造系学生作为“船舶结构力学”教材，亦可供船舶结构设计人员参考。

船舶结构力学(一)  
杆及杆系的弯曲和稳定性

---

上海交通大学船舶制造系编  
北京科学教育出版社出版  
商务印书馆上海厂印刷  
新华书店上海发行所发行

---

开本：860×1168 1/32 印张：17.2/16 字数：411,000

印数：1—700

1961年8月第1版 1961年8月上海第1次印刷

定价：2.42元

## 序 言

本书是船舶结构力学的第一部分，是以苏联考洛特金等著的“杆件与杆系之弯曲及稳定性”为基础，并根据我校的教学实践及1958年以来教学改革的经验编写的。

在编写过程中，为了使船舶结构力学更好地结合船体实际，又希望保持处理结构力学问题的一般方法，并且还要适合目前同学的水平，所以在内容与次序上作了些新的安排，并参考和引用了其他船舶结构力学与建筑力学等书籍中的一些材料，这些参考书名列在本书最后的参考书目中。

本书可供高等学校船舶制造系学生应用。

由于我们的水平和经验都不足，本书一定存在很多缺点，希望读者批评指正；特别希望采用本书作为教材的兄弟学校师生提出意见。

上海交通大学船舶制造系

一九六一年五月

# 目 录

## 序言

緒論 ..... 1

第一章 直梁的弯曲 ..... 9

- § 1. 直梁的弯曲微分方程式 ..... 9
- § 2. 梁的支座及边界条件 ..... 14
- § 3. 等直梁横弯曲微分方程式的积分及初参数法 ..... 20
- § 4. 弹性支座与弹性固定端的实际概念 ..... 34
- § 5. 梁弯曲时的变形位能 ..... 43
- § 6. 卡斯奇梁諾定理及最小功原理 ..... 50
- § 7. 虚位移原理解梁的弯曲問題 ..... 54
- § 8. 力法原理及三弯矩方程式 ..... 62
- § 9. 五弯矩方程式 ..... 77
- § 10. 变断面梁的計算 ..... 83
- § 11. 剪切对梁弯曲的影响 ..... 91
- § 12. 按极限荷重來計算梁 ..... 99
- § 13. 剪切对极限荷重的影响 ..... 109
- § 14. 等直梁复杂弯曲微分方程式的积分 ..... 114
- § 15. 梁复杂弯曲的其他情形及复杂弯曲时的迭加原理 ..... 124

第二章 平面刚架計算 ..... 131

- § 1. 船体刚架的計算图形及分类 ..... 131
- § 2. 不可动节点的简单刚架計算 ..... 136
- § 3. 位移法原理及不可动节点复杂刚架計算 ..... 141
- § 4. 力矩分配法 ..... 155
- § 5. 对称结构刚架的简化計算 ..... 167
- § 6. 可动节点的简单刚架計算 ..... 169
- § 7. 可动节点的复杂刚架計算 ..... 173
- § 8. 刚架的极限荷重計算 ..... 180
- § 9. 曲杆刚架的計算 ..... 184
- § 10. 圆环的計算 ..... 192

