


# 计算电磁学

王秉中 编著

 科学出版社  
[www.sciencep.com](http://www.sciencep.com)

# 计算电磁学

王秉中 编著

科学出版社

2002

## 内 容 简 介

本书在论述计算电磁学的产生背景、现状和发展趋势的基础上,系统地介绍了电磁仿真中的有限差分法、人工神经网络在电磁建模中的应用,遗传算法在电磁优化中的应用,涉及电磁场工程 CAD 中的三个核心问题,即电磁场问题的数值仿真、高效建模和优化设计。

本书可供在计算电磁学、电磁场理论、电磁场工程等领域从事研究和开发工作的科技人员参考,也可作为高等院校相关专业高年级本科生和研究生的教学用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

计算电磁学/王秉中编著. —北京:科学出版社,2002  
ISBN 7-03-010169-3

I. 计… II. 王… III. 电磁计算 IV. TM15

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 008205 号

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2002年7月第 一 版 开本:720×1000 B5

2002年7月第一次印刷 印张:24 1/2

印数:1—2 000 字数:479 000

定价:37.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈北燕〉)

## 前 言

在国际高技术竞争日益激烈的今天,高性能计算技术已成为体现一个国家经济、科学和国防综合实力的重要标志。在许多情况下,由于理论模型复杂甚至理论模型尚未建立,或者是实验费用昂贵甚至不能进行实验,计算就成为研究这些问题的惟一或主要手段,成为解决挑战性课题的一条重要途径。

在电磁场与微波技术学科中,以电磁场理论为基础,以高性能计算机技术为工具和手段,运用计算数学提供的各种方法,诞生出一个解决复杂电磁场理论和工程问题的重要领域——计算电磁学。

现代电磁系统大多是在非常复杂的环境中工作。复杂电磁系统的分析与综合,电磁场与复杂目标相互作用的分析与计算,对计算电磁学提出了各种新要求、新课题。计算电磁学将怎样发展?作者认为,在对复杂系统的电磁特性进行严格的电磁仿真基础上,对复杂系统建立起面向计算机辅助设计(CAD)的快速准确模型,实现具有一定人工智能的电磁场工程专家系统,是该领域研究和发展必经的三部曲。

本书是作者多年来从事计算电磁学的教学和科研工作的系统总结,涉及到电磁场工程 CAD 中的三个核心问题,即电磁场问题的数值仿真、高效建模和优化设计,并力图反映最新的研究动态。全书共分四个部分。第一部分概述了计算电磁学的产生背景、现状和发展趋势,力图使读者对该领域的全貌从总体上有一个正确的把握。第二部分系统地介绍了电磁仿真中的有限差分法,从基本理论、关键技术到应用实例都有深入浅出的讲解,力图使读者在学习了这些基本理论和关键技术并经过一定的上机实践后,能很快地运用这些方法解决一些实际问题。第三部分系统地介绍了神经网络模型在面向 CAD 的高效电磁建模中的应用,重点介绍了多层感知器神经网络模型、基于已有知识的神经网络模型在电磁建模中的应用。第四部分系统地介绍了遗传算法的基本原理及其在电磁场工程问题优化设计中的应用。

在此,我要衷心感谢国家自然科学基金、霍英东青年教师基金、四川省青年科技基金、教育部高等学校骨干教师资助计划、教育部跨世纪优秀人才培养计划,它们多年来对我们研究工作的大力支持,对本书的写作完成起了重要的推动作用。

王秉中

2001 年于电子科技大学

# 目 录

<b>第一章 绪 论</b> .....	(1)
1.1 计算电磁学的产生背景 .....	(1)
1.1.1 高性能计算技术 .....	(1)
1.1.2 计算电磁学的重要性 .....	(2)
1.1.3 计算电磁学的研究特点 .....	(2)
1.2 电磁场问题求解方法分类 .....	(4)
1.2.1 解析法 .....	(4)
1.2.2 数值法 .....	(6)
1.2.3 半解析数值法 .....	(7)
1.3 当前计算电磁学中的几种重要方法 .....	(8)
1.3.1 有限元法 .....	(9)
1.3.2 时域有限差分法 .....	(11)
1.3.3 矩量法 .....	(12)
1.4 电磁场工程专家系统 .....	(14)
1.4.1 复杂系统的电磁特性仿真.....	(14)
1.4.2 面向 CAD 的复杂系统电磁特性建模 .....	(16)
1.4.3 电磁场工程专家系统 .....	(17)

