

大學用書選譯

微 積 分

上 冊

G. E. F. Sherwood 等 著

馬 爾 傑 譯

教 育 部 出 版
世 界 書 局 發 行

大學用書選譯

微 積 分

上 冊

G. E. F. Sherwood 等著

馬 爾 傑 譯

教 育 部 出 版

世 界 書 局 發 行

大學用書選譯

微 積 分

下 冊

G. E. F. Sherwood 等著

馬 爾 傑 譯

教 育 部 出 版

世 界 書 局 發 行

中華民國六十年四月再版

大學用
書選譯
微
積
分
上
冊

平裝本全二冊基本定價肆圓陸角捌分整

著者 G. E. F. Sherwood 等

譯者 馬爾傑

發行人 吳開先

內政部登記證內版臺業字第一八八號

出版者 教育部

印刷者 世界書局

發行所 世界書局

臺北市重慶南路一段九十九號

版權
所有
禁止
翻印

中華民國六十年四月再版

大學用
書選譯
微積分 下冊

平裝本 全二冊 基本定價肆圓陸角捌分 整

版權
所有
禁止
翻印

著者 G. E. F. Sherwood 等

譯者 馬爾傑

發行人 吳開先

內政部登記證內版臺業字第〇一八八號

出版者 教育部

印刷者 世界書局

發行所 世界書局

臺北市重慶南路一段九十九號

目 錄

希臘字母、參考公式及表	1
-------------	---

第一章 基本觀念	15
----------	----

1. 何謂微積分	15
2. 運動之研究	16
3. 變率	18
4. 變數、函數	21
5. 導數之定義	24
6. 關於函數之極限觀念	27
7. 面積	32
8. 叙列之極限觀念	36
9. 綱要	41

第二章 基本運算及應用	43
-------------	----

10. Δ 法	43
11. x^n 之導數	45
12. 導數之幾何意義	48
13. 常數因子、和	51
14. 增函數與減函數	56
15. 連續性與可微分性	60
16. 已知導數求其函數	63
17. 直線運動	66
18. 用反微分求面積	72
19. 綱要	76

2 微 積 分

第三章 代數函數微分法之一般公式.....79

- 20. 積與商之微分法.....79
- 21. 合成函數.....83
- 22. 隱函數.....90
- 23. 分指數.....93
- 24. 高次導數.....96
- 25. 綱要.....99

第四章 應用問題..... 101

- 26. 極大值與極小值..... 101
- 27. 第二導數之意義..... 103
- 28. 有理函數作圖..... 107
- 29. 鉛直切線之特例..... 114
- 30. 代數曲線作圖..... 116
- 31. 含極大值與極小值之問題..... 118
- 32. 輔助變數之用法..... 123
- 33. 變率..... 127
- 34. 綱要..... 131

第五章 超越函數..... 133

- 35. 前言..... 133
- 36. 三角函數..... 133
- 37. 正弦函數之微分法..... 136
- 38. 其他三角函數微分法..... 140
- 39. 指數及對數..... 144
- 40. 對數函數微分法..... 147
- 41. 自然對數及其微分法演算..... 150
- 42. 指數函數微分法..... 153
- 43. 反函數..... 158

44. 反三角函數·····	160
45. 極大與極小、作圖、變率·····	166
46. 簡諧運動·····	174
47. 綱要·····	178

第六章 微分及中值定理····· 181

48. 函數之微分·····	181
49. 以微分求近似值·····	182
50. 微分公式·····	186
51. 參數表示法·····	189
52. 洛爾定理、中值定理·····	192
53. 洛霍斯比特法則·····	197
54. 方程式根之數值、牛頓解法·····	202
55. 綱要·····	206

第七章 其他應用····· 209

56. 弧長·····	209
57. 曲線運動、有向速率·····	214
58. 極坐標·····	218
59. 加速率·····	225
60. 曲率·····	231
61. 參數式、加速率在法線方向之成分·····	235
62. 曲率中心、漸屈線·····	239
63. 轉跡線、擺線·····	245
64. 綱要·····	247

