

高等学校教学用书



不可压缩粘滞 流体动力学

上册

H. A. 斯略芝金 著

高等教育出版社

1-1 高等学校教学用书



不可压缩粘滞流体动力学

上 册

H. A. 斯略芝金著

熊 吟 涛 译

高等教育出版社

高等学校教学用书



不可压缩粘滞流体动力学

下 册

H. A. 斯略芝金著

熊 吟 涛 译

高等教育出版社

本书系根据苏联技术理论书籍出版社 (Гостехиздат) 出版
的斯略芝金 (Н. А. Слѣзкин) 著的“不可压缩粘滞流体动力学”
(Динамика вязкой несжимаемой жидкости) 1955 年版译
出。原书共十二章, 内容包括基本概念、粘滞流体运动方程及可
积情况、运动方程的各种近似解法、运动的稳定性及湍流理论
等。书中着重讲述基本原理, 尤其注意培养读者的解题技能, 可
作为综合大学力学专业的教学参考书。

中译本分上下两册出版, 本书为上册, 包括前面八章。

本书由熊吟瀾同志翻译。

不可压缩粘滞流体动力学

上 册

Н. А. 斯略芝金著

熊 吟 瀾 译

高等教育出版社出版 北京宣武门内永恩寺 7 号

(北京市书刊出版业营业许可出字第 054 号)

京华印书局印刷 新华书店发行

统一书号 18010.560 开本 $850 \times 1168 \frac{1}{4}$ 印张 $8 \frac{11}{16}$

字数 207,000 印数 1-4,000 定价 (6) 元 1.00

1959 年 3 月第 1 版 1959 年 3 月北京第 1 次印刷

本书系根据苏联技术理论书籍出版社(Гостехиздат)出版的斯略芝金(Н. А. Слэзкин)著“不可压缩粘滞流体动力学”(Динамика вязкой несжимаемой жидкости) 1955年版译出,可作为综合大学力学专业的教学参考书。

原书共十二章,内容包括基本概念,粘滞流体运动方程及可积情况,运动方程的各种近似解法,运动的稳定性及湍流理论等。书中着重讲述基本原理,尤其注意培养读者的解题技能,可作为综合大学力学专业的教学参考书。

中译本分上下两册出版。本书为下册,包括八至十二章。

本书由熊吟涛同志翻译。

不可压缩粘滞流体动力学

下 册

Н. А. 斯略芝金著

熊 吟 涛 译

高等教育出版社出版 北京宣武门内大街27号

(北京市书刊出版业营业许可出字第054号)

京华印书局印装 新华书店发行

统一书号 13010·738 开本 850×1168¹/₃₂ 印张 9¹/₁₆

字数 216,000 印数 0001—4000 定价(6) 0.90

1960年4月第1版 1980年4月北京第1次印刷

序

本书是由作者多年內給莫斯科大学力学数学系流体力学专业学生教課的讲义而产生的。就应该叙述的問題底选择來說也好，就这些問題底叙述底特点來說也好，这一情况都不能不反映出来。

在讲义中讲到粘滯流体动力学底发展底历史概况时，我們使学生注意到：这門科学底基础几乎是和固体彈性形变力学底基础同时奠定的，而且是由同一些出色的学者們——力学家們与数学家們——所奠定的。这一情况不能認為是偶然的，即使根据分子运动論也可明了这点，因为按照最近几年发展起来的液体分子运动論，液体底构造及行为与固体底构造及行为較為接近，而与气体底构造及行为差別較远。粘滯流体动力学底发展与固体形变理論底发展的联系，不但在这兩門科学底形成初期可以被发觉，并且在它們底以后各个发展时期也可以被发觉。

由于粘滯流体动力学发展底这种特点，在本书第一章中，叙述这門科学底基本原理时，我們企图使用与叙述固体形变理論底基本原理大致相同的提綱。在以下的叙述中，我們只限于研究那些仅仅需要力学前提就足以解决的問題。某些問題，除了粘滯性以外，尚須考慮到流体底压縮性及导热性才能解决，由于上述原因，这些問題就不編入本书中了。

其次，不可压縮粘滯流体底运动底基本微分方程式具有非綫性的性質，在讲到这点时，我們着重指出，按照各类具体問題用近似方法来簡化这些方程式是必要的。叙述这些近似方法时，我們力求查明这些方法发展中的相承性及某些邏輯上的循序漸进性。

