

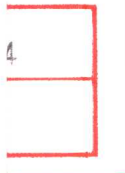
国外机械工业基本情况

# 机械结构强度

机械工业部郑州机械研究所 编

机械工业部科学技术情报研究所

一九八六



## 内 容 简 介

本资料为《国外机械工业基本情况》的机械结构强度部分，内容主要介绍国外机械结构强度的设计计算方法、实验应力分析以及结构疲劳强度的基本理论、设计方法、疲劳断裂失效分析和改善疲劳性能的途径。本书可供从事机械产品设计的科技人员和教学工作者参考。

### 机械结构强度

机械工业部郑州机械研究所 编

\*

机械工业部科学技术情报研究所编辑

机械工业出版社出版

机械工业出版社印刷厂印刷

机械工业出版社发行 机械工业书店经售

\*

1986 年 6 月北京

代号: 85-37 定价: 2.35 元

## 出 版 说 明

机械工业肩负着为国民经济各部门提供技术装备的重任。为适应四化建设的需要，必须大力发展机械工业。上质量、上品种、上水平，提高经济效益，是今后一个时期机械工业的战略任务。为了借鉴国外机械工业的发展道路、措施方法和经验教训，了解国外机械工业的生产、技术和管理水平，以便探索我国机械工业具有自己特色的发展道路，我们组织编写了第三轮《国外机械工业基本情况》。这一轮是在前两轮的基础上，更全面、系统地介绍了国外机械工业的行业、企业、生产技术和科学研究等方面的综合情况，着重报道了国外机械工业七十年代末和八十年代初的水平以及本世纪末的发展趋向。

第三轮《国外机械工业基本情况》共一百余分册，参加组织编写的主编单位包括研究院所、工厂和高等院校共一百余个，编写人员计达一千余人。本书为《机械结构强度》分册，主编单位是机械部郑州机械研究所，参加编写人员花正中（第一、三章）、许先璧、林绍坤（第二章）。提供资料的有赵少沐、李鸿宝、韩国明、黄祖璠、阎金波。责任编辑：何祚芝。

机械工业部科学技术情报研究所



# 目 录

第一章 设计计算方法	1
一、数值计算方法	1
1. 有限元法 (F E M)	1
2. 有限条法	4
3. 加权残差法	4
4. 边界元法 (B E M)	5
二、设计方法	8
1. 优化设计	9
2. 可靠性设计	9
3. 计算机辅助设计 (C A D)	9
第二章 实验应力分析	11
一、概述	11
二、电测法	11
1. 电阻应变计材料	15
2. 电阻应变计	17
3. 半导体应变计	21
4. 高温应变计	22
5. 低温应变计	33
6. 特殊用途应变计	35
7. 传感器及测量装置	42
8. 旋转件的应变测量	48
三、光测法	53
1. 光弹性	53
2. 云纹法	59
四、残余应力测量	59
1. 测量方法分类	60
2. 各种测量方法简介	61
五、脆性涂层法	63
第三章 结构疲劳强度	67
一、概述	67
二、基本理论	68
1. 疲劳裂纹的萌生和扩展	68
2. 疲劳累积损伤理论	70
三、疲劳设计方法	72
1. 无限寿命设计	72
2. 有限寿命设计	72
3. 损伤容限设计	73
4. 可靠性设计	74

四、各种疲劳	74
1. 低周疲劳	74
2. 腐蚀疲劳	75
3. 高温疲劳	77
4. 热疲劳	79
5. 接触疲劳	79
五、疲劳试验和设备	81
1. 恒幅载荷疲劳试验	81
2. 随机载荷疲劳试验	81
3. 关于试验结果的分析处理	82
4. 疲劳试验设备	83
六、疲劳断裂失效分析	86
七、改善疲劳性能的途径	87
1. 设计方面	87
2. 工艺方面	87