第八章 微分法之反運算····· 250

65. 反導數·····	250
66. 代換法之進一步練習·····	258

4 微 積 分

67. 微分方程.....	262
68. 應用問題.....	267
69. 綱要.....	274
第九章 定積分.....	276
70. 積分概念.....	276
71. 定積分之性質.....	281
72. 積分變數之界限.....	284
73. 定積分之計算法.....	286
74. 用積分求面積.....	289
75. 迴轉體之體積.....	294
76. 積分之存在.....	297
77. 綱要.....	298
第十章 積分法之運算.....	300
78. 求不定積分問題之性質.....	300
79. 完全平方、簡化式.....	302
80. 有理函數之積分.....	307
81. 部分積分法.....	314
82. 三角函數之積分.....	318
83. 三角代換法.....	325
84. 有理化之代換法.....	330
85. 定積分之代換法.....	333
86. 積分法之進一步討論、綱要.....	335
第十一章 定積分之幾何應用.....	340
87. 平面面積、極坐標.....	340
88. 平面面積、參數表示法.....	345
89. 空間圖形.....	346
90. 用切片法求體積.....	350

91. 迴轉體、外殼法	353
92. 弧長	356
93. 杜漢莫原理	361
94. 迴轉面之面積	365
95. 近似積分法	369
96. 綱要	372

第十二章 定積分之物理應用 375

97. 質點系之重心	375
98. 連續質量之重心	376
99. 迴轉體之形心	377
100. 平面之形心	381
101. 流體壓力	384
102. 功	388
103. 迴轉面及弧之形心	391
104. 物質曲線、可變密度	394
105. 萬有引力	396
106. 綱要	398

第十三章 雙曲線函數 402

107. 定義及函數之關係	402
108. 雙曲線函數之微分法	405
109. 反雙曲線函數	406
110. 積分法	408
111. 綱要	411

第十四章 極限之進一步研究 412

112. 基本觀念之複習	412
113. 單調序列與考奇之收斂原理	416
114. 廣義積分	421

6 微 積 分

115. 霍斯比特法則之證明..... 426

116. 綱要..... 429

第十五章 無窮級數及泰勒公式..... 430

117. 定義及目的..... 430

118. 對數級數及反正切級數..... 435

119. 積分餘式之泰勒公式..... 441

120. 微分餘式之泰勒公式..... 448

121. 比較試驗法、積分試驗法..... 453

122. 交錯級數..... 460

123. 絕對收斂、比檢法..... 465

124. 綱要..... 471

第十六章 冪級數..... 474

125. 二項級數..... 474

126. 冪級數之運算..... 478

127. 冪級數之應用..... 483

128. 綱要..... 486

第十七章 立體解析幾何..... 488

129. 距離公式, 球面..... 488

130. 直線之方向餘弦..... 491

131. 二直線間之夾角..... 493

132. 平面..... 497

133. 直線..... 503

134. 柱面..... 507

135. 旋轉曲面..... 510

136. 二次曲面..... 512

137. 坐標系..... 515

138. 綱要..... 516

第十八章 偏微分..... 519

- 139. 多變數之函數、極限..... 519
- 140. 偏導數..... 520
- 141. 微分..... 524
- 142. 極大與極小..... 529
- 143. 有向導數..... 535
- 144. 隱函數..... 541
- 145. 自變數之變換..... 544
- 146. 隱函數、一般公式..... 550
- 147. 綱要..... 553

第十九章 空間曲線及曲面..... 556

- 148. 曲面之法線及切面..... 556
- 149. 空間曲線之切線及法面..... 560
- 150. 空間曲線之長..... 565
- 151. 密切面..... 568
- 152. 包線..... 571
- 153. 綱要..... 575