## 第一篇 电磁仿真中的有限差分法

<b>第二章 有限差分法</b> .....	(19)
2.1 差分运算的基本概念 .....	(19)
2.2 二维电磁场泊松方程的差分格式 .....	(22)
2.2.1 差分格式的建立 .....	(22)
2.2.2 不同介质分界面上边界条件的离散方法 .....	(25)
2.2.3 第一类边界条件的处理 .....	(27)
2.2.4 第二类和第三类边界条件的处理 .....	(28)
2.3 差分方程组的求解 .....	(29)
2.3.1 差分方程组的特性 .....	(30)

2.3.2	差分方程组的解法 .....	(32)
2.4	工程应用举例 .....	(34)
2.5	标量时域有限差分法 .....	(43)
2.5.1	瞬态场标量波动方程 .....	(43)
2.5.2	稳定性分析 .....	(44)
2.5.3	网格色散误差 .....	(48)
2.5.4	举例 .....	(49)
<b>第三章</b>	<b>时域有限差分法 I——差分格式及解的稳定性</b> .....	<b>(52)</b>
3.1	FDTD 基本原理 .....	(52)
3.1.1	Yee 的差分算法 .....	(52)
3.1.2	环路积分解释 .....	(56)
3.2	解的稳定性及数值色散 .....	(59)
3.2.1	解的稳定条件 .....	(59)
3.2.2	数值色散 .....	(61)
3.3	非均匀网格及共形网格 .....	(64)
3.3.1	渐变非均匀网格 .....	(65)
3.3.2	局部细网格 .....	(68)
3.3.3	共形网格 .....	(71)
3.4	三角形网格及平面型广义 Yee 网格 .....	(76)
3.4.1	三角形网格离散化 .....	(76)
3.4.2	数值解的稳定性 .....	(79)
3.4.3	平面型广义 Yee 网格 .....	(81)
3.5	半解析数值模型 .....	(84)
3.5.1	细导线问题 .....	(84)
3.5.2	增强细槽缝公式 .....	(86)
3.5.3	小孔耦合问题 .....	(88)
3.5.4	薄层介质问题 .....	(91)
3.6	良导体中的差分格式 .....	(95)
<b>第四章</b>	<b>时域有限差分法 II——吸收边界条件</b> .....	<b>(98)</b>
4.1	Bayliss-Turkel 吸收边界条件 .....	(98)
4.1.1	球坐标系 .....	(99)
4.1.2	圆柱坐标系 .....	(101)
4.2	Engquist-Majda 吸收边界条件 .....	(102)
4.2.1	单向波方程的泰勒级数近似 .....	(103)

4.2.2 Mur 的差分格式 .....	(106)
4.2.3 Trefethen-Halpern 近似展开 .....	(109)
4.2.4 Higdon 算子 .....	(110)
4.3 廖氏吸收边界条件 .....	(112)
4.4 梅-方超吸收边界条件 .....	(115)
4.5 Berenger 完全匹配层(PML) .....	(120)
4.5.1 PML 媒质的定义 .....	(120)
4.5.2 PML 媒质中平面波的传播 .....	(121)
4.5.3 PML-PML 媒质分界面处波的传播 .....	(124)
4.5.4 用于 FDTD 的 PML .....	(127)
4.5.5 三维情况下的 PML .....	(131)
4.5.6 PML 的参数选择 .....	(136)
4.5.7 减小反射误差的措施 .....	(136)
4.6 Gedney 完全匹配层 .....	(140)
4.6.1 完全匹配单轴媒质 .....	(141)
4.6.2 FDTD 差分格式 .....	(145)
4.6.3 交角区域的差分格式 .....	(150)
4.6.4 PML 的参数选取 .....	(152)
<b>第五章 时域有限差分法Ⅲ——若干实用技术</b> .....	<b>(153)</b>
5.1 激励源技术 .....	(153)
5.1.1 强迫激励源 .....	(153)
5.1.2 总场/散射场体系 .....	(157)
5.2 集总参数电路元件的模拟 .....	(161)
5.2.1 扩展 FDTD 方程 .....	(161)
5.2.2 集总参数电路元件举例 .....	(162)
5.3 近区场到远区场的变换 .....	(165)
5.4 数字信号处理技术 .....	(169)
5.4.1 极点展开模型与 Prony 算法 .....	(169)
5.4.2 线性及非线性信号预测器模型 .....	(170)
5.4.3 系统识别方法及数字滤波器模型 .....	(172)
5.5 应用举例 .....	(175)
5.5.1 均匀三线互连系统 .....	(175)
5.5.2 同轴线馈电天线 .....	(177)
5.5.3 多体问题 .....	(181)