# 第一章 设计计算方法

机械结构强度的理论分析计算是合理设计机械产品的一个重要方面。为了保证工程结构具有可靠的使用性能,必须对其进行理论分析计算,将力的平衡、变形协调和物理性能三者综合起来建立适当的数学模型,求解结构物在一定边界条件下的反应。由于工程结构的复杂性,一般很难用解析法来完成分析。最初是通过两种不同的途径来实现的,或者是对结构本身和加载方式进行大量简化,或者是采用数值方法,或者是两者兼而有之。差分法和变分法是两种古老的数值分析方法,差分法是用差分表达式来代替原有的偏微分方程,然后再用松弛法求解,它的最大优点是应用普遍,而且离散算子是稀疏的。直接变分法的最大优点是可以把连续条件放松,而且由它导出的离散方程(代数方程)能稳定地向正确解逼近,但由于得到的代数方程计算工作量很大,而不能被普遍采用。到五十年代,由于电子计算机的普及和有限元法的发展,给结构分析增添了巨大的生命力。有限元法的核心是分片逼近,它把差分法和直接变分法的优点巧妙地揉合在一起,放松了连续性要求,得到稳定的逼近和稀疏的离散算子,从而得到广泛应用。目前在线性有限元方面的工作已取得很大成就,可以说已基本完成,随着计算机和各种应用软件日新月异地发展,使得各种大型复杂结构的计算分析问题得到解决,给产品设计带来了巨大的变化,尤其是七十年代以来,计算机的处理速度和存储能力每年递增40%,而价格和体积却每年下降40%,许多先进工业国已把产品设计90%的工作交给计算机完成。计算机技术的进步大大促进了产品设计速度和水平的提高。

## 一、数值计算方法

### 1. 有限元法(FEM)<sup>[1][2][8]</sup>

有限元法经过廿多年的蓬勃发展,由于应用范围日趋广泛,而仍保持着其强大的生命力,提出的新思想新问题日益增多,文献资料也成倍递增,迄今每年国际上发表的有独创价值的有关有限元法的论文约1500~2000篇。有限元法虽可应用于许多科学技术领域,但各有特性,如在力学领域、流体力学和固体力学中的有限元发展就很不一样。机械结构强度的计算分析属有限元应用于固体力学的范畴,有限元法已成为机械结构强度计算分析的强有力工具,已广泛用于静力、动力、弹塑性、非线性等问题的二维、三维分析。

#### (1) 变分法<sup>[1]</sup>

在建立有限元的代数方程组中,最基本也最常见的方法是变分法。在固体力学中有限元计算一般都用位移作为场函数,再用最小位能原理建立求解结点上位移函数的代数方程组。广义变分原理的成就改进了求近似解的观点,把全部方程和边界条件纳入同一个变分原理之中,这已成为研究有限元的最有效的工具。1977年卞学璜根据广义变分原理提出杂交有限元法,它同时用有限元素的位移和应力作为场函数,无须采用高次多项式来近似场函数,从而简化了问题。尔后由Horrigmo e、Edwards、和Webster等建立了薄壳的杂交元。卞学璜又进一步证明了在蠕变分析、不可压缩材料的分析和断裂力学等问题中,杂交元法的优点。Atluri曾用杂交元详细研究了断裂力学问题。

近年来人们开始注意非协调元的合理使用。为此,使用广义变分原理把相邻有限元素间

的连续条件用拉格朗日乘子法作为界线积分的形式加入原变分原理的泛函内,从而得到一个包括连续条件在内的广义变分泛函,在这个新的广义变分原理的变分中,给出的是驻值而不是极值,如果把非协调元的场函数代入变分,则在较弱的积分意义上恢复了各有限元间的连续性(或协调性)。

