

高等學校教學用書

材料力学

Ю. Н. 拉包德諾夫著

高等教育出版社

高等學校教學用書



材 料 力 學

Ю. Н. 拉包德諾夫著
干 光 瑜 等 譯

高等教育出版社



本書係根據莫斯科大學出版社 (Издательство московского университета) 出版的拉包德諾夫 (Ю. Н. Работнов) 著“材料力學” (Сопротивление материалов) 1950 年翻譯出的。原書經蘇聯高等教育部審定為大學教科書。

原書共十二章。書中講述材料力學的基本概念，拉伸、壓縮、剪切、複雜應力狀態，扭轉，慣性矩理論，彎曲應力，彎曲時的變形，薄壁桿件的彎曲與扭轉，強度理論，材料力學的普遍定理，彈性平衡與塑性平衡的穩定等。

參加本書譯校工作的是哈爾濱工業大學干光瑜 (翻譯第一章、第二章、第十章及第四章之一部分)，季南 (翻譯第三章、第十一章)，金辰 (翻譯第五章)，黎紹敏 (翻譯第六章、第七章、第八章)，王光根 (翻譯第九章)，關士義 (翻譯第十二章及第四章之一部分)。

材 料 力 學

Ю. Н. 拉包德諾夫著

干 光 瑜 等 譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 521(課 459) 開本 850×1168 1/32 印張 10 1/4 字數 251,000

一九五六年二月上海第一版

一九五六年二月上海第一次印刷

印數：1—3,500

定價：(7) 1.20

目 錄

第一章 基本概念	9
§ 1. 材料力學的任務	9
§ 2. 材料力學和理論力學	9
§ 3. 靜不定問題	10
§ 4. 真實剛體力學	11
§ 5. 齊性剛體	12
§ 6. 外力	13
§ 7. 硬化原理	14
§ 8. 變形的微小性	14
§ 9. 力系用靜力學相當力系代替的不許可性	15
§ 10. 拘束公理，內力	17
§ 11. 想像的斷面	17
§ 12. 應力	18
§ 13. 一點上的應力狀態	19
§ 14. 垂直應力和切應力	20
§ 15. 變形的量法	21
§ 16. 伸長和剪切	22
§ 17. 彈性和塑性	22
§ 18. 虎克定律	23
§ 19. 塑性	25
§ 20. 各向同性體和各向異性體	26
§ 21. 材料力學發展概述	27
第二章 拉伸，壓縮，剪切	34
§ 22. 桿及桿件體系	34
§ 23. 生文南原理及斷面的平面假設	35
§ 24. 拉伸時的應力及變形	36
§ 25. 拉伸(或壓縮)時的強度計算	39
§ 26. 自重及慣性力	40
§ 27. 變斷面桿	42
§ 28. 桿件體系的節點的位移	44

§ 29. 拉伸(或壓縮)的靜不定問題	47
§ 30. 溫度應力和安裝應力	51
§ 31. 拉伸(或壓縮)的非線性問題	53
§ 32. 按許可荷重計算靜不定體系	55
§ 33. 卸荷定律及殘餘應力	57
§ 34. 拉伸位能	59
§ 35. 撞擊應力	61
§ 36. 應力集中	63
§ 37. 假定計算	66
§ 38. 假定費用應力	69
§ 39. 假定計算的幾個例子	70
§ 40. 鉚接計算	72
第三章 拉伸、壓縮的實驗研究	76
§ 41. 材料試驗的任務	76
§ 42. 拉伸的靜力試驗	77
§ 43. 在小變形範圍內材料的研究	79
§ 44. 軟鋼的拉伸圖	82
§ 45. 晶體的彈性變形	84
§ 46. 塑性變形的過程	86
§ 47. 其他材料的拉伸	88
§ 48. 壓縮實驗	89
§ 49. 溫度對鋼的機械性質的影響	90
§ 50. 後效和蠕滑	91
§ 51. 試驗速度的影響	94
§ 52. 滯後	96
§ 53. 疲勞現象	97
§ 54. 硬度	99
§ 55. 費用應力的選擇	100
第四章 複雜應力狀態	102
§ 56. 拉伸時斜面上的應力	102
§ 57. 沿二個互相垂直方向的拉伸	103
§ 58. 圓	104
§ 59. 平面應力狀態	105
§ 60. 任意面上的應力的求法	108
§ 61. 空間應力狀態	109
§ 62. 主應力	111
§ 63. 主切應力	113