5.5.4	同轴-波导转换器 .....	(183)
5.5.5	波导元件的高效分析 .....	(186)
5.5.6	传输线问题的降维处理 .....	(189)
<b>第六章 基于交变隐式差分方向方法的时域有限差分法——ADI-FDTD 方法</b>		
	.....	(196)
6.1	ADI-FDTD 基本原理 .....	(197)
6.1.1	ADI-FDTD 差分格式 I .....	(197)
6.1.2	ADI-FDTD 差分格式 II .....	(203)
6.2	解的稳定性与数值色散 .....	(207)
6.2.1	二维问题的稳定性 .....	(207)
6.2.2	三维问题的稳定性 .....	(210)
6.2.3	增长矩阵 .....	(212)
6.3	吸收边界条件 .....	(213)
6.3.1	Gedney 的 PML 媒质中的 ADI-FDTD 格式 .....	(213)
6.3.2	Berenger 的 PML 媒质中的 ADI-FDTD 格式 .....	(221)
6.4	应用举例 .....	(224)
6.4.1	有耗平行板传输线 .....	(224)
6.4.2	有耗平行板传输线——降维处理 .....	(229)
6.4.3	用混合网格二维 FDTD 算法分析传输线 .....	(233)

## 第二篇 神经网络在电磁建模中的应用

<b>第七章 神经网络模型</b> .....	(241)
7.1 生物神经元 .....	(241)
7.2 人工神经元模型 .....	(242)
7.2.1 单端口输入神经元 .....	(242)
7.2.2 活化函数 .....	(243)
7.2.3 多端口输入神经元 .....	(246)
7.3 多层感知器神经网络 .....	(247)
7.3.1 单层前传网络 .....	(247)
7.3.2 多层前传网络 .....	(249)
7.4 多层感知器的映射能力 .....	(250)
7.5 多样本输入并行处理 .....	(251)



<b>第八章 用回传算法训练多层感知器</b> .....	(253)
8.1 神经网络的学习能力 .....	(253)
8.1.1 受控学习方式 .....	(253)
8.1.2 误差校正算法 .....	(255)
8.2 误差回传算法 .....	(255)
8.2.1 初始化 .....	(256)
8.2.2 delta 法则 .....	(257)
8.2.3 计算的两个过程 .....	(263)
8.3 训练模式 .....	(263)
8.4 回传算法的改进 .....	(265)
8.4.1 带矩量修正的广义 delta 法则 .....	(266)
8.4.2 学习速率参数自适应算法“指南” .....	(268)
8.4.3 delta-delta 学习规则 .....	(269)
8.4.4 delta-bar-delta 学习规则 .....	(271)
8.4.5 Matlab 中的学习参数自适应算法 .....	(271)
8.5 将受控学习看做函数最优化问题 .....	(273)
8.5.1 共轭梯度法 .....	(273)
8.5.2 牛顿法 .....	(274)
8.5.3 Levenberg-Marquardt 近似 .....	(275)
8.6 网络推广 .....	(276)
8.6.1 训练集合大小的确定 .....	(277)
8.6.2 网络结构的优化 .....	(279)
<b>第九章 神经网络与电磁建模</b> .....	(280)
9.1 正交试验设计 .....	(282)
9.1.1 全组合正交试验设计 .....	(282)
9.1.2 方螺旋电感的神经网络模型 .....	(283)
9.1.3 微带协同馈电系统的神经网络模型 .....	(285)
9.1.4 带状线间隙不连续性的神经网络模型 .....	(287)
9.1.5 部分组合正交试验设计 .....	(292)
9.2 中心组合试验设计 .....	(296)
9.2.1 中心组合试验设计 .....	(296)
9.2.2 单层间互连结构的神经网络模型 .....	(298)
9.2.3 带状线双层间互连结构的神经网络模型 .....	(302)
9.2.4 同轴-波导转换器的神经网络模型 .....	(305)