§ 17. 圆环在均匀压力作用下的特性 .....	200
<b>第三章 弹性基础梁的弯曲 .....</b>	<b>205</b>
§ 1. 基本概念 .....	205
§ 2. 弹性基础梁的弯曲微分方程式 .....	207
§ 3. 单跨弹性基础梁的弯曲 .....	214
§ 4. 两端同样固定的单跨弹性基础梁的计算 .....	230
§ 5. 弹性基础梁的复杂弯曲 .....	232
§ 6. 剪切对弹性基础梁弯曲的影响 .....	238
§ 7. 变断面变刚度的弹性基础梁 .....	242
<b>第四章 平面板架计算 .....</b>	<b>251</b>
§ 1. 板架的工作情况及分类 .....	251
§ 2. 节点数目很少的板架计算 .....	255
§ 3. 具有很多同样主向梁及一根交叉构件的板架计算 .....	258
§ 4. 有加强主向梁的板架计算 .....	266
§ 5. 具有很多根同样主向梁和两根交叉构件的对称板架计算 .....	272
§ 6. 有数根交叉构件板架的布勃諾夫方程式组 .....	274
§ 7. 用展开成交叉构件自由振动形式级数的方法解数根交叉构件的板架 .....	276
§ 8. 库求莫夫方法的推广 .....	293
§ 9. 用主弯曲法解数根交叉构件的板架 .....	300
§ 10. 赛迦里法解数根交叉构件的板架 .....	314
§ 11. 数根交叉构件板架的近似解法 .....	327
§ 12. 两向梁数目都很多的板架计算 .....	338
§ 13. 板架的复杂弯曲 .....	342
§ 14. 板架的极限荷重计算 .....	346
<b>第五章 杆及杆系的稳定性 .....</b>	<b>351</b>
§ 1. 稳定性理论的基本概念 .....	351
§ 2. 决定杆件欧拉荷重的方法 .....	357
§ 3. 解中性平衡微分方程式的方法求等直杆的欧拉荷重 .....	363
§ 4. 用逐步近似法解杆件的中性平衡微分方程式 .....	378
§ 5. 剪切对杆件欧拉荷重的影响 .....	383
§ 6. 在弹性基础上杆件的稳定性 .....	386
§ 7. 用能量法求杆件的欧拉荷重 .....	388
§ 8. 组合法求杆件的欧拉荷重 .....	400
§ 9. 压杆的非弹性稳定性 .....	402
§ 10. 压杆在丧失稳定性后的弯曲情况 .....	414
§ 11. 弹性支座上单跨杆件的稳定性 .....	420

§ 12. 在中間彈性支座上雙跨杆的穩定性 .....	423
§ 13. 獨立彈性支座上連續杆的穩定性 .....	427
§ 14. 板架的中性平衡微分方程式 .....	438
§ 15. 簡單板架的穩定性 .....	449
§ 16. 有縱橫加強的板架的穩定性 .....	448
§ 17. 剛架的穩定性 .....	456
§ 18. 在均布壓力作用下圓環的穩定性 .....	463
§ 19. 純彎曲的矩形斷面梁的平面彎曲的穩定性 .....	466
§ 20. 仓库防撓材的平面彎曲穩定性 .....	472
§ 21. 脊心壓杆的承載能力——第二類穩定性問題 .....	490
<b>附录 .....</b>	<b>497</b>
I. 雙跨靜定梁的弯曲要素表 .....	497
II. 雖跨靜不定梁的弯曲要素表 .....	510
III. 复杂彎曲梁的輔助函數 .....	524
IV. 彈性基準梁的普日列夫斯基函數 .....	527
V. 彈性基準梁的輔助函數 .....	536
<b>名詞索引 .....</b>	<b>539</b>
<b>參考書目 .....</b>	<b>544</b>

## 緒論

船舶在航行时，在建造过程中以及在修理时都承受着各种形式的外力。船舶应该具有抵抗这些外力而不致产生破坏及过度变形的能力；或者如通常所說，船舶必須具有足够的强度和剛度。

在滿足强度与剛度的条件下，还必须使得船体本身重量尽可能減輕，以利于提高船舶的使用性能和降低建造成本。

船舶结构力学就是研究船体结构强度与剛度的科学。学习船舶结构力学就是为了能够对船体结构所必须保証的强度和剛度作出判断；并为船舶设计者提供依据，使他们能够设计出重量最轻，材料最省而又有足够强度的结构。因此船舶结构力学又是船舶结构设计的基础。

船体结构的强度与剛度，我們通常用结构中的各种应力和变形来衡量。这些应力与变形是由作用在船体上的外力所引起的。因此，为了研究船舶的强度与剛度問題，船舶结构力学中应当包括以下三部分内容：

1. 确定船舶在正常航行及其它情况下，在船体上作用着的外力。
2. 确定在上述外力作用下，船体结构中的应力与变形。
3. 确定应力与变形的許用值，即在船体结构中的应力与变形在怎样的范围之内，我们认为是安全的。