最后，在叙述各个問題底解答时，我們追求着純粹的教学上的

目的,就是力求使讀者不仅熟練解題的方法,而且尽可能培养以下的技能: 1) 在某些具体的力学問題或技术問題中选择基本因素, 2) 把問題化到相应的微分方程理論底边界問題, 3) 在一定的次序下进行所有的計算程序,一直到所得之解底分析及其力学解釋。这一教学法問題使我們在每一章解題时,不得不容許个别基本假設及个别計算底不可避免的重复。

我們完全承認,本书还有許多缺点,特別是在本书中沒有涉及到一系列的技术問題,而那些技术問題却愈来愈多地必須顧及到液体、气体及可塑性物質底粘滯性的影响。但是考慮到本书底純粹教学目的,我們不能認為这些缺点是主要的,因为毕竟應該首先学习科学底基础及其少数底应用。

作者預先感謝大家为本书指出其他具体缺点。

H. 斯略芝金

上册目录

序	v
緒論	1
第一章 质点底形变速度·胁强底各个分量	18
§1 区别物体底聚集态的基本特征	18
§2 流体媒质連續性底假設	19
§3 平均值方法	21
§4 流体粘滯性底概念	23
§5 质点中速度底分布	29
§6 质点底形变速度張量底各个分量	32
§7 主伸长速度	37
§8 形变速度張量在曲綫坐标中的分量	42
§9 胁强底各个分量	47
§10 主胁强	49
§11 广义的牛頓假設	55
§12 各种形式的媒质	63
第二章 粘滯流体运动底微分方程式	68
§1 連續性方程	68
§2 动量迁移底方程式	72
§3 以胁强表示的媒质运动底微分方程式	76
§4 总能量迁移底方程式	82
§5 內能变化底方程式	88
§6 不可压缩粘滯流体运动底微分方程式	90
§7 对于不可压缩粘滯流体的初始条件和边界条件	94
§8 关于粘滯流体动力学一般問題的綜述	98
第三章 粘滯流体运动底一般性質	101
§1 粘滯流体作无旋运动的不可可能性	101
§2 能量散逸定理	103
§3 不可压缩粘滯流体流动底相似性	107
§4 流体对在其中移动的物体所作用的合力底积分公式	112
第四章 不可压缩粘滯流体定常运动底微分方程式可积分的情况	117
§1 流体作直綫平行的定常运动的問題底一般提法	117
§2 粘滯流体作直綫平行运动的問題和理想流体轉动問題的类似性, 以及和棱	

柱梁扭轉問題的类似性.....	120
§3 流体在两平行板間的直綫平行运动.....	123
§4 粘滯流体在有自由面存在时的直綫平行运动.....	127
§5 粘滯流体在圓柱管中的直綫运动.....	129
§6 粘滯流体在环形管中的直綫运动.....	134
§7 不可壓縮粘滯流体作定常圓周运动的問題底一般提法.....	136
§8 两个轉动圓柱体之間的运动.....	138
§9 流体在两个弯曲板壁間的运动.....	142
§10 粘滯流体底徑向平面平行运动.....	144
§11 无界平面底轉动.....	152
§12 冲量源情况.....	157
第五章 雷諾尔数很小时的粘滯流体底运动. 斯托克斯方法	162
§1 斯托克斯底近似方程式.....	162
§2 粘滯流体底定常平面平行运动.....	164
§3 圓柱体底运动.....	168
§4 斯托克斯悖謬.....	172
§5 流体作用在圓柱体上的合力底一般公式.....	179
§6 流体在平面扩散器中运动.....	183
§7 球在无界流体中的运动.....	186
§8 球在粘滯流体中的轉动.....	194
§9 粘滯流体在有限扩散器中的运动.....	196
第六章 滑潤油底流体动力学理論	201
§1 彼得洛夫理論.....	201
§2 对于滑潤层的雷諾尔近似方程式.....	204
§3 对于层中的压强底微分方程式.....	209
§4 平行平面之間的壓縮层.....	212
§5 斜面間的滑潤层.....	215
§6 茹科夫斯基和夏普呂金底理論.....	220
§7 圓柱体在布满粘滯物质层的平面上滚动.....	228
§8 压延与初等流体动力学的相似性.....	232
§9 对于滑潤层的广义雷諾尔方程式.....	236
第七章 雷諾尔数很小时的粘滯流体底运动. 奥檢方法	240
§1 广义斯托克斯方程式.....	240
§2 广义斯托克斯方程式底解底建立.....	243
§3 平板穿进粘滯媒質中.....	248
§4 圓柱体的繞流問題.....	251
§5 球的繞流問題.....	258