9.3 随机组合试验设计 .....	(310)
9.3.1 高速互连结构的神经网络模型 .....	(310)
9.3.2 例子 .....	(312)
<b>第十章 知识人工神经网络模型</b> .....	<b>(315)</b>
10.1 外挂式知识人工神经网络模型 .....	(316)
10.1.1 差值模型和 PKI 模型 .....	(316)
10.1.2 输入参数空间映射模型 .....	(319)
10.1.3 主要元素项分析 .....	(320)
10.1.4 稳健的知识人工神经网络模型 .....	(323)
10.2 嵌入式知识人工神经网络模型 .....	(326)
10.2.1 知识人工神经元 .....	(326)
10.2.2 知识人工神经元三层感知器 .....	(327)
10.2.3 应用实例 .....	(328)

### 第三篇 遗传算法在电磁优化中的应用

<b>第十一章 遗传算法基本原理</b> .....	<b>(333)</b>
11.1 基本的遗传算法 .....	(334)
11.1.1 基本遗传算法的描述 .....	(334)
11.1.2 应用遗传算法的准备工作 .....	(338)
11.1.3 遗传操作 .....	(344)
11.2 遗传算法的特点及数学机理 .....	(350)
11.2.1 遗传算法的特点 .....	(350)
11.2.2 遗传算法的数学机理 .....	(352)
<b>第十二章 遗传算法在电磁优化中的应用</b> .....	<b>(356)</b>
12.1 天线及天线阵的优化设计 .....	(356)
12.1.1 天线的优化设计 .....	(356)
12.1.2 微带天线的优化设计 .....	(361)
12.1.3 天线阵的优化设计 .....	(363)
12.2 平面型带状结构的优化设计 .....	(365)
12.2.1 稀疏化带状栅的优化设计 .....	(365)
12.2.2 带状电阻栅加载导体带的优化设计 .....	(366)
12.2.3 多层周期性导体带状栅的优化设计 .....	(367)
<b>参考文献</b> .....	<b>(371)</b>

# 第一章 绪 论

## 1.1 计算电磁学的产生背景

### 1.1.1 高性能计算技术

现代科学研究的基本模式是“科学实验、理论分析、高性能计算”三位一体。在国际高技术竞争日益激烈的今天,高性能计算技术已经成为体现一个国家经济、科学和国防实力的重要标志,成为解决挑战性课题的一个根本途径。目前,在全球范围展开的高性能计算技术的竞争已呈白热化态势。

高性能计算技术由硬件和软件两个部分组成。

在硬件方面,以计算技术开发领先的美国为例,为了保持其在世界上的领先地位,它早在 1991 年就由国会通过了高性能计算和通信(HPCC)计划,而后,美国国家科学基金会、能源部、国防部、教育部、卫生部、航空航天管理局、国家安全局、环境保护局、海洋大气管理局陆续参与了这一计划。追求更快的运算速度、更大容量的内存是高性能计算机努力追求的方向。随着单处理机的速度越来越趋近物理极限,高性能计算机必须走大规模并行处理之路,大规模并行处理的突破口是并行计算机模型。此外,基于一些新材料、新工艺的新型计算机,如光互连技术、超导体计算机、量子计算机和分子计算机等的研究也在持续升温。

在软件方面,其核心是算法,这是计算机的灵魂。对于一个给定的计算机系统而言,其解决问题的能力和工作效率是由算法来决定的。目前计算机所做的信息处理大致分为一般问题和难解问题。对于一般问题,人们可以找到有效算法使计算机在能够为人接受的时间和空间内解决这些问题;对于难解问题,人们就很难找到快速有效算法。当问题规模增大时,计算机的计算量有可能呈指数型地成百倍、成千倍增长,最终在时间和空间上超出计算机的实际计算能力。几十年来,计算机理论学者和算法专家一直在致力于寻找针对一般问题的实时高性能算法和针对大规模难解问题的快速算法。

