

自 · 然 · 科 · 学 · 译 · 丛

# 大自然的 分形几何学

THE FRACTAL GEOMETRY OF NATURE

著者 Benoit B. Mandelbrot

译者 陈守吉 凌复华



上海远东出版社

# 大自然的分形几何学

(最新修订本)

伯努瓦·B·曼德布罗特 著  
陈守吉 凌复华 译  
黄永念 校

上海远东出版社

Copyright © 1977, 1982, 1983 by Benoit B. Mandelbrot  
The Fractal Geometry of Nature  
Updated and Augmented

本书中文版由伯努瓦·B·曼德布罗特博士授权  
上海远东出版社独家出版。  
未经出版者书面许可,本书的任何部分不得以任何方式复制或抄袭。

**版权所有 翻印必究**

**大自然的分形几何学(最新修订本)**

伯努瓦·B·曼德布罗特 著 陈守吉 冯复华 译 黄永念 校

出版 上海远东出版社  
(上海冠生园路393号 邮编 200233)  
发行 上海远东出版社  
经销 新华书店经销  
排版 上海希望电脑排印中心  
印刷 上海长阳印刷厂印刷  
开本 850×1168 1/32  
印张 18.5  
插页 4  
千字 480  
版次 1998年12月第1版  
印次 1998年12月第1次  
印数 1-3000  
ISBN 7-80613-734-3/O·100  
图字: 09-1998-001  
定价: 26.00元



Benoit B. Mandelbrot  
伯努瓦·B·曼德布罗特

0A077/04

# 作者简历

1924年12月20日生于波兰华沙。

1944年就读于法国巴黎高等技术学院,1947年毕业,获工程师证书。

1948-1949年 获美国加州理工学院航空工程硕士,后任航空学工程师。

1952年获巴黎大学数学科学博士。

1949-1957年 法国国家科学研究中心(CNRS)成员(先任随员,后任授课教师,再后任导师)

1957-1958年 法国里尔大学应用数学讲师。  
法国巴黎高等技术学院分析数学讲师。

1958-1993年 纽约IBM托马斯·J·华生研究中心成员(1958-1974年),研究员(1974-1993年)。

1987- 耶鲁大学数学系副教授。

## 长期职务

1950-1953年 巴黎LEP,S.A.彩电集团(Philips集团)工程师。

1953-1954年 普林斯顿高等研究院数学学院成员。

1955-1957年 日内瓦大学数学课教员。

1962-1963年 哈佛大学经济学访问教授和心理学研究员。

1963-1964年 哈佛大学应用数学访问教授和生物医学计算机科学联合委员会成员。

1979-1980年,1984-1987年 哈佛大学数学系访问教授,后任数学教授。

## 科学院职务

1982年 美国艺术和科学学院荣誉院士。

1987年 美国国家科学院外籍院士。

1987年 巴黎欧洲艺术、科学和人文学院院士。

1989-1993年 IBM技术科学院院士。

# 中译本序

高兴地听到分形在中国激起了人们的广泛兴趣,现在我的书又译成了中文,这将促使这部分人更大的兴趣并使他们更容易地得到满足。很遗憾,因为我甚至连一个中文字都不懂,更不能欣赏新出版的中译本了(也不能帮助译者校核他们工作的正确性)。但是这些书中的插图说明了一个不寻常的经历。的确,我的许多著作不是一种用文字组成的语言写成的,这是一种形状的语言,是一种我已经具有创造者特权的语言,而形状语言是不需要翻译的语言!

分形语言和“老的”欧几里得语言为完全不同的目标服务。但是许多人告诉我,他们发现新语言是用眼睛的,更加容易。而且,这种新语言具有国际特征,它把“国家”(如中国和美国)扩展到通常发现是很难交流的不同的“国家”类,如数学家王国、物理学家王国……甚至还有艺术家王国。的确,在我的一生中,在不同的阶段,曾经在几个领域中工作并对其作出贡献,我为此感到自豪。因此,物理学家最初形成的想法经常是提出一种被称为“纯数学的”新猜想。另一些想法原本想说明一个简单的数学公式,却被某些新东西增加到物理学家为理解大自然所需要的库存或工具箱中去。来自物理学和数学的想法,如果认真地观察并且明确地执行的话,就常常成为心灵中看得见的美。