上面三个部分，我們称为船舶结构力学中的外力，內力及强度校核問題（在以后的叙述中，我們采用“强度”来概括所指的强度与剛度）。

因此，在船舶結構力学中，我們可以采用这样的方法来进行船舶的强度計算：首先确定作用在船体上的外力，这个外力叫做船体的計算荷重，將此計算荷重乘以安全系数后，得到所謂危險荷重。然后按照危險荷重对船体结构进行計算以求得构件中的应力。將此应力与材料的危險应力进行比較，从而判別船体結構的强度是否足够。此处所指的危險应力是指結構可能产生破坏或不允許的变形时在构件中应力的額定极限值。

上面这个方法称为危險应力法。在危險应力法中所取的安全系数表征了結構所能承受的最大荷重較計算荷重增大的倍数，它表示了結構承载能力的安全程度，所以这个安全系数称为实际安全系数。

但是在通常的船舶强度計算中，由于习惯上的关系，我們都采用另一种强度計算的方法，即所謂許用应力法。許用应力法是在确定了船体的計算荷重之后，就按計算荷重求出船体构件中的应力，然后将此应力与許用应力进行比較以对强度作出判断。此时許用应力为危險应力除以安全系数所得之商。显然，如果結構所受的外荷重与所产生的应力是成正比例的，则无论用危險应力法还是許用应力法所得的結果都将相同。否则，在許用应力法中的安全系数只表示計算应力所能增大的倍数，而不能表明結構承载荷重所能增大的倍数。所以許用应力法中的安全系数，我們称为名义安全系数。

自十九世紀六十年代起，由于航运事业的发展，逐步采用鐵、鋼等材料代替木材建造大型的船只后，从航行实践中出現的损坏及折断事故，逐渐引起人們对船舶强度問題的注意。

最先研究的問題是船舶的总强度問題。当时在分析船舶在航行时所受的外力及其引起的变形的問題时，认为船舶是在重力，浮力以及在航行时搖摆所产生的慣性力作用下，使船体在其纵剖面

的平面內产生弯曲变形。这种見解为以后分析船舶折断事故原因所得的結論所証实。这些結論是，船舶折断是由于沿船长載重分布得不合理，以致沿船长荷重（重力和浮力）分布得不均匀所致。

根据这种分析，在以后的总强度計算中，把船体作为梁来处理。即把船体当作靜力平衡于标准波浪上的梁来計算。此标准波浪的长度等于船长，波高等于 $\frac{1}{20}$ 波長。船体所受的外力仅考虑了重力和浮力。为了得到最大可能的弯矩，選擇了两种代表性的計算状态：一种是波峰在船中，即中拱状态；另一种是波谷在船中，即中垂状态。在这二个状态下，求出船中剖面的最大弯矩，然后用材料力学中熟知的简单梁弯曲的应力公式来計算中剖面构件的弯曲应力。

这种强度計算方法，构成了初期船舶强度問題的基本內容。但是由上述討論可以看出，这样的計算方法，只不过是从性质上描繪了船体受力和变形的主要特征，因而計算出来的应力并不是船体結構中真正的应力。所以如果把这种計算应力与船体材料的机械性能的額定值（例如材料的屈服极限）直接进行比較是沒有什么意义的。因此按照这种計算方法在判断船体結構的强度时所选用的許用应力值是对已有的船舶，采用同样的計算方法求得之应力值，进行分析研究后給出的。从这个意义上来看，早期的船舶强度問題只是在同样計算方法下的相对强度。这种强度計算，我們稱为第一次近似計算。

虽然如此，在以后航行实践中陸續出現的海損事故，显示出无条件地运用梁的弯曲公式來計算船舶的总强度在某些地方还不能很确切地反映出船体結構的特点和它所具有的强度。事实是这样，船体是一个空心的梁状結構，其外壳用鋼板构成，内部用骨架来加强。沒有和骨架直接連接的鋼板部分，在承受船体的总弯曲力矩时，显示出剛性不足而丧失稳定性。这样就会使船体各部分