下册目录

第八章 边界层理論.....	273
§1 流体在边界层中运动的微分方程式.....	273
§2 平板上的渐近边界层.....	279
§3 积分关系式.....	285
§4 凸形体繞流时的边界层.....	290
§5 边界层方程式的近似解法.....	294
§6 边界层理論底近似方程式.....	301
§7 細片射流底傳播.....	305
§8 边界层理論对物体在气流中轉动底衰减問題的应用.....	318
§9 轉动体上的边界层.....	321
第九章 不可压縮粘滯流体底非定常运动.....	327
§1 粘滯流体底非定常直綫平行流动的問題底一般提法.....	327
§2 无界平面在粘滯流体中的运动.....	333
§3 渦旋层底扩散.....	343
§4 无界平行壁之間的运动.....	348
§5 格罗米卡的关于流体在圓柱管中运动的問題.....	351
§6 粘滯流体底非定常圓周运动.....	355
§7 圓柱体在无界流体中轉动.....	359
§8 渦綫底扩散.....	363
§9 充滿流体的球底轉动.....	367
§10 球在无界粘滯流体中的运动.....	372
第十章 流体片流运动底发展.....	382
§1 平行壁之間的片流运动底发展.....	382
§2 圓柱管中片流运动底发展.....	389
§3 平面扩散器中的流体片流底发展.....	396
§4 錐形扩散器中的流体片流运动底发展.....	409
第十一章 片流底稳定性.....	422
§1 关于稳定性的問題底一般提法.....	422
§2 微扰运动底一般方程式.....	426
§3 速度分布面为直綫剖面的片流稳定性底研究.....	436
§4 关于平行壁間的及边界层中的片流底稳定性.....	451

§ 5 两个无限圆柱之间的圆周运动底稳定性	462
§ 6 片流中的浮悬质点底运动底稳定性	468
第十二章 湍流	474
§ 1 粘滞流体底两种流动情况	474
§ 2 平均值方法	479
§ 3 流体平均运动底微分方程式	494
§ 4 关于湍流运动的能量散逸的定理	500
§ 5 湍流底半经验理论	508
§ 6 流体在平管中及圆管中的定常湍流运动	518
§ 7 湍流边界层	528
§ 8 自由湍流运动	538
§ 9 各向同性湍流底结构	546

緒 論

流体力学是研究流体运动的科学。作为流体力学底对象的实际现象不仅有自然界中所遇见的液流和气流，而且有蓬勃地发展着的各門技术中所利用的各式各样的液流和气流。流体力学底基本目的是研究液流和气流底定性的及定量的规律性。进行这种研究，一方面能够提高技术中已经应用的各种液流及气流底效率，另一方面能够使得許多其他形式的液流也可能得到应用。

就其起源及其研究的基本方法說，流体力学属于所謂力学科学底队伍。現在已經不能把力学看成一門科学，而必須把它看成一支日漸扩大的科学队伍，它研究同一种最簡單形式的物質运动与相互作用，但这种运动与相互作用在性質方面有多多样性的表現。最簡單形式的运动底基本的定量的度量是位移、速度、加速度。最簡單形式的相互作用的定量底度量是力、力矩、脉强、力底冲量及力作的功。既然在各門力学科学中对运动及相互作用应用同一种的定量的度量，所以各門力学科学便有一般的特征和一般的研究方法。各門力学科学之間的区别决定于两方面，一方面是因为处于运动及相互作用过程中的物体或媒質底性質有区别；另一方面是因为使用各門力学科学的技术部門有区别。

流体力学是属于研究柔媒質的一类力学科学。各种柔媒質不但在聚集态的物理特性方面有差別，且在力学特性方面有差別，属于这些力学特性的有媒質在外力作用下的形变程度及媒質质点相互作用內力的特性。例如，对于彈性柔媒質來說，位移矢量及形变張量可以作为形变的量度，但对于流体柔媒質來說，因其质点拥有很大的流动性，上述形变度量便不能适用，而要用位移速度矢量

及形變速度張量代替。對於彈性媒質來說，每一点的緊張狀態依賴於形變張量。對於液體和氣體來說，這方面的事實完全是另一樣的。第一，當液體和氣體在外力作用下或在有封閉器皿存在的情況下而平衡時，緊張狀態僅用壓強一量表征，因而就不發生形變分布底問題。第二，當液體和氣體運動時，質點的相互作用主要是借助壓強而實現，而壓強這一個量不和某點的形變狀態發生直接關係，在某些情況下卻依賴於密度和溫度。液體和氣體運動時，其質點間發生附加的相互作用力，它被稱為粘滯**筋強**，只有這個附加的粘滯**筋強**和彈性媒質中的彈性**筋強**大致相似。這裡的區別只是：粘滯**筋強**不依賴於形變張量本身，而依賴於形變速度張量。