科学与工程计算的高速进步,是 20 世纪后半叶最重要的科技进步。随着计算机和计算方法的飞速发展,高性能科学与工程计算取得了日新月异的进步,几乎所有学科都走向定量化和精确化,从而产生了一系列的计算性学科分支,如计算物理学、计算化学学、计算生物学、计算地质学、计算气象学和计算材料科学等,而计算数学则是它们的联系纽带和基础。这使得计算数学这个古老的数学科目成为现代

数学中一个生机盎然的分支,并发展成为一门新的学科——科学与工程计算。

利用高性能计算机,可以对新研究的对象进行数值模拟和动态显示,获得由实验很难得到甚至根本得不到的科学结果。在许多情况下,由于理论模型十分复杂甚至难以建立理论模型,或者实验费用昂贵甚至不能进行实验,计算就成为解决这些问题的惟一或主要手段。高性能计算技术极大地提高了高科技研究的能力,加速了把科学技术转化为生产力的过程,深刻地影响着人类认识世界和改造世界的方法和途径,推动着当代科学向更纵深的方向发展。

高性能计算是我国在世界科技领域占有一席之地的学科领域之一。在计算机硬件远落后于发达国家的不利条件下,我们充分发挥自己的智力优势,在核武器研制、火箭卫星发射、石油勘探、大地测量、水坝建筑、气象预报、生态环境监测等领域都取得了举世瞩目的成绩。

### 1.1.2 计算电磁学的重要性

在高性能计算技术发展的同时,在电磁场与微波技术学科中,以电磁场理论为基础,以高性能计算技术为手段,运用计算数学提供的各种方法,诞生了一门解决复杂电磁场理论和工程问题的应用科学——计算电磁学(computational electromagnetics),它是一门新兴的边缘交叉科学。

电磁场理论的早期发展和无线电通信、雷达的发展是分不开的,它主要应用在军事领域。现在,电磁场理论的应用已经遍及地学、生命科学和医学、材料科学和信息科学等几乎所有的技术科学领域。计算电磁学的研究内容涉及面很广,它渗透到电磁学的各个领域,与电磁场工程、电磁场理论互相联系、互相依赖。对电磁场工程而言,计算电磁学是要解决实际电磁场工程中越来越复杂的电磁场问题的建模与仿真、优化设计等问题;而电磁场工程也为之提供实验结果,以验证其计算结果的正确性。对电磁场理论而言,计算电磁学研究可以为研究提供进行复杂的数值及解析运算的方法、手段和计算结果;而电磁场理论的研究也为计算电磁学研究提供了电磁规律、数学方程,进而验证其计算结果。计算电磁学对电磁场理论发展的影响决不仅仅是提供一个计算工具,而是使整个电磁场理论的发展发生了革命性的变化。毫不夸张地说,近二三十年来,电磁场理论的发展,无一不是与计算电磁学的发展相联系的。目前,计算电磁学已成为对复杂体系的电磁规律、电磁性质进行研究的重要手段,为电磁场理论研究开辟了新的途径,极大地推动了电磁场工程的发展。