注意到我这些想法始于非常实用主义的原因是很有意义的。数十年前,用来表达我思想的词汇在几个不同知识领域里都还不能被人们理解,我就决定尝试并使我的同事们信服,办法是通过他

们的眼睛直接进入他们的思想。长期以来,至少在我的西方文化中,眼睛通常不被科学所信任;事实上,对于许多科学家来说,眼睛是恐惧和决心的对象。举例来说,歌德的伟大歌剧浮士德的第 I 卷,在其著名的一场剧中,魔鬼靡非斯特穿了浮士德博士(一位老教授)的外套,对一位被吓怕的学生描述了各门课程大纲,他用对两种文化的精彩描述作为结论(第 2038 ~ 2039 行):

亲爱的朋友,一切理论都是灰色的,  
而生命的金色之树是长青的。

近两个世纪以来,理论家们有各种理由拒不承认这位魔鬼的智慧,而许多数学家和物理学家继续以灰色为自豪,但是新的工具——计算机已经到来,它使分形几何学可能而且已经帮我确认,魔鬼不再必然是正确的。老的理论——它的灰色似乎已经无可指责(在某些情形下它已被一个世纪的评论所证实)——已经证明会产生出各种图样,但被认为是深奥莫测的生命和大自然的伪造品。

分形几何学的惊奇之一是有助于把眼睛带回到曾被排除出的科学著作中。欢迎回来!

伯努瓦·B·曼德布罗特  
于 耶鲁大学 1997.1.9

又及。

自最早的英文版本于 1982 年问世以来,在 1981 ~ 1991 年的十年间已经出现了大量的分形应用工作。因此,应当对著作中的某些内容作些更新,我已要求译者把我所了解的有关分形的著作和我自己自 1981 年以来出版的全部论文插入到文献中去。由于其中的许多论文即使在西方也是难以获得的,而在中国是不可能得到的。为此,我们把由 Springer-Verlag 正在出版的几本书放在“Benoit B. Mandelbrot 选集”的标题下,他们将收集许多我的出版物、一些译著和以前未曾出版的各种著作。对包括在这些书中的论文将在文献中标以记号 S。

# 前 言

本书基于并大部分替代了我于 1977 年所写的书:《分形:形、机遇和维数》,而后者又基于并大部分替代了我于 1975 年所写的法文书:《分形:形、机遇和维数》。每个版本都具有新的风格、一些删节和大量重写,这些几乎影响到每一章节,有些补充涉及我以前的工作,而(最重要的)详细补充则涉及新的发展。

沃斯(Voss, R. F.)对 1977 年的书和本书作出了实质性的贡献,特别是绘制,而今又重新绘制了分形图片、大多数地形图以及行星图。本书中许多新的引人注目的图画由诺顿(Norton, V. A.)编制程序。

其他宝贵的长期紧密协作者有:计算机绘图方面的汉德尔曼(Handelman, S. W.)和尔后的拉夫(Laff, M. R.),编辑和打字方面的迪特里希(Dietrich, H. C.)和尔后的里兹尼巧克(Riznychok, J. T.)。

在卷末的文献目录之后,还将分别对计算机绘图的程序设计者和其他特殊帮助者致谢。

我深深地感谢支持我的研究和写作的国际商用机器公司华特生(Watson, T. J.)研究中心。当我的书还在虚无飘渺之中时,作为小组负责人、部门领导人,而现在为研究主任的 IBM 公司副总裁戈莫利(Gomory, R. E.)就设想了保护和承诺写这本书的方式,而现在,更给予我所需要的一切支持。