在流體動力學底發展過程中，相當的技術部門向它提出了許多具體問題，這些問題底研究和解答愈累積起來，同時，流體動力學和物理學、化學及其他科學各部門底關係也愈擴大，隨著這些方面底進展，流體動力學本身又已分為許多分支，今後還將分成更多的分支。流體動力學底某些分支已經成長為獨立的科學，如空氣動力學、氣體動力學等。各門流體動力學可從其他科學中借用各不相同的附加基本前提，相應的技術部門又向流體動力學提出各不相同的問題，由於這些緣故，便產生了各門流體動力學之間的差別。

如果限制於取自一門科學——力學——中的前提，則可把流體動力學分成兩個分支：1) 不可壓縮理想流體底動力學，2) 不可壓縮粘滯流體底動力學。每一分支底研究是單獨地發展的，而且是沿着不同的道路發展的。這兩支流體動力學在發展上的不同決定於許多原因，首先決定於它們在人類實踐中的服務作用的區別，在人類實踐中起服務作用的一方面是流體底壓強，一方面是在流體底內摩擦力。不論是平衡時抑或運動時，流體都對器皿發生壓強，這是流體底特性，人們曾利用並且仍將繼續利用這壓強來克服重

力以及开动适当的馬达、机械和仪器。远在古代就有消防唧筒、水钟、水压机等水力机械被利用,这些事实証明了人們老早就熟知压强底有益作用。这門技术底发展促成了阿基米德底“关系浮体”这一科学論文底出現,在这一論文中,首次引进了压强这一概念作为液体質点相互作用底基本特征,并首次利用了液体不可压缩性这一假設。在这个力学前提的基础上,可用欧氏几何作为数学工具的流体靜力学便首先开始发展了,在力学基础及微积分学基础建立以后,不可压缩理想流体底动力学也接着开始发展了。因此,流体靜力学和理想流体动力学起源更早的原因首先是人类底实践需要不得不利用液体底压强作为积极因素,流体动力学底上述部門在以后时期的更蓬勃的发展也是由于同样的原因。

在粘滯流体动力学中,除了压强以外,还要考虑流体質点底內摩擦力及流体質点和固体器壁的外摩擦力。因此,它的发生情况是完全另样的。这一附加的內摩擦力不能在人类实践中被用作积极因素,因此人們能够熟識这种力底实在表現要比熟識流体压强底表現晚得多。

从15世紀与16世紀所謂文艺复兴时期的技术发展史可以知道,水渠、水道管及其他水工建筑底建設促使一些研究者[包括密开尔·安德热諾(Микель Анджело)、良拉多·达·芬奇(Леонардо да Винчи)等人在內]对水在水渠中的流动速度进行观察与測量(利用双浮尺)。从这些观察和測量便可发现,从自由面到渠底,及从水渠中綫到側壁,水底运动速度是处处不一样的。在这些情况下,人們就可以認識流体質点外摩擦作用及內摩擦作用底表現。但是当时的实践要求还没有促使人們去研究流体中的摩擦力底規律性。其后,由于必須考虑炮弹运动时所受的媒質阻力,这方面的研究才开始。

牛頓底天才著作“自然哲学底数学原理”第二部分底全部都是

研究物質在阻尼媒質中的運動。其中引証了許多觀察和直接實驗的結果。在該書第二部分中首次表述了一個假設，這個假設是粘滯流体運動底全部理論的最初基礎。這個假設表述如下^①：“在其他條件相同下，由於流体滑潤性不足而產生的阻力假定是與流体質點相互分離的速度成比例。”在第九章中研究了圓周運動底例子。該章第二段用下面的話開始：“因為流体是均勻的，所以各層的相互作用（按假設）將與它們的相互位移及相互作用所沿以發生的表面面積成比例。”因此，牛頓本人認為，粘滯力強與毗鄰質點相對運動的比例關係只是一個假設。在所研究的液体作圓周運動的問題中，牛頓是對力而不是對力矩來考慮運動均勻性的條件，因此牛頓所得到的此問題底解答是錯誤的。牛頓的書問世 158 年後，斯托克斯首次指出了這一錯誤。

雖然在流体運動這門科學底基礎開始一般地建立以前，牛頓關於流体粘滯性的假設就已提出來，但是這門科學底發展畢竟不是沿着同時顧及到流体底壓強與粘滯性這一路線前進。在 150 多年內，牛頓關於粘滯性的假設還沒有被採用，流体運動這門科學底發展只是沿着單獨考慮壓強的路線進行。流体動力學底這種發展過程首先可用壓強和粘滯力在技術發展中的服務作用有性質方面的區別來說明，這點我們在上面已經講過了。此外，隨著技術底發展，實踐中以液体或氣體底壓強作為積極因素的部門增多了，然而只是在少數情況下才開始發覺有必要考慮到流体底外摩擦及內摩擦底存在。最後，流体動力學底這種發展過程還可用下面一點來說明：若只考慮流体底壓強，在普通力學與高等數學底最初發展時期就已具備了可能性，可是若要考慮粘滯性，其可能性在以後很久才產生。

^①Ньютон И., Математические начала натуральной философии, перев. с лат. А. Н. Крылова (А. Н. Крылова, собрание Трудов, т. VII, стр. 486).