### (2) 最优离散化<sup>[1]</sup>

有限元计算已广泛采用了自动布网程序,它一般都给出均分分布的网点,这就需要研究在全域已有给定数量的有限元素后,怎样分布安排元素的大小和位置才能给出最精确的数值解这样一类最优离散化问题。1975年Babuska首先提出这个问题,近些年受到广泛重视,并进而研究在什么区域需要增设有限元素,以及怎样增设加密有限元素才是最有效的。Oliveira首先提出应变能密度变化最大的地区为增设有限元素的准则。Carey针对修改增设加密有限元后计算工作量增加的问题,引用局部增殖新有限元的方法来适应局部修改增设加密有限元的要求,增殖时力求把新旧有限元形状尺寸的相似性保留下来。Peano等曾提出了用分级结点来处理增殖过程的想法。Irons曾用实例论证过,新设结点自由度有关的刚度矩阵可由原有的低级刚度矩阵扩大求得,为增殖过程提供了一个新的有效途径。

### (3) 奇异有限元<sup>[1]</sup>

在线性断裂力学中,有需要用形状函数来分析奇异应力场的问题。奇异点处理问题的发展,主要是由于断裂力学分析的需要。

在有限元分析中有很多方法表示奇异点。最通用的是采用本身有奇异点的形状函数,或在某一符合情况的奇异函数上叠加通常的总体有限元分析,而最有意义的工作是利用等参元获得有适合要求的奇异性的形状函数这一类方法。对于奇异函数上叠加有限元分析而言,Benzley曾把研究单边裂纹受拉板的应力强度因子问题用三类不同类型的有限元予以处理,缺点是需要在不同的域内有不同类型的单元,从而增加相当大的工作量。Henshell和Barsoum分别发现使应力具有奇异性的等参元,但Hibbit又发现应力的这种奇异性只是顺着角点射出的边线方向才能存在,顺着角点射出的其它直线方向并不具有这种奇异性,就这基本上推翻了Henshell等的发现。接着Barsoum利用收缩折叠等参元克服了这个困难。Lynn和Ingraffes建议为了改进计算精度,在奇异有限元和普通有限元之间再加上一层过渡有限元,这也是用等参元求得的。总之,奇异有限元用在断裂力学分析上还只是开始,一般只限于处理简单的拉板的横向边裂缝问题,其它平面裂缝和三维裂缝问题很少处理。

### (4) 非线性有限元<sup>[1][8]</sup>

随着线性有限元法日臻成熟,人们注意力就更多的转向非线性有限元。航空、宇航及核工业的发展,促使大量非线性问题的研究取得重大进展,并日益扩展到其它工程领域。

非线性分析开始是在材料和几何两方面同时而分别发展的,以后才组合在一起。在材料非线性方面,最早发展的是初应变法,它是由Padlog、Argyris和Jensen等人发展起来的,Witmer对方法的应用作了总结。稍后发展了切线模量法,它是由Pope、Swedlow和Yang以及Marcal、King等人发展起来的。Marcal比较了这两种方法,发现两者极为相似。

按照对结点不平衡力的不同处理方式,目前已有的非线性方程组常用解法大体上可分为四类:精确解法、初值法、一阶自校正法和二阶自校正法,但其本质只有迭代重演和逐步求解两种。Besseling和Felippa曾总结研究了各种解法,比较了它们的优劣,总体说,各种解法都已明确定型,常用的可粗分为切线刚度法和Newton-Raphson迭代法,或者这两类方法

的混合。切线刚度法由于简单、易于实现，而且还可以得到较好的效果，所以在早期的非线性有限元分析中，得到了广泛的采用。它的代价是载荷增量必须取得很小，否则由于在线性化过程中所引起的误差，将导致计算结果偏离正确解，增量的步长愈大，偏离就愈严重。为了提高计算结果的精确度，不得不缩小步长，增加计算时间。Newton-Raphson法适合于求解高度非线性问题，已卓有成效地应用于非线性代数方程组和超越方程组的解。由于切线刚度矩阵在每次迭代中都要修正，因此仍然是费时的，为此，后来又提出了修正的Newton-Raphson方法。