我的第一篇科学论文发表于 1951 年 4 月 30 日。多年来,许多人觉得我的每项研究所选择的方向都不相同。但这种表面上的



无序性只是一种错觉,在其背后有明确的统一目标,本书及以前的两个版本正是试图阐明这个目标。聚沙成塔,我的大多数工作成了一门新学科的产前阵痛。

# 目 录

<b>第一篇 引言</b> .....	1
第 1 章 论题.....	1
第 2 章 大自然中的不规则性和支离破碎性.....	8
第 3 章 维数、对称性、发散性 .....	17
第 4 章 变化与否认 .....	25
<b>第二篇 三种已驯服的经典分形</b> .....	32
第 5 章 英国的海岸线有多长 .....	32
第 6 章 雪花片和其他科赫曲线 .....	44
第 7 章 驯服皮亚诺怪物曲线 .....	70
第 8 章 分形事件和康托尘埃 .....	93
<b>第三篇 星系和涡旋</b> .....	105
第 9 章 星系群集的分形观 .....	105
第 10 章 湍流的几何学;间歇性 .....	120
第 11 章 微分方程的分形奇性 .....	131
<b>第四篇 标度分形</b> .....	135
第 12 章 长度—面积—体积关系 .....	135
第 13 章 岛屿、群集和逾渗;直径—数量关系 .....	144
第 14 章 树枝状和分形点阵 .....	164

<b>第五篇 无标度分形</b> .....	183
第 15 章 具有正体积的曲面和躯体 .....	183
第 16 章 树;标度剩余物;非均匀分形 .....	189
第 17 章 树和直径指数 .....	195
<b>第六篇 自映射分形</b> .....	207
第 18 章 自反演分形、阿波罗尼网和皂膜 .....	207
第 19 章 康托尘埃和法图尘埃;自平方龙分形 .....	225
第 20 章 分形吸引子和分形的(“混沌的”)演化 .....	240
<b>第七篇 随机性</b> .....	248
第 21 章 机遇,作为建模的一种工具 .....	248
第 22 章 条件定常性和宇宙学原理 .....	255
<b>第八篇 有层次的随机分形</b> .....	261
第 23 章 随机凝乳:接触群集和分形逾渗 .....	261
第 24 章 随机链和弯折 .....	276
第 25 章 布朗运动和布朗分形 .....	285
第 26 章 随机中点位移曲线 .....	299
<b>第九篇 分数的布朗分形</b> .....	303
第 27 章 河流排水;标度网和噪声 .....	303
第 28 章 地形和海岸线 .....	314
第 29 章 岛屿、湖泊和盆地的面积 .....	332
第 30 章 均匀湍流的等温曲面 .....	339
<b>第十篇 随机孔洞;织物</b> .....	343
第 31 章 区间孔洞;线性莱维尘埃 .....	343
第 32 章 从属运算;空间莱维尘埃;有序星系 .....	352
第 33 章 圆盘形和球形孔洞;月球火山口和星系 .....	367

第 34 章	织物:间隙和腔隙;卷云和细孔 .....	377
第 35 章	一般的孔洞以及织物的控制 .....	388
<b>第十一篇 其他</b> .....		<b>396</b>
第 36 章	统计点阵物理学中的分形逻辑 .....	396
第 37 章	经济学中的价格变动和标度 .....	407
第 38 章	非几何学的标度律和指数律 .....	416
第 39 章	数学的后援和补充 .....	426
<b>第十二篇 人物与思想</b> .....		<b>480</b>
第 40 章	小传 .....	480
第 41 章	历史 .....	498
第 42 章	后记:通向分形之路 .....	521
<b>彩图注释</b> .....		<b>525</b>
<b>参考文献</b> .....		<b>535</b>
<b>维数索引</b> .....		<b>550</b>
<b>人名和主题索引</b> .....		<b>553</b>
<b>作者为中译本添加的新材料</b> .....		<b>565</b>
<b>译后记</b> .....		<b>574</b>

# 第一篇 引言

## 第 1 章 论题

为什么几何学常常被说成是“冷酷无情”和“枯燥乏味”的？原因之一在于它无力描写云彩、山岭、海岸线或树木的形状。云彩不是球体、山岭不是锥体、海岸线不是圆周、树皮并不光滑、闪电更不是沿着直线传播的。

更为一般地，我要指出，自然界的许多图形是如此地不规则和支离破碎，以致与欧几里得(Euclid)(几何)——本书中用这个术语来称呼所有标准的几何学——相比，自然界不只具有较高程度的复杂性，而且拥有完全不同层次上的复杂度。在实际应用上自然界图形的长度，在不同标度下的数值都是无限的。