§ 64. 八面體應力	115
§ 65. 對於主軸的虎克定律	116
§ 66. 變形時體積的改變	117
§ 67. 純剪切	119
§ 68. 塑性理論	121
§ 69. 生文南塑性條件	123
§ 70. 米才司塑性條件	125
§ 71. 平面應力狀態下的塑性條件	126
§ 72. 塑性條件的實驗校核	129
§ 73. 強化定律	131
§ 74. 彈性變形的位能	132
§ 75. 形狀改變的能量	134
§ 76. 一些基本的塑性定律	137
§ 77. 無彎矩的迴轉薄殼	140
§ 78. 薄膜的大撓度	144
§ 79. 無彎矩薄殼中的局部應力	146
第五章 扭轉	149
§ 80. 圓斷面桿件的扭轉	149
§ 81. 圓桿的塑性扭轉	151
§ 82. 剛周邊假設	153
§ 83. 封閉斷面的薄壁桿件的扭轉	155
§ 84. 開口斷面薄壁桿件的扭轉	159
§ 85. 實心斷面桿件的扭轉	162
§ 86. 扭轉的實驗研究	164
§ 87. 軸的扭轉計算	167
§ 88. 扭轉強度及剛度的計算	170
§ 89. 軸及傳送系統的扭轉振動	171
第六章 慣性矩理論	173
§ 90. 基本定義	173
§ 91. 力矩的一般定理	174
§ 92. 平行移軸時靜矩和慣性矩的改變	176
§ 93. 慣性矩的計算	177
§ 94. 軸轉動時慣性矩的改變	180
§ 95. 主軸和主慣性矩	181
第七章 彎曲應力	183
§ 96. 在樑上的剪力作用	183

§ 97. 斷面平面假設和生文南原理	185
§ 98. 彎曲垂直應力	187
§ 99. 彎矩和切力	189
§ 100. 荷重密度、切力和彎矩之間的微分關係以及彎矩圖和切力圖	190
§ 101. 按實用應力來計算彎曲強度	193
§ 102. 彈性塑性彎曲	195
§ 103. 桿件彎曲時的承載能力	198
§ 104. 生文南原理	199
§ 105. 偏心拉伸——壓縮	200
§ 106. 斷面核心	202
§ 107. 偏心壓縮桿件的承載能力	206
§ 108. 組合樑的計算	207
§ 109. 曲桿的彎曲	209
§ 110. 曲桿中性軸的求法	212
第八章 彎曲時的變形	214
§ 111. 撓曲軸的微分方程式	214
§ 112. 近似理論應用的範圍	215
§ 113. 彎曲方程式的積分	217
§ 114. 決定撓度的例題	219
§ 115. 最簡單的靜不定問題	221
§ 116. 按許可荷重的方法來計算靜不定樑	223
§ 117. 變斷面桿件的彎曲、圖解解析法	225
§ 118. 帶常係數的線性微分方程式的解法	228
§ 119. 縱向—橫向彎曲	231
§ 120. 在彈性基礎上的樑的彎曲	235
第九章 薄壁桿件的彎曲與扭轉	241
§ 121. 彎曲時的垂直應力與切應力	241
§ 122. 在對稱平面中彎曲時的切應力	243
§ 123. 彎曲中心	245
§ 124. 扭轉時的附加應力	248
§ 125. 扇形面積定理	250
§ 126. 約束扭轉方程式	252
§ 127. 扇形性質的計算	254
§ 128. 承受雙力矩的桿件	259
第十章 強度理論	263
§ 129. 強度問題的提出	263

§ 130. 對斷裂的抗力和對剪切的抗力	264
§ 131. 馬爾強度理論	266
§ 132. 應力集中	270
§ 133. 在重複荷重作用下的強度	271
§ 134. 應力改變的非對稱循環	272
§ 135. 應力集中的考慮	275
§ 136. 在複雜應力狀態下的疲勞	276
§ 137. 在高溫下的強度	278
第十一章 材料力學的普遍定理	280
§ 138. 廣義力和廣義位移	280
§ 139. 可變形體的虛位移原理	281
§ 140. 拉格蘭什和卡斯奇梁諾定理	283
§ 141. 線性彈性體系	285
§ 142. 功的互等定理	287
§ 143. 卡斯奇梁諾的彈性體系定理	289
§ 144. 螺旋彈簧的計算	290
§ 145. 最小能定理	291
§ 146. 位移積分	293
§ 147. 位移積分的圖解解析求法	294
§ 148. 按力的方法計算靜不定結構	296
§ 149. 三彎矩方程式	298
§ 150. 彈性體系的振動	301
第十二章 彈性平衡與塑性平衡的穩定	303
§ 151. 關於穩定問題的提出	303
§ 152. 壓桿的穩定	304
§ 153. 歐拉彈性線	306
§ 154. 桿件在其他固結情況下的臨界力	309
§ 155. 歐拉公式的應用範圍	311
§ 156. 處於塑性變形階段中的壓桿的穩定	312
§ 157. 根據經驗公式計算穩定	315
中俄名詞對照表	317
中俄人名對照表	322
單位符號譯名表	323