自普通力学基础及微分运算基础底創立到 17 世紀末, 发展流體靜力学与理想流體动力学的全部可能性就已成熟。1743 年, 在克列洛(Клеро)底著作“地球外形底理論”中, 已給出了有質量力作用时的流體平衡底普遍方程式, 其中含有未知压强函数底偏微商。把运动問題归結为力平衡問題的达朗倍尔原理发现后, 便使达朗倍尔本人能够在其 1752 年的著作“試論液体阻力底新理論”中用很簡單的方法把流體底平衡方程变为只計算压强的流體运动微分方程式。但是直到 1755 年, 欧勒才在他底研究报告“流體运动底一般原理”中得到了最完善的理想流體底运动方程式; 在欧勒底研究报告中, 罗蒙諾索夫底質量守恒定律以連續性方程的形式首次得到了数学表述。将运动方程式与連續性方程結合起来, 就能使不可压缩理想流體的情况下的微分方程組封閉, 就是說, 方程式底个数和未知函数底个数一致。这里作为未知函数的是速度底投影和压强, 而这里的速度投影和压强不是属于一定流體質点的, 而是属于一定的几何点的。因此, 根据流體不可压缩性的假設, 只考虑压强, 从流體平衡底普遍方程式轉換为流體运动底普遍方程式在很短的时间內——1743—1755——就完成了。对于这种轉換, 只須除研究压强标量場外, 再引入速度矢量場底研究就行。这里利用了流體媒質連續性底假設及压强函数和速度矢量投影函数底連續性和可微性底假設。

在发展理想流體动力学时, 許多研究者不但还是承認液体与器壁有摩擦力存在底可能, 并且認為这一摩擦力底存在是理論結果和观察及測量結果发生分歧的基本原因。例如, 伯努利在他所著“流體动力学”一书的 58—59 頁上, 对曲管中流动的計算結果和測量結果进行比較后, 写了下面的一段話: “我認為, 这一巨大分歧主要是由于水对管壁的粘附作用, 这一作用在此情况下可以起极大的影响, 因为当我用直徑稍大于两俄分的管子时, 則比用大直徑

的管子得到更好的符合。此外，可能在管子下部弯曲处也稍稍地减小水底运动速度。”

但是，著名的法国力学家与水力学家普若愚 (Prony) 在 1804 年关于欧勒底著作写了下面的話：^①“下面的情况是值得遺憾的甚至令人惊异的：有名的欧勒，在其巨著中，对于物理学問題底解决及其对实际問題底应用是十分注意的，但当他注意到分子底結合及某些类型底摩擦时，沒有企图修改流体底理論；即使他以純粹假設的形式把这些因素列入分析，知道他关于这些因素所起影响这一方面的意見也是有兴趣的。但是，我不知道有任何一篇論文提到了这些因素。”

上面所引証的伯努利和普若愚底話証实了許多研究者理解到了有必要計算流体运动时的外摩擦和內摩擦，但是还没有可能在流体运动方程式中进行这种計算。

18 世紀技术底发展迫使許多研究者 (庫普勒 Куiple、謝季 Шези、杜布亚 Дюбуа、波秀 Боссю、日拉尔 Жирар, 等等) 对水在管中流动及水在渠中流动进行了实验研究。其中几个研究者 (謝季和波秀) 企图根据器壁摩擦阻力与速度对水渠截面的平均值底平方成比例这一假設，来建立計算了水和器壁摩擦的水在渠中均匀运动的方程式。18 世紀末，庫倫利用圓盘在液体中作扭轉振动来測定摩擦阻力底实验結果发表了。

毫无疑问，所有这些实验研究是一个强有力的推动，它使人們开始就下面的問題进行理論研究：建立一个流体运动底微分方程式，其中不仅計算了压强，并且計算了內摩擦力。这时，由于弹性柔体力学底发展，揭开了这一問題的理論研究底可能性。以肋强和形变成比例的虎克定律为基础，在梁底弯曲理論方面、在杆底扭

^①Prony, Recherches phisico-mathem. sur la théorie des eaux courantes, Paris, 1804.