第二十章 重積分..... 577

- 154. 定義及解說..... 577
- 155. 疊積分..... 579
- 156. 薄片之質量及重心..... 586
- 157. 疊積分、第二法..... 589
- 158. 疊積分之極坐標形式..... 591
- 159. 轉動慣量..... 597
- 160. 曲面之面積..... 603
- 161. 綱要..... 606

8 微 積 分

第二十一章 三重積分..... 609

162. 三重積分之意義..... 609

163. 直角坐標之疊積法..... 611

164. 圓柱坐標..... 617

165. 球面坐標..... 621

166. 綱要及記號..... 627

附錄..... 630

希臘字母、參考公式及表

I. 希臘字母

字母	讀音	字母	讀音	字母	讀音
$A \alpha$	alpha	$I \iota$	iota	$P \rho$	rho
$B \beta$	beta	$K \kappa$	kappa	$\Sigma \sigma$	sigma
$\Gamma \gamma$	gamma	$\Lambda \lambda$	lambda	$T \tau$	tau
$\Delta \delta$	delta	$M \mu$	mu	$\Upsilon \upsilon$	upsilon
$E \epsilon$	epsilon	$N \nu$	nu	$\Phi \phi$	phi
$Z \zeta$	zeta	$\Xi \xi$	xi	$X \chi$	chi
$H \eta$	eta	$O \omicron$	omicron	$\Psi \psi$	psi
$\Theta \theta$	theta	$\Pi \pi$	pi	$\Omega \omega$	omega

II. 初等幾何學

1. 令 r 表半徑； h 表高度； B 表底面積； θ 表中心角以弧度計； s 表 θ 所對之弧長； l 爲斜高。

圓： $s=r\theta$ ，周長 $=2\pi r$ ，面積 $=\pi r^2$ ，扇形面積 $=\frac{1}{2}r^2\theta$

弓形面積 $=\frac{1}{2}r^2(\theta - \sin\theta)$ 。

球：體積 $=\frac{4}{3}\pi r^3$ ，表面積 $=4\pi r^2$ 。

球之切割體：體積 $=\pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right)$ ，面積 $=2\pi hr$ 。

角柱：體積 $=Bh$ 。

角錐體：體積 $=\frac{1}{3}Bh$ 。

2 微 積 分

正圓柱體：體積 $=\pi r^2 h$ 。側面積 $=2\pi r h$ 。

正圓錐體：體積 $=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ 。側面積 $=\pi r h$ 。

2. 三角形：面積 $=\frac{1}{2}ab\sin C$ ，其中 a 及 b 為二邊長， C 為其夾角。

3. 平行四邊形：面積 $=ab\sin C$ ，其中 a 及 b 為二相鄰邊， C 為其夾角。

4. 角錐臺或圓錐臺：體積 $=\frac{1}{3}(B_1+B_2+\sqrt{B_1B_2})h$ 。其中 h 為高度， B_1 及 B_2 為二平行之底面積。

III. 初等代數

1. 二次方程式：設 $ax^2+bx+c=0$ ， $a\neq 0$ ，則

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

2. n 次一般方程式：方程式 $a_0x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_{n-1}x+a_n=0$ 中， $a_0\neq 0$ ， n 為正整數， a_i 為實數，必有 n 根，其中重根可由根之重性計之，虛根成共軛虛數。

3. 對數： $\log_b N = x$ 表示 $b^x = N$ ， $\log_b b = 1$ ， $\log 1 = 0$ ，
 $\log xy = \log x + \log y$ ， $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$ ， $\log x = n \log x$ ，
 $\log_b x = \frac{\log_e x}{\log_e b}$ ， $b \neq 1$ ， $e \neq 1$ 。

4. 二項式定理： $(n$ 為正整數)

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \dots \\ &\quad + \frac{n(n-2)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!}a^{n-r}b^r + \dots \\ &\quad + nab^{n-1} + b^n \\ &\quad \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} = {}_nC_r\end{aligned}$$

$$n! = \underline{n} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n \quad 0! = 1$$