第一章 基本概念

§ 1. 材料力學的任務 材料力學是教我們如何對受力作用的機器和結構的部件作強度和剛度計算，即規定這些部件所需的尺寸，並為它們選擇適當的材料。強度這個概念不需要說明了；必需的精確說明將在以後敘述，這一術語的本義已很清楚。剛度就是結構在力作用下其形狀的相對不變性。所有自然界中的物體在力作用下，都要變形，即改變自己的形狀和尺寸。

計算剛度的任務就是保證變形不超過原定的數值。許可的變形與結構的尺寸及用途有關。例如，如果一橋梁在通過的列車的重量作用下撓曲了若干厘米，則這一撓度與橋梁以數十米計量的跨度相比極為微小，所以對於列車上的乘客來說毫無影響，因之可以認為是許可的。另一方面，車床的床座或主軸由於作用在車刀上的力作用而產生十分之一毫米的撓度，則多少也將會減低零件的精確加工的可能性，因之是完全不允許的。從這些例子裏很清楚地看到為什麼只講形狀的相對不變性。

§ 2. 材料力學和理論力學 理論力學是絕對剛體的靜力學和動力學。絕對剛體是理想的幾何形狀，在研究真實物體在力作用下的平衡或運動時，我們用它來代替真實物體。絕對剛體的概念是抽象的，在構成這一概念時我們從所有真實物體的許多性質中保留一個性質，就是形狀的相對不變性。

所以很清楚，在剛體的靜力學和動力學裏所得到的結論，只有在物體的變形微小得可以忽略時才能適用。

關於絕對剛體的強度及剛度計算的問題，是毫無任何意義的。但

同時,另有一些純粹是靜力學性質的問題,如果它的形狀假設是不變的話,則會是荒謬的;這些問題若不假設有變形之可能性的話,根本就不能解決。這就是所謂靜不定問題。

§ 3. 靜不定問題 在靜力學的問題裏,其未知數的數目超過平衡方程式的數目時,就叫做靜不定問題。最簡單的靜不定體系的例子表示在圖 1。一個認為絕對剛硬的均質的重桿掛在三根對稱佈置的不能被拉伸的吊索下。對於三個張力 T_1 、 T_2 和 T_3 靜力學只提供二個方程式:

$$T_1 + T_2 + T_3 = G, \quad (1.1)$$

$$T_1 = T_3. \quad (1.2)$$

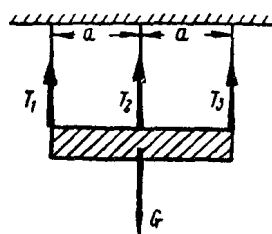


圖 1

問題顯得是不能決定的。極易明瞭,因為這與吊索不能被拉伸的假設有關係。想像中間的吊索比二邊的短一任意小的數值 ε 。於是全部重力就必定作用於中間的吊索上,二邊的吊索

就不受拉伸; $T_1 = T_3 = 0$ 及 $T_2 = G$ (情形 A)。

相反的,若中間的吊索比二邊的長一 ε 值,則它就很鬆的掛着,而重量 G 就平均地分配給二邊的吊索。在這一情形裏(情形 B)就得到下面滿足靜力學方程式的解: $T_1 = T_3 = \frac{1}{2}G$, $T_2 = 0$ 。

要把情形 A 轉為情形 B,須將中間吊索的長度改變一無限小值 2ε 。也就是說其中一根吊索無限小的改變會引起所有張力的有限改變。這在物理上來說是荒誕的。因為不可能想像真實吊索的長度是嚴格相等的,所以總是有或者為情形 A 或者為情形 B。假若吊索在數學上互相嚴格地相等時,那麼,究竟會是情形 A 或是情形 B 的問題在原則上不能解決,同時這樣的問題也是不應該提出的。