### 1.1.3 计算电磁学的研究特点

计算电磁学研究的第一步是对电磁问题进行分析,抓住主要因素,忽略各种次

要因素,建立起相应的电磁、数学模型。这与电磁场理论的做法极为相似。在电磁、数学模型确定之后,就要选择算法并使之在计算机上实现。

首先来讨论算法。对确定的数学模型,可以采用数值或非数值计算来求解。这是计算数学讨论的主要内容,也是计算电磁学的基础。由于现代程序存贮式通用数字电子计算机的内在特点,它实质上只能做比加法略微多一些的运算和操作,而实际问题的复杂数学模型往往是以微分或积分方程等形式表示。表面上,计算机所提供的处理能力与所要求解问题的差距是相当大的。缩小差距的途径就是算法。算法可以简单地认为是在解决具体问题时计算机所能执行的步骤。算法将一个复杂问题化为简单的,简单的再化为基本的,基本的再化为计算机能够执行的运算。算法选取的好坏是影响到能否计算出结果、精度的高低或计算量大小的关键。以快速傅里叶变换(FFT)为例,假设离散化后待处理的点数为  $N$ ,普通傅里叶变换算法需  $O(N^2)$  次操作,快速傅里叶变换则需  $O(N \log_2 N)$  次操作。当  $N=10^6$  时,后者比前者要快  $5 \times 10^4$  倍。一般来说,算法分析是计算机科学和计算数学的研究范畴,计算电磁学工作者只要应用它们即可。但是,如果计算电磁学工作者自己提出一个新算法,就仍有必要进行算法分析。

其次是算法的误差。一般来说,所有数值计算方法都存在误差。其来源有以下四个方面:

#### (1) 模型误差

将实际问题归结为数学问题时,总要忽略一些主观上认为是次要的因素,加上这样或那样的各种限制。这种理想化的“数学模型”,实质上是对客观电磁现象的近似描述,这种近似描述本身就隐含着误差,这就是模型误差。

#### (2) 观测误差

数学模型中常常包含着一些通过实验测量得到的物理参数,如介电常数、导电率、电磁耦合系数等等。这些实验测量参数不可避免地带有误差,这种误差称为观测误差。

#### (3) 方法误差

在求解过程中,往往由于数学模型相当复杂而不能获得它的精确解;或者有些运算只能用极限过程来定义,而计算机只能进行有限次运算,这必然引入误差。这种误差是因为采用这样的数值求解算法而使运算结果与模型的准确解产生误差,因而也称方法误差或截断误差。例如无穷级数只能截取有限项计算,存在截断误差。

#### (4) 舍入误差

由于计算机的有限字长而带来的误差称为舍入误差,也称为计算误差,在计算机上进行很多次运算以后,其舍入误差的积累也是相当惊人的。

上述四方面所产生的误差在进行任何一项计算中都必须考虑,然后根据实际精度要求选择和设计出好的计算方法。

最后,还需考虑计算的收敛性和稳定性问题。

对算法、误差、收敛性及稳定性的研究属于计算数学的基本内容。计算电磁学在吸收计算数学研究成果的基础上,采用具有自身学科特色的研究方法。它在研究上的主要特点表现在:

1) 计算电磁学工作者在选用计算方法时更多的考虑是在算法和计算结果的物理意义上,而计算数学工作者更感兴趣的是算法的逼近阶、计算精度、收敛性及稳定性等问题。这是由于计算电磁学是以要解决的电磁问题为出发点和归宿点,因而对算法的评价和偏爱程度就与计算数学并不总是一致。计算电磁学有时采用较简单可靠、物理意义清楚的算法,对复杂物理问题作各种近似。例如,对非线性问题用一系列线性化的问题去逼近;对非均匀介质用一批小的均匀介质的组合去逼近;对不规则几何形体用一批规则几何形体的组合去逼近等等。

2) 计算电磁学的任务是寻求电磁规律、解决电磁问题,因而它有时利用某些直观的电磁现象,加上逻辑推理、判断和实验,采用自身特有的方法,可以不拘泥于数学上经严格证明而得到的计算方法。

3) 计算电磁学工作者在使用计算机分析整理大量计算数据的基础上,还需得出物理结论,这些结论最好是以某种解析形式的近似解来表达,这样才有利于电磁规律和理论的进一步推广使用。

## 1.2 电磁场问题求解方法分类

求解电磁场问题的方法,归纳起来可分为三大类,其中每一类又包含若干种方法,第一类是解析法;第二类是数值法;第三类是半解析数值法。

### 1.2.1 解析法

电磁学是一门古老而又不断发展的学科。经典的数学分析方法是近百年来电磁学学科发展中一个极为重要的手段。解析法包括建立和求解偏微分方程或积分方程。严格求解偏微分方程的经典方法是分离变量法;严格求解积分方程的方法主要是变换数学法。解析法的优点是

- 1) 可将解答表示为已知函数的显式,从而可计算出精确的数值结果;
- 2) 可以作为近似解和数值解的检验标准;
- 3) 在解析过程中和在解的显式中可以观察到问题的内在联系和各个参数对数值结果所起的作用。