这些图形的存在，激励着我们去探索那些被欧几里得搁置在一边，被认为是“无形状可言”的形状，去研究“无定形”的形态学。然而数学家们蔑视这种挑战，他们越来越多地选择了，想出种种与我们看得见或感觉到的任何东西都无关的理论，来逃避大自然。

作为对这个挑战的回答，我构思和发展了大自然的一种新的几何学，并在许多不同领域中找到了用途。它描述了我们周围的许多不规则和支离破碎的形状，并通过鉴别出一族我称为分形的形状，创立了相当成熟的理论。最有用的分形涉及机遇，无论是它的规则性还是不规则性都是统计意义上的。而且这里所述的形状还是趋于有标度的，这意味着其不规则程度和/或支离破碎程度，

在所有不同的标度下都是等同的。分形(豪斯多夫)维数的概念在本书中起着核心作用。

某些分形集合是曲线或曲面,另一些则是互不连接的“尘埃”,还有一些的形状是如此地奇怪,以致无论在科学或艺术中都找不到合适的术语来称呼它们。我们鼓励读者现在就浏览一下书中的插图,看看它们是什么样子。

这些图中有许多形状是以前从未考虑过的,另一些则表示某些已知的构造方式,但常常也是第一次作出的。事实上,虽然分形几何学出现于1975年,但它的许多工具和概念却在以前(完全不同于我的各种目的)就发展起来了。通过把旧石料砌入新结构,分形几何学能够“借用”非常广泛而又严格的基础,很快引出数学中的许多引人注目的新问题。

尽管如此,本书仍恪守其宗旨,既不追求抽象性也不追求一般性,它既不是教科书也不是数学专著。尽管本书很厚,我却把它看成一本科学随笔,因为它用个人的观点写成的,并不追求尽善尽美。像许多文艺随笔一样,常会兴之所至,离题闲扯。

这种不拘形式的行文或许能使读者增加兴趣,更易理解。本书中有许多数学上“驾轻就熟”的内容,特别在结尾之处。读者不妨浏览和跳过一些段落,至少在头一二次阅读时。

## 目 标

本书集不同学科的众多分析于一体,促进了一种新的数学和哲学的综合。因此,它既是范例集,又是宣言书。而且,它还揭示了一个富于艺术美的全新世界。

## 科学范例集

医生和律师各用“病例集”和“案例集”来称呼有一个共同题目的实际病例和案例的汇编。而科学上尚无相应的专门名词,因此

我建议也应用“范例集”这个名词。重要的范例需倍加注意,而稍次的也应给予评述:通常可利用先例而缩短讨论。

有一个范例的研究,涉及一个极著名的数学方法在一种众所周知的自然现象中的杰出应用,即物理学中布朗(Brown, R.)运动的维纳(Wiener, N.)几何模型。使人惊讶的是,我们遇到的并非维纳方法的新的直接应用。根据这种理论,在我们所处理的各种复杂程度较高的现象中,布朗运动只是一种特殊情况,一种极其简单且无结构的情况。然而,我们还是把它包括在内,因为许多有用的分形来自布朗运动的某种谨慎的修正。

另一些范例研究则主要报道我本人的工作、分形的雏形及其拓展(一些学者对本书的1975年和1977年版本所作反应)。有些范例与到处可见的山脉和类似物体的现实世界相关,从而最终实现了术语几何长久以来所许诺的内容。但某些范例述及亚微观的集合物——物理学的主要研究对象。

实质性的论题有时是深奥的。另外,即使论题是熟知的,它的几何方面也尚未被适当地探讨过。对此值得重温庞加莱(Poincaré, H.)的评论:有些问题是人们选择提出的,而另一些则是自行提出的。如果一个问题老是被提出而无反响,那么它势必遗留给下一代。

由于这个困难,前几版的书中强调指出,分形方法既是有效的又是“自然”的。人们不仅不应该抵制它,还应该因为长期没有它居然也还行得通而感到惊讶。又为了避免不必要的争议,在我的早期版本里尽量缩小以下两者之间的不连续性:对于标准的和其他已发表的材料说明和用新的理论以及我自己的思想和结果所作的说明。相反,在本书中我却清楚地予以挑明。