對於掛在真實吊索下的桿的張力問題,迅速地得到了解決。假設各吊索的粗細相同,並由同樣的材料做成。在重力的作用下吊索拉長了,由於體系對稱的緣故,桿仍保持為水平的,即每一吊索長度增加一相同的值。

自然可以假設：對於相同的吊索，相等的伸長對應着相等的張力。
由此：

$$T_1 = T_2 = T_3. \quad (1.3)$$

最後的方程式並不是從靜力學定律裏推出來的，而是從研究體系的變形裏推出來的。將它與二個靜力學方程式聯立解出，即得：

$$T_1 = T_2 = T_3 = \frac{1}{3} G.$$

現在，如果中間吊索比二邊的短一微量 ε ，它的張力將比二邊的大一微量 ΔT 。當 ε 趨近於零時， ΔT 也趨近於零。

後面我們將碰到許多靜不定體系的例子，並來研究其計算的普遍方法。

§ 4. 真實剛體力學 研究物體在力作用下的平衡的研究，特別是反力的求法，就是靜力學的任務。在上例中我們已經看到，剛體靜力學就永遠不能執行這個任務。提出絕對剛體的強度和剛度計算的命題是毫無意義的，因為按該術語本身的意義，它是既不會毀壞也不會變形的。真實的物體就其物理性質的多種性來說，是一非常複雜的研究對象。所以，考慮到工程中具體問題的解決，材料力學就用某種理想情形來代替真實的物體，這種理想情形保留着真實物體的主要性質，但除去次要的性質。那些是主要的那些是次要的，這取決於該科學所研究的問題範圍。譬如，在研究天文學中行星運動的規律時，質點力學就給出非常精確的結果。行星的直徑與它到太陽的距離的比是如此的小，以致可以把行星想像為是一個質點。剛體力學可以完全可靠地進行機構的研究，這一機構的元件有着極大的剛度，而在工作時所得的變形極微而可以不計。它對於解靜定梁的反力、靜定桁架的桿件的內力等問題是完全足夠的。

在研究於靜不定體系討論工程結構的強度及剛度時，以保留着若干最簡單性質的理想的齊性物體來代替真實物體，是完全足夠的。

§ 5. 齊性剛體 一物體，若其性質不以其體積之大小為轉移者，我們叫它為齊性物體。齊性的物體在自然界中是沒有的，這很明顯，因為即使是把體積無限縮小，在最後我們也總可以得到一個原子，或處於原子空間。在許多應用於工程上的材料裏，有着極大程度的非齊性。例如，所有的金屬都有着結晶的結構。在純粹金屬裏，這些結晶體由一種物質所組成，而在合金裏，則常為不同成份的混合結晶體。

假定用金屬製成若干立方體形狀的試件，這些立方體的大小與結晶體的大小一樣。於是，顯然，在三個結晶體交接處所截出的立方體 1 (圖 2) 的性質將與在整個結晶體中所截出的立方體 2 的性質不同。但

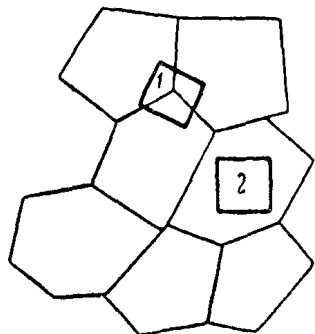


圖 2

是如果試件的大小與結晶體的大小相較為甚大時，亦即在每一試件內含有非常多的結晶體，則從物體的不同部分所取出的各試件之間的個別差別就勻和了，而其性質實際上就與試件的體積無關了（只有在它為足夠大時）。

在工程上所應用的各種工件，它們的大小與結晶體的大小相比均為甚大，所以這些工件的材料就認為是齊性的。由此可見，齊性的性質（例如鋼的或青銅的）是相對的。鑄造所用的生鐵和合金的顆粒是比較大的，但是由它們所製成的零件通常也更為粗笨。像混凝土這樣的材料，大家知道是非齊性的材料；它是由碎石或砂礫用水泥固結起來的。但是混凝土建築物的大小與加在混凝土內的碎石的大小來比則為甚大，所以實際上混凝土就應該當作齊性的材料來看。

相對齊性的性質在材料力學裏引導出密實體的概念，所以在以後我們將常常截一物體的無限小的單元，並研究它的變形，把用大尺寸試件的實驗結果中所確定的一些性質，也移用到該無限小的單元上去。這一方法就能夠使得在材料力學裏可以應用無限小的分析方法，沒有這