为了能加大增量的步长以减少计算时间，有人提出了一种改进后的解法，即把切线刚度法和Newton-Raphson方法结合起来，在执行三、四步切线刚度法之后，再施加一次Newton-Raphson方法，以期把漂移出去的计算值纠正过来。另一种交替的方法是一阶自修正法，它的算法的递归形式与Newton-Raphson方法极为相似，故又称为具有一步Newton-Raphson校正的增量法。实践证明，一阶自校正法或切线刚度法与Newton-Raphson方法的混合，由于每隔一步或三、四步之后都要校正一次偏差，所以载荷增量可以取得稍大。

Felippa用一种称之为“两步法”的解法来求解增量的刚度方程，实际上这也就是微分方程数值解法中的修正欧拉法。它的优点是每一增量步中只需迭代两次；缺点是不易获得预期效果，在非线性程度很高时尤其如此。

目前认为，修正的Newton-Raphson方法、一阶自校正法和二阶自校正法对于几何非线性问题是适用的；对于材料非线性问题则一阶自校正法较好，对于几何和材料非线性的组合，如前者占优势则采用二阶自校正法，如后者占优势则采用一阶自校正法。

最近几年，结构非线性分析方面作出了不少理论和计算方面的成果和成功的实际应用，许多种计算机分析作业已完成，也已编制出一批通用计算机程序。将有限元法推广到几何非线性和材料非线性问题的研究中去，也已在不少实用性模型和设计方法中体现出来，不过这方面仍有大量工作要做，例如复杂元素的几何刚度矩阵的推导，寻求能提高计算精度、缩短计算时间、减少计算费用、扩大解题能力的新的解法；和时间有关的非线性分析方法以及编制高功能的通用和未用计算机程序等。

#### (5) 有限元程序<sup>[12]</sup>

五十年代和六十年代初期，在工业部门尤其是航空工业部门，随着计算机和有限元的发展，出现一批单一目的的小型有限元分析程序，到六十年代中期就出现了一些大型通用分析程序如ASKA、NASTRAN、ASAS等。六十年代和七十年代初是大型结构分析程序蓬勃发展时期。1974年在马里兰特大学召开的国际结构力学软件会议上，调查和评价了美国各大公司、研究所、大学使用程序的情况，当时得到广泛应用的程序有：ANSYS、BERSAFE、BOSOR、ELAS、MARC、NASTRAN、PAFEC、STRURL、ADINA、SAP等。七十年代以来，除个别程序系统外都组织了专门的机构或用户集团来继续支持这些系统的维护、修改和发展，不断的更新单元，增加新的内容，扩大解题功能，有的几乎每年都有新增加的内容，如MARC到1980年已发展到MARC-K(从A开始)，ASKA到1978年已发展到ASKA-E，SAP已发展到SAP-8，NASTRAN已发展到文本48等等。

在有限元应用软件发展的同时，计算机硬件也在飞速发展，主要特点是容量大、运算速度快，而价格却不断下降。程序系统的价格已超过计算机价格的许多倍。由于研制新程序的投资很大，而且一旦用户熟悉了某些程序后一般不愿轻易改用新程序，所以七十年代后期程



序的发展比较缓慢。

目前国外主要是对一些老程序改进完善,不断扩大其功能和使用范围用来解决更多的工程实际问题,如弹塑性、大变形、热弹塑性、高速冲击、裂纹扩展等等;从程序结构上力图使程序结构化、模块化、层次化、标准化,以便于程序的调试、维护、修改和补充。因此六十年代、七十年代发展起来的程序系统,在目前使用中仍占主导地位,依然不断有新的文本出现。七十年代后期,一个明显的动向是这些程序纷纷向小型机、微型机上发展,国外许多大型程序的编制者正致力于这一工作,有些还将这些程序与优化设计、CAD连在一起。