构件中的应力重新进行分布。剛性較大的构件将产生較高的应力，而剛性較小的构件中的应力就較低。因此在进行船体总强度計算时，不能忽略船体結構的稳定性問題。在船体結構中，除了上述的鋼板可能丧失稳定以外，在一个隔仓內的甲板板架，在总弯曲的压应力作用之下，也有丧失稳定性的可能。

另一方面，在整个船舶的总强度問題中，只限于討論船体的总弯曲是不够的，我們知道船体結構中，有一部分构件是直接承受外力的（如外板承受水压力），而另一部分构件是作为前一类构件的支座，承受由前者傳来的荷重，然后再把这些荷重傳递给另外的构件的（例如肋板及纵桁作为外底板的支座，傳递外底板傳来的水压力），这样逐步傳递的結果，使整个船体在所有外力作用下取得平衡。但是前述的两种构件，在承受并傳递荷重的过程中，本身也都发生弯曲，这种弯曲我們称为局部弯曲，它是与船体总弯曲同时存在的。所以在估計船体結構的作用时，應該把这两种弯曲都考慮进去。根据结构的不同形式，船体結構的局部弯曲包括有板的弯曲，在一个隔仓內的板架弯曲等等。

考慮了上述結構稳定性的影响以及局部弯曲的总强度計算，叫做船体强度的第二次近似計算。

上面我們还只限于从船体总体变形的特征和构件傳递荷重的特征来进行分析。事实上，船体在总弯曲时，必然会引起横向变形，同样船体的两侧，也承受着水压力，也会引起横向变形。这种变形是依靠着船体横向构件来抵抗的。横向构件应具有足够的强度来保持着船体的外形，这样也就提出了船体的横向强度問題。

此外，由于营运上的要求，船体在連續的最上层甲板之上，有着各种形式的上层建筑，这种上层建筑的长度視使用要求而定，但往往并不沿整个船长延伸，而突然在某处終断。在連續甲板上又有不同的开口（貨仓口等）。这些結構，对于整个船主体或整个甲

板面而言，形成了所謂間斷构件，而間斷构件的强度問題，也就成為船体結構比較典型的特殊問題。

正是因为对船体結構的作用不断地进行探討，力求更好地表达船体結構的工作特征，才促使船舶結構力学中的內力問題得到較快的发展。如果再考慮到船舶在其它工作条件下的强度問題（如船舶进坞时的强度計算）、个别結構的强度問題、以及水下船舶强度問題等等，关于內力方面的研究內容还要广泛得多。从目前发展的趋势来看，除了对上述的許多內容进行研究外，船舶結構力学的方向在于进一步探討船体結構在彈性——塑性阶段的工作特征和强度計算方法。以达到充分利用結構材料的目的。

将船靜置于标准波浪上求船体所受的弯矩，只是反映了船体总强度受力的主要特征。可以想見这种处理方法是相当粗糙的，因为它忽略了一系列的因素，例如波浪的动力影响，船与波浪之间的关系等等。因此，按这种方法求得的外力必然和船舶实际所受的外力相差很远。事实上，从船舶强度問題一开始提出，人們就对船在波浪上航行时所受的外力进行了研究。根据这些研究，証明船舶所受的实际荷重，除了与船型尺度，装载情况，波浪状况，航行速度与航行方向等因素有关外，还与船在波浪上的运动所产生的慣性力，以及船在运动中的水阻力，附連水质量，水动压力等的影响有关。因此正确地确定船在波浪中所受的外力，就應該考慮船舶动置在波浪上的情形。关于动置在波浪上的船舶所受的外力和計算方法，目前已有不少的研究，但是因为問題的复杂，所以在实际計算中还很少采用。另一方面，在早期的总强度研究中，都限于討論船在規則波上的外力問題，从目前的趋势来看，由于船舶适航性的发展，也将逐渐从規則波上的强度問題的研究过渡到不規則波的强度問題上去。