種方法要想建立現代的理論恐怕不一定有可能。

§ 6. 外力 力的概念在靜力學裏是最先的概念，所以確定這一概念已不在我們的任務範圍以內了。

我們只指出在理論力學裏一般最初就引用集中力。然後再來提出關於作用在體積單元上的體積力的概念，以及作用在面積單元上的表面力的概念。不過，集中力在自然界中是沒有的，所有真實的力都是物體間相互作用的力。我們稱它們為對於各相互作用的物體中的每一個物體的“外力”。相互作用之力可以在相隔一距離（引力，磁力）或在直接接觸時出現。在第一種情形裏，力連續分佈於體積內，在第二種情形裏則分佈在表面上。如此根據剛體力學的原理與定理來進行：在作出作用於物體重心的重力向量時，我們以假想的力來代替按體積分佈的真實重力。如是，作用在重心重力是假想的。如果對於要求的靜力方程式的個數足夠的話，這一假想的情形可以利用於，例如求彎曲梁的反力。不過梁在本身重量的作用下和在等於它的重量。但作用在重心的集中力的作用下之彎曲是不一樣的。

在研究二鄰接物體的壓力時，曾認作相互作用力發生在兩表面的接觸點上。事實上，所接觸的物體在接觸處發生變形，而力從一物體傳到另一物體上去時並不在一點上，而是在一面積上。這一面積的大小可能是非常小的，但總是有限的。在材料力學裏，一力系以另一在靜力學上與此力系相當的力系來代替是不允許的，所以集中力的概念就失去了意義。所以在作題時常應注意已知荷重的真實情況，並在簡化力圖時須極其小心。只有在這種情況下，當力是二物體直接接觸的結果，以及接觸面的大小與物體的大小相較為非常小時，我們才在研究中不引入該面積之值，而說等於接觸面上壓力之合力的集中力作用於該物體。

作了這樣的簡化以後，我們就能夠足夠精確地來求得遠離接觸面的各部分的變形了，不過不能研究在該接觸面附近處的狀況。

如是，在材料力學裏集中力就是作用在非常小的面積上的壓力的合力。我們將只在這樣的意義上來理解這一術語。

§ 7. 硬化原理 被變形的固體可以看作爲諸質點的可變體系。所以用於可變體系的一些靜力學之原理，在材料力學裏仍舊有用。其中特別是對於被變形固體可以應用的硬化原理，這一原理的定義爲：體系的平衡並不因加上多餘拘束而破壞。假想將被變形的物體變爲絕對剛體，然後再對它加上多餘拘束。這意思就是如果將該被變形物體變爲絕對剛體，其平衡並不破壞。這樣做了以後對它就可以立出剛體的靜力學方程式，這些方程式在材料力學裏仍舊有效。

在應用硬化原理時必須記住，起初物體得到變形，然後，爲了求出拘束反力，可以把它變爲絕對剛體。

例如，分析一放置在三支座上並承受二力的梁^①（圖3）。如果認爲它是絕對剛硬的，則求反力的問題就沒有意義了。在實際上，梁在力作用下將撓曲，如圖3上虛線所示。只有在撓曲以後在支座裏才發生完全固定的反力。



圖 3

想像梁在變形後變爲絕對剛硬。

由此而得的反力值並不改變，但這樣我們就可以用普通方法來立出平衡方程式了。當然在這一情形裏，這些方程式對於反力的求出是不夠的。

從硬化原理得出二基本的主要性質：

(1) 在靜不定體系裏，拘束反力是滿足於假設體系爲由絕對剛硬的構件所組成時那樣所立的靜力學方程式的。

(2) 在靜定體系裏，反力是假設該體系的構件是絕對剛硬的那樣來決定的。

§ 8. 變形的微小性 上面所說的要求——應用硬化原理於變形

① 在這方面，說明於 § 6 之末尾。

物體——可能在解決具體問題時發生很大的困難。問題是物體的形狀和尺寸在變形前一般是已知的，但在放置荷重後尺寸改變了，力作用點移動了，因之反力的方向預先就不可能定出來。現以例題來說明。