在程序编制技巧上也有相当的进展,更多注意了矩阵带宽优化、复盖技术、自动划分网格、前后处理、数据自动生成、子结构技术等,这些处理技巧方便了用户,节省了机时。

实践证明,要解决机械产品的强度问题,有时只从固体力学方面进行研究是不够的,如水轮机、汽轮机叶片的强度研究与流体力学有关。热加工过程的残余应力分析,必须结合温度场、弹塑性应力场等来分析。因此,有限元程序的发展将更多地适应这些跨学科内容的研究,以综合解决工程实际问题。

## 2.有限条法<sup>[9][10]</sup>

对于具有复杂边界和材料特性的连续体,采用有限元法进行分析已得到广泛应用,为解析法向离散法发展提供了一个强有力的工具,但由于将连续体剖分为极多的离散的单元,相应要耗费大量人力与时间来进行输入数据的准备和输出数据的整理,并且由于未知数非常多,计算机的容量往往不能满足,或者因计算时间太长而不经济;而传统的解析方法则无需大型计算机,但只适用于边界和材料性质较简单的情况,因此结合两者之长,采用半解析半离散的方法,是连续体力学的一个发展。有限条法就是六十年代发展起来的连续体半解析法之一。

有限条法是 Канторович 法的应用,首先用于结构力学的是 Папкович 和 Власов。有限条法的第一篇文章是张佑启(Y.K.Cheung)提出的,他用矩形条带研究两端简支和一端简支、一端嵌固的平板弯曲问题。后来 Bucco 等人把有限条法推广应用于分析板的挠度轮廓线方程为已知的任意形状的平板。Fan 提出矩形样条受弯条带,并用它分析点支承平板。有限条法是分析矩形或曲线形板桥的理想工具,板桥两端通常为简支。该方法已推广应用于夹层板的分析和中等厚度板的分析,以及计及对厚板非常重要的横向剪切效应时厚夹层板的分析,将热应变作为初应变就能分析温度梯度作用下的平板。Turvey 和 Wittrick 以及 Przemienieck 用有限条法计算了平板部件的初始屈曲应力。最近 Plank 和 Wittrick 发展了 Przemienieck 的方法,他取消了对局部屈曲波型的限制,而且容许更一般的应力状态。Cheung 和 Swaddhipong 完成了构架的稳定性分析,使用了有限元-有限线混合法。把有限条和有限棱柱体结合起来成功地分析了异型夹层板。在非线性领域的应用还研究得很少。Delcourt 根据 Von Karman 的假设,按增量法和 Newton-Raphson 方法用板壳条带对薄壁结构作了几何非线性分析。最近 Cheung 和 Lan 发展了增量有限条法,证明此法可用于有强非线性的一些问题。香港大学张佑启教授六十年代以来研究有限条法,解决了许多重要的实际问题,并有专著。

## 3.加权残差法<sup>[6][7]</sup>

现代的加权残差法是一种利用计算机求工程问题微分方程式近似解的数值方法。国外传统用于解算流体力学、热交换及化工问题等,也用来解算固体力学问题,但这还只是近些年的工作。按照权函数的不同形式,目前加权残差法有五种不同的基本方法:

(1) 最小二乘法。作为解微分方程的一种手段,始于1978年的 Picone。此法较烦琐,但所得精度较高。

(2) 配点法。是加权残差法中最简单的一种,在怎样配点及怎样处理点值的方法方面又发展了:

1) 最小二乘配点法。此法已发展到可以方便地使用计算机进行计算的地步,分为连续型及离散型二种,可用于复杂形状的物体,方便迅速、准确、通用、程序简单,应予以重视。目前国外已用于数学、弹性力学、应力集中、热弹性、热传导、流体力学等问题;

2) 边界配点法。用于微分方程容易满足,但边界条件较难满足的情况;