最应强调的是,我并未把分形观点看成是万灵妙方,每个范例研究都应根据它所在领域内的准则来加以检验,也就是,多半是基于它在组织、说明和预测方面的威力,而不是作为数学结构的一个例子。因为每一个范例研究都必须化简以使它成为纯粹技术性的问题,读者若要了解详情,可查阅其他文献。因此(如像文献

d'Arcy Thompson 1917 那样), 本书从头至尾都是序言性的。任何有更多期望的专家都将感到失望。

## 宣言书: 大自然的几何学具有分形的面貌

现把下面这些序言放在一起, 理由在于其中每一段都帮助人们理解其他各段, 因为它们享有共同的数学结构。戴森(Dyson, F. J.) 对我这个题目给出了一个有说服力的总结。

“分形这个词是曼德布罗特(Mandelbrot, B. B.) 发明的, 它把那些在纯数学的发展中起过历史性作用的一大类对象放在一个标题下。19 世纪的经典数学与 20 世纪的现代数学为一个巨大的思想革命所分隔。经典数学扎根于规则的欧几里得几何结构和牛顿(Newton, I.) 的连续演化动力学。现代数学开始于康托(Cantor, G.) 的集合论和皮亚诺(Peano, G.) 那充满空间的曲线。在历史上, 革命的出现是由于发现了不适合欧几里得和牛顿模式的数学结构。这些新的结构曾被看作是‘病态的’……是‘怪物的画廊’, 是立体派绘画艺术和无音调音乐的近亲, 因为它们在几乎相同的时期内破坏了艺术中固有的欣赏标准。创造怪物的数学家们认为这些怪物是重要的, 因为它们说明了纯粹数学世界包含着远远超过在自然界中能看到的简单结构的极大可能性。20 世纪数学的繁荣在于它相信完全超越了由自然根源所加的限制。”

“现在, 正如曼德布罗特所指出的……大自然同数学家开了一个玩笑。19 世纪的数学家也许缺乏想象力, 然而大自然却并非如此。与数学家为了逃脱 19 世纪的自然主义而发明的结构相同的病态结构, 却是环绕我们的熟知物体中所固有的。”<sup>①</sup>

简言之, 我证实了帕斯卡(Pascal, B.) 的观察: 人的想象力总是先于大自然而衰竭。

---

<sup>①</sup> 引自 Freeman Dyson, *Characterizing Irregularity*(刻划不规则性), *Science*, May 12, 1978, Vol. 200, no. 4342, pp. 677 ~ 678。



尽管如此,分形几何学并非 20 世纪数学的直接“应用”。它是数学危机的一个晚产的新领域,这个危机从 du Bois Reymond 1875 首次报道外尔斯特拉斯(Weierstrass, K.)构造的处处连续而不可微函数时就已开始了(见第 3、39 和 41 章)。这次危机大约延续到 1925 年,主要演员是康托、皮亚诺、勒贝格(Lebesgue, H.)和豪斯多夫(Hausdorff, F.)。他们以及伯西柯维奇(Besicovitch, A. S.)、布尔查诺(Bolzano, B.)、蔡查罗(Cesàro, E.)、科赫(Koch, H. V.)、奥斯古德(Osgood, W. F.)、谢尔宾斯基(Sierpinshi, W.)和乌里松(Urysohn, P.)等人的名字,在对大自然的经验性研究中并不遇见,然而我要强调指出,这些天才们工作的影响,远远超出了原定的范围。

我将说明,他们及其几代后继者都不知道,在他们那些十分返朴归真的创造后面,有着一个对所有那些试图通过模仿大自然而赞美它的人而言,是趣味盎然的世界。

我们再一次为若干过去发生的事件已经导致我们所期望的东西而感到惊讶,“数学语言显示了它在自然科学中过分地有效……一个神奇的礼物,我们既不理解它,又不能获得它。我们应当为此高兴,并希望它会在将来的研究中继续有效,它将扩展到广阔的研究领域。无论对研究有利或不利,它是符合我们愿望的,或许会使我们感到困惑”(Wigner 1960)。

## 数学、大自然和美学

此外,分形几何学揭示了隐藏于数学中若干最严密最正规的篇章里的面貌:一个人们至今还未预料的、纯洁的和富于艺术美的世界。

### “分形”和其他新词

在拉丁语中有一句谚语“正名就是求知”。直到我开始研究上