有一撐架，由二桿所做成(圖 4)；第一桿是水平的，第二根與水平線成 α 角。桿間的聯接及桿與牆的聯接均為鉸接。在 A 點加一縱向力 P 。此力引起第一桿的拉伸及第二桿的壓縮。結果點 A 移到 A' ，二桿就佔有如圖 4 中虛線所示的位置。欲作決定二桿內力 T_1 和 T_2 的力多邊形，就必須知道角 α 在變形時改變了多少。而這些數值恰恰是通過被求的 T_1 和 T_2 來表示的。

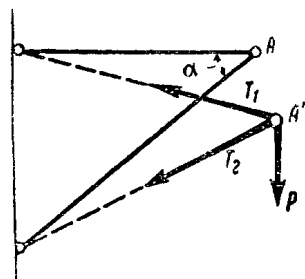


圖 4

如是，上面的問題是一非常複雜的問題，而它的精確解法就需要很大的功夫。不過精確解法在實用上是無甚用處的。在依照工程上所採用的材料的強度條件所許可的荷重下，變形一般地是非常小的(為桿件原長的 0.1%)。所以如果在立靜力學方程式時不計其變形而選取初角度，其差誤極為微小，而在實用上完全感覺不到。綜合這一結論，可定出下面的變形微小性之原理：

在材料力學裏假設變形是非常小，小得在立靜力學方程式時可略去不計(對於物體未變形狀態所立出的靜力學方程式)。

在某些情況下，不得不違反這一原理，這種違反以後將每次特別加以說明及論證。

§9. 力系用靜力學相當力系代替的不許可性 在材料力學裏沒有關於不同力系之等值性的剛體靜力學的定理。譬如，不可以把力沿其作用線移動，在給出力時必須考慮其作用點。例如試研究圖 5 所示的三根受軸向力作用的相等桿件。

在第一種情形裏，力作用在末端而拉着整個桿件。在第二種情形裏，力作用在中間而只拉着有陰影的上部分。在第三種情形裏，力直接

作用在固定端而完全未拉着桿件。

在材料力學裏力偶不能在它的平面內移動，因之我們就應該提到

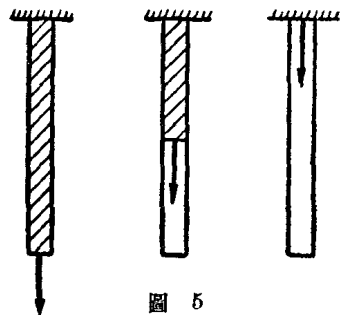


圖 5

力偶的作用點，集中力偶或集中力矩。這在圖 6 中看得很清楚，在該圖上繪着二根梁，一端固定(嵌在牆內)並各受一力偶的作用。在第一種情形裏整根梁都將彎曲，而在第二種情形裏——只是有陰影的一半。

不過從硬化原理可得出：我們可用靜力學相當力系來代替力系，以求出靜定情形裏的反力。

譬如在圖 5 所示的三種情形裏，固定端的反力都是一樣的，即 P 。圖 6 中的二梁由在固定端內所引起的同一的反力偶來平衡。

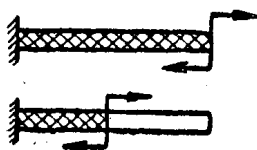


圖 6

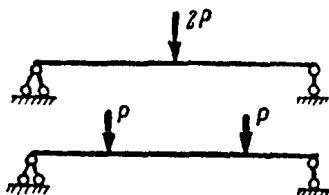


圖 7

圖 7 示二根安置在二支座上的相同的梁，負有靜力學相等的荷重。雖然這二梁按不同方式彎曲，顯然在兩種情形裏每一支反力均為 P 。

在靜不定體系裏，以靜力學相當的力系來代替力系甚至對於求支反力也不許可。三根放置在三支座上的同樣的梁，其上各受靜力學相當的荷重，在支座方面就將受到不同的反力。這一例子表示在圖 8。在第一種情形裏，所有力均由中間支座來承受，而二邊支座的反力等於零；在第二種情形裏——在中間

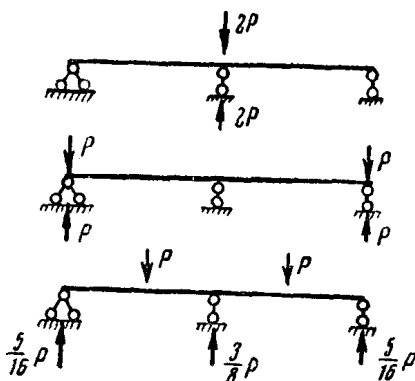


圖 8