3) 正交配点法。特点是计算系统化。适于使用计算机解高次近似问题,方便准确,可解微分方程初值问题,包括非线性微分方程。

(3) 子域法。优点在于可将被研究对象分割为有限个区域,国外多用于解流体力学问题。

(4) 伽辽金法。此法所得精度较好。

(5) 矩量法。一般不为人们所注意,初步认为此法较最小二乘法及伽辽金法为简便,精度也较配点法及子域法为好。

配点法及子域法可结合其它基本方法使用,国外已有离散型最小二乘法、子域配点法及配点伽辽金法等。

以上各种方法由Crandall总结称为加权残差法,Callatz称之为误差分配原理,Clymer及Braun总结了它用于结构问题,Vichnevetsky总结用于初值问题,Becker、Kaplan、Stacey、Fuller及Menely等人总结用于核工程问题。

加权残差法的主要优点在于:

- 1) 原理的统一性;
- 2) 不依赖于变分原理,即使泛函不存在也能解题;
- 3) 计算误差可知,残差即误差可指令计算机打印出来;
- 4) 计算方法简捷高效、准确通用、工作量少及程序简单等。

加权残差法近些年在固体力学方面的研究,国外未见到有较新的进展,值得一提的有Hopkins和Wait提出的解偏微分的配线法。用于分析薄板弯曲问题在线性问题方面国外并无出众之处,用于薄壳力学方面工作也很少,而用于解决薄板振动问题大多数属于非线性问题,已有初步成果。与有限元法相结合有伽辽金有限元法和配点有限元法。至于用于解大量边值问题、初值问题及特征问题都需进一步发展。

值得提出的是,1978年以来国内在固体力学加权残差法方面的研究工作增多,绝大部分是线弹性平衡问题,个别已接触到非线性问题及动力问题。有人认为,国内加权残差法的研究工作,无论在数量、广度及深度方面都超过了国外,并且逐渐形成了计算力学的一个新的领域。

#### 4. 边界元法 (BEM)<sup>(5)(11)</sup>

边界元法是近十几年迅速发展起来的一种新的有效的数值计算方法,虽然它的基础理论(积分定理和积分方程理论)并不是完全新的,但近些年研究活动极为活跃。其主要原因在于它比迄今使用的数值分析方法更有可能降低计算费用。

在计算力学中有两类离散技术,一类是所谓“域法”,如有限元法和有限差分法;另一类

是所谓“边界法”，如边界元法。

边界元法可分为两种类型：直接法和间接法。直接边界元法最早的论文是1967年 Rizzo 和1968年 Rizzo 和Shippy的有关弹性静力学的论文。1978年英国Southampton大学的Brebbia的第一本有关边界元的专著问世。近几年来，以Brebbia为代表的科学家对边界元法的研究应用及推广作了大量的工作。到1984年已有20多本有关边界元的专著出版，并举行过六届边界元国际学术讨论会；从事这方面研究的国家主要有美、英、法、联邦德国、日、瑞典、西班牙等；已公开介绍或出售的边界元程序或程序系统，主要有英国的 Beasy 系统，可分析二维和三维的势流及应力问题，采用的是非协调单元；美国的STDYNL程序，可分析板的弯曲问题、平面框架的几何非线性动力分析以及土壤和结构的相互作用等；瑞典的BEMSTAT和BEMDYN程序，分别为二维弹性静力和动力分析程序；西班牙的PECET程序；法国的CASTOR程序系统等，还有更多的软件包。据Mackerle和Andersson报告，截至1984年1月已有80个边界元软件包被用于商业化。

目前，应用边界元法的学科领域有：数值数学、数学分析、固体力学、势流问题、热传导问题、扩散问题、波动问题、电磁场问题等。在固体力学中有关结构的弹性分析、弹塑性分析、粘弹性、粘塑性分析、热弹性、热塑性分析、材料非线性及几何非线性问题、板与壳的分析、结构动力分析、断裂力学分析、土力学问题、土壤与结构的相互作用问题、液-固耦合作用问题