强度校核問題归結为确定許用应力問題。在这方面的主要工

作用在于提供出确定船体结构许用应力的一般原则。这个原则就是要我们根据外荷重的作用特性和变化特性；根据构件的工作特性和破坏形式及后果；根据计算方法的可靠程度；以及根据其他一系列的实际因素，如材料加工的影响，腐蚀、磨耗的程度，材料机械性能的稳定与否等等，有区别地确定许用应力。虽然如此，但是在目前船舶强度中所采用的许用应力标准，还只能从性质上分析与这些因素的关系，用一个概括一切的，笼统的安全系数来表征这些影响，而缺乏对各个因素的分析研究，提出与各个因素有关的数量关系。而各个因素对结构安全保证度的影响程度只有采用数理统计法才能得到较合理的解决。

有了比较系统的船舶结构力学知识，并掌握了相应的计算方法后，就可以帮助我们对已有的船舶进行强度校核计算，同时也为如何设计出新的，更合理的结构创造了条件。

长久以来，进行船舶结构设计的基本方法是规范法，即参照由国家船舶检验局或船级社所颁布的建造规范或过去建造的同类型船进行设计。规范是根据旧有船的实际统计资料并采用了相应的力学分析方法而制定出来的，并且系以某种典型结构的船舶为基准，因此不可能反映出每一条船的具体特点。规范中的某些规定，还不能及时反映出结构力学对该问题的认识水平，同时它的使用范围也有一定，因此对于采用新的结构形式，和采用新的材料无形之中就有若干限制。

最近民用船舶有逐步采用计算方法来进行结构设计的趋势，而在舰艇结构设计中使用得更早些。这种方法虽然目前发展得还很不完善，但是因为它是建立在结构力学基础之上的，所以有可能设计出更合理的结构。当然对船舶结构设计来说，并不纯粹是一个方法问题，而也必须考虑到一系列的实际因素，例如对船舶的使用要求，以及经长期实践考验的结构形式和构造特点等。但是

有了結構力学知識，一方面可對規範有更深刻的理解和分辨能力，另一方面又可不致受規範某些局限性的約束，對進行結構設計有了理論上的指導。

上面我們對船舶結構力学的研究對象，研究的基本問題和基本內容，以及與結構設計的關係作了簡單的介紹，下面我們還需介紹一下研究船舶結構力学的基本方法。由前面所敘述的內容和發展概述中可以看到，對於船舶這樣的複雜結構要想一下就把船體整個的工作情況徹底搞清楚是不可能的，所以我們通常把船體的受力情況和船體結構進行一些理想化的處理：根據對船體受力和變形的特徵的分析，保留產生這樣現象的主要因素，略去次要的因素，這樣就有可能得到主要的工作概況和適用的計算方法。在將真實結構化為某種理想化的典型結構的過程中，首先是把組成船體空間結構的各個組成部分，按照它的工作特點分離出來，化成相應的平面結構，這時應該估計相鄰的結構對分離出來的結構會有怎樣的影響，確定採用何種表現方法來表達這種影響。例如，在討論了總彎曲變形之後，可以把組成船體的各個部分分為甲板板架、船側板架、船底板架來討論它們的局部彎曲和穩定性問題。此時這些板架的邊界上就用相應的固定條件來表示相鄰構件的影響。另一方面，對於船體中的某一構件，根據不同的作用，常常可以同時屬於不同典型結構中的組成部件，例如甲板橫梁既是甲板板架中的組成構件，但是在橫強度計算中，又是肋骨框架中的組成構件。

將真實結構理想化的結果就得到了在計算中採用的計算圖形。例如肋骨框架化為肋骨剛架，平面板架化為平面正交的杆系等等。這種計算圖形使我們在計算中暫時脫離了真實結構，但它可以方便地探討相應的真實結構的變形和應力計算。因此在結構力學中廣泛地採用。