但解析法存在严重的缺点,主要是它仅能解决很少量的问题。事实上,只有在为数不多的坐标系中才能分离变量,而用积分方程法时往往求不出结果,致使分析过程既困难又复杂。例如,对于标量赫姆霍兹方程,只有在 11 种坐标系下才能用分离变量法求解。如果边界面不是 11 种坐标系中一个坐标系的一个坐标面或该坐标系的几个坐标面的组合,或者边界条件不是第一类(该标量在边界上的值为已知)或第二类(该标量在边界上沿法线方向的空间导数为已知)时,分离变量就不能用。又如,只有当积分方程中的核是某些形式时,才能用变换数学来严格求解。

正因为有严格解的问题不多,所以近似解析法显得十分重要。常见的有微扰法、变分法、多极子展开近似等。高频近似法(如几何光学法、物理光学法、几何绕射理论等)、低频近似法(如准静态场近似等)也是近似解析法。近似解析法也是一种解析法,但不是严格解析法,用这些方法可以求解一些用严格法不能解决的问题。当然,它们也可以用于求解一些用严格解析法可以解决的问题,用起来会比较简便。诚然,近似法中的解析部分比严格解析法中的解析部分要少些,但计算工作量却较大,且随着期望的精确度的提高而增大。倘若使其工作量较小,其数值结果就会不太精确。这些方法的共同特点是:根据要求解问题的解的范围(定义域、值域),作出在该范围内成立的近似假设,从而达到简化模型和求解过程的目的。由于现实问题多种多样,因而近似假设也就层出不穷,在新的问题中、在新的近似假设条件下不断派生出新的近似解析方法。

传统上,大部分电磁场问题的求解是基于解析模型的。从麦克斯韦方程或赫姆霍兹方程出发,加上特定的边界条件及本构参数,就可得到一个微分或积分方程体系,如图 1-1 所示。然后,这一模型被尽可能多地用解析方法处理,最后才编程

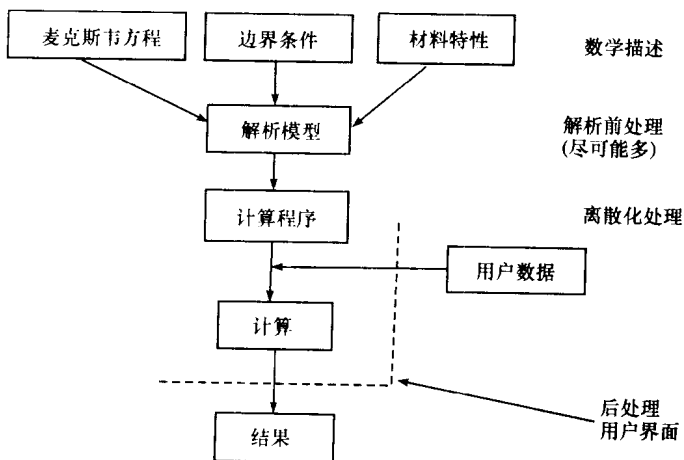


图 1-1 电磁场问题的传统求解过程

计算。这一过程的特点是

- 1) 强调电磁分析和数学分析;
- 2) 给出一个紧凑的、计算效率高的程序;
- 3) 程序的最终用户只拥有很少的弹性,仅能改变很少的参数。因为结构的主要特性已被编进了程序之中,任一新的结构都需要重新编程、计算;
- 4) 适用于专用程序开发。

### 1.2.2 数值法

用高性能的计算机就可直接以数值的、程序的形式代替解析形式来描述电磁场问题。在纯数值法中,通常以差分代替微分,用有限求和代替积分,这样,就将问题化为求解差分方程或代数方程问题。这方面的例子有用有限元法(FEM)、时域有限差分法(FDTD)和传输线矩阵法(TLM)编写的电磁场仿真程序。

数值法与解析法比较,在许多方面具有独特的优点:

- 1) 普适性强,用户拥有的弹性大。一个特定问题的边界条件、电气结构、激励等特性可以不编入基本程序,而是由用户输入,更好的情况是通过图形界面输入,如图 1-2 所示。