5. 等差級數: $a, a+d, a+2d, \dots$, a 爲首項, d 爲公差, n 爲項數, S 爲 n 項之和, l 爲末項(第 n 項), $l = a + (n-1)d$,

$$S = \frac{n}{2}(a+l), \quad A = \frac{a+b}{2}, \text{ 其中 } A \text{ 爲 } a \text{ 及 } b \text{ 之等差中項.}$$

6. 等比級數: $a, ar, ar^2, \dots$, a 爲首項, r 爲公比, n 爲項數, S_n 爲 n 項之和, l 爲末項(第 n 項). $l = ar^{n-1}$, $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$,

$G = \sqrt{ab}$. 其中 G 爲 a 及 b 之等比中項(a 及 b 爲正).

$$S_{\infty} = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a}{1-r}$$

僅當 $r^2 < 1$ 時.

$$7. \text{ 調和級數: } \frac{1}{a}, \frac{1}{a+d}, \frac{1}{a+2d}, \dots, H = \frac{2ab}{a+b}, \quad H \text{ 稱爲}$$

調和中項. $G^2 = AH$.

8. 排列與組合: 於 n 物中每次取 r ,

$${}_nP_r = n(n-1) \cdots (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}, \quad 0! = 1.$$

$${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n(n-1) \cdots (n-r+1)}{r(r-1) \cdots 1} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = {}_nC_{n-r}.$$

9. 行列式: n 階行列式.

$$D \equiv \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

共有 n^2 元, 其展開式中有 $n!$ 項.

$$D = \sum (\pm a_{1i} a_{2j} a_{3k} \cdots a_{ni},$$

式中正負號之選擇視敘列 $i, j, k, \dots, l$ 中正整數 $1, 2, 3, \dots$ 中反覆變換之數目爲奇數或偶數而定. 元 a_{ij} 之子式 M_{ij} 爲 $n-1$ 階

4 微 積 分

行列式，爲原行列式中去掉 i 行及 j 列後剩餘者。元素 a_{ij} 之餘因式爲 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$ ， $D=\sum_{i=1}^n a_{ij}A_{ij}$ ， $j=1, 2, \dots, n$ 。

$$0 = \sum_{i=1}^n a_{ik}A_{ik}, \text{ 設 } j \neq k, j, k=1, 2, \dots, n.$$

行列式之性質：(1)行列式 D 中對應之各列與行相交換， D 不變。(2) D 中任二行(或列)交換 D 變爲 $-D$ ，(3)設任二行(或列)全等，則 $D=0$ 。(4)設一行(或列)中各元各乘以 k ，則 D 變爲 kD ，(5)設一行(或列)中各元加另一行(或列)各對應元之 k 倍，則 D 不變。

行列式對解聯立一次方程式之應用。

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= k_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= k_2 \\ &\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= k_n \end{aligned}$$

(1) k_i 不全爲零：方程式爲非齊次。設 $D \neq 0$ 僅有一解。設 K_i 表 D 中之列各元各以 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 代替後之行列式，則其解爲 $Dx_i = K_i, i=1, 2, \dots, n$ 。

(2) k_i 全爲零：方程式爲齊次，則其解除 $x=0$ 外僅當 $D=0$ 時存在。

4. 平面三角學

反時鐘方向轉動，所成之角爲正。

一點之平面角爲 360° 或 2π 徑。

除常用之六種三角函數，正弦，餘弦，正切，餘切，正割，餘割外，尚有下列四種三角函數。versine $\theta = \text{vers } \theta = 1 - \cos \theta$ ；

coversine $\theta = \text{covers } \theta = 1 - \sin \theta$ ；haversine $\theta = \text{hav } \theta = \frac{1}{2} \text{vers } \theta$ ；

exsecant $\theta = \text{exsec } \theta = \sec \theta - 1$ 。

三角函數之圖示法