最后，我們來介紹一下由教學角度出发而划分的船舶結構力学的内容。整个船舶結構力学分为三部分。第一部分和第二部分是內力部分，內容包括船体結構的应力計算。由于我們可以把船体結構按其形式划分为杆件和杆件系統，以及平板及圓柱形壳体，并且这种結構都可能受到各种形式的橫荷重及軸向力的作用而弯曲，以及在軸向力或其他形式荷重作用下失去稳定性，所以在第一部分中就討論“杆及杆系的弯曲和稳定性”，而在第二部分中討論“平板和圓柱形壳体的弯曲和稳定性”。有了这些基础就可以研究船体中典型結構的强度問題。至于船舶所受的外力，許用应力以及特殊代表性結構的强度計算和結構的合理設計等問題，則在結構力学的第三部分“船舶强度和結構設計”中討論。关于船舶的振动問題和船舶在动力荷重作用下的强度計算，将在另一門教程“船舶振动”中介绍。

# 第一章 直梁的弯曲

## § 1. 直梁的弯曲微分方程式

受外荷重作用而发生弯曲变形的杆件叫做梁。若梁的轴綫為直線，則稱為直梁。

梁是工程結構中用得最多的构件。在工作時，梁一方面承受外力或其他构件給它的力；另一方面再把这些力傳達到支持它的构件——支座上去。在船體結構中，支持在船底肋板及甲板橫梁上的船側肋骨受到舷外水壓力的作用而弯曲；支持在船兩側肋骨上的甲板橫梁受貨物作用力弯曲；以及船體的縱向构件，例如船底縱桁，在水壓力及由於船體總縱弯曲而引起的縱向力共同作用下的弯曲等等，都可以當作梁來考慮。

雖然在實際結構中遇到的多數為多跨梁，但是單跨梁弯曲問題的研究仍然是多跨梁問題的基礎。並且在不少情況下，多跨梁常常可以簡化為單跨梁。所以我們在本章中先討論單跨梁的弯曲問題，然后再討論多跨梁的計算。

今后，我們考慮的梁，假定它的斷面至少有一個對稱軸，即梁有對稱平面；並假定外荷重亦作用在此對稱平面內。這樣，梁只產生在對稱平面中的弯曲，稱為平面弯曲。

下面我們就來推導直梁弯曲的微分方程式。由材料力學中知道，梁的弯曲理論是以平斷面假定為基礎的，因此它只適用於純弯曲的情況。但當梁的高度與長度相比是很小時，由切應力引起的梁斷面的翹曲是很小的，所以這個假定仍能適用於一般弯曲的梁。

現在考慮一个单跨梁(图 1.1)，并規定如下之坐标： $x$  軸重合于梁的中和軸，向右为正； $y$  軸向下为正。当梁在外荷作用下发生弯曲变形时，原来相距为  $dx$  的两个断面 1-1、2-2 将相互轉动如图 1.2 所示。

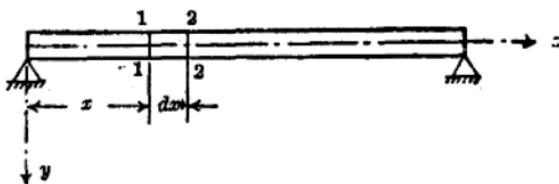


图 1.1

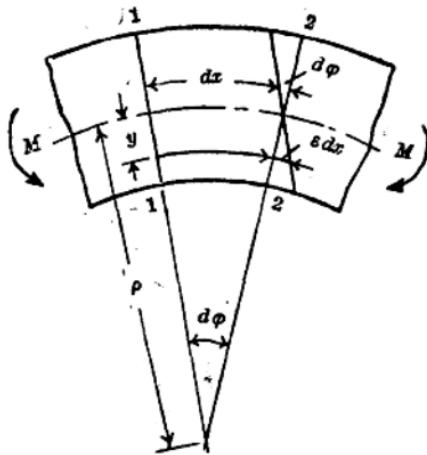


图 1.2

根据平断面假定，可得梁距中和軸  $y$  处纤维的相对伸长为

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (1)$$

式中  $\rho$  为梁中和軸的曲率半径。

假定梁的材料是符合虎克定律的，则梁断面上的弯曲应力为