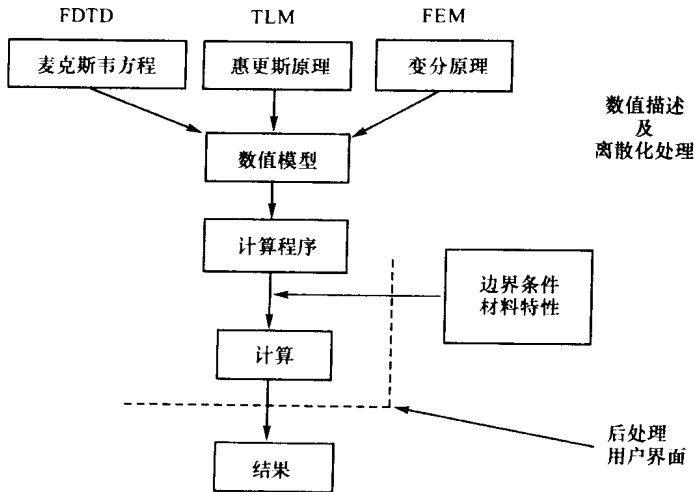


图 1-2 电磁场问题的纯数值法求解过程

- 2) 用户不必具备高度专业化的电磁场理论、数学及数值技术方面的知识就能用提供的程序解决实际问题。

纯数值法的出现,使电磁场问题的分析研究,从解析的经典方法进入到离散系统的数值分析方法,从而使许多解析法很难解决的复杂的电磁场问题,有可能通过



电磁场的计算机辅助分析获得很高精度的离散解(数值解),同时可极大地促进各种电磁场数值计算方法的发展。

纯数值法的缺点是数据输入量大、计算量大、受硬件条件限制大。原则上,数值法可以求解具有任何复杂几何形状、复杂材料的电磁场工程问题。但是,在工程应用中,由于受计算机存贮容量、执行时间以及解的数值误差等方面的限制,纯数值法又难以完成任务。

可以说,纯数值法的发展大致分为两个阶段。其发展初期,是研究“解决得了”的问题,也就是讨论该纯数值法能否应用于各个学科分支领域;而其发展后期,是研究“解决得好”的阶段,即探讨解决工程实际问题的各种改进方法、手段及相应的计算技术。近期的纯数值法研究中的大量工作都是为了实现这一目标。有的研究在小机器上计算大问题;有的研究减少内存占用、加快计算速度;还有的研究在一定程度上减少自由度和计算工作量;而最新的发展动向是研究高效的并行数值算法。

### 1.2.3 半解析数值法

如上所述,纯解析方法得到的是一种理论解,精度高、计算量小,但解题范围有限,不同问题方法各异,较难掌握;而基于全离散原理的纯数值方法正相反,其优点是解题范围很广,适用于复杂几何形状、边界、激励和材料特性,且方法统一,易于掌握,其不足之处是对复杂实际问题数据输入量大、计算量大,对计算机要求高,费用多。

近百年来已经打下良好基础的应用数学分析方法,由于数值计算技术的蓬勃发展近年来对其有所偏废,其应有作用没有得以充分发挥。能否充分利用这些已有解析研究成果,来弥补纯数值方法的不足呢?答案是肯定的。将解析与数值方法相结合,以兼备两者优点、克服两者不足的各种半解析数值方法正日益兴起,成为用计算机求解科学与工程问题的有效手段。

在纯解析方法中只有人在起作用;在纯数值方法中主要靠计算机来完成分析计算。在半解析数值方法中,将由人来完成诸如一维解函数、基本解、通解等较为规则、简单情况下的理论分析工作,而由计算机来进行降维后的低维离散化方程的求解工作。这种人与计算机间的合理分工将会取得以前用纯解析方法或纯数值方法所不能达到的预期效果。在半解析数值方法中,由于引入了解析解的方法与成果,使数值计算工作量显著降低,适合微机计算,可收到显著经济效益;同时又保留纯数值方法的灵活性与通用性特点,易为工程人员所掌握。

半解析数值方法研究解析与数值结合方法的数学基础与基本原理;研究如何选取所应用的解析解与解析函数,如何与离散化过程相结合,建立适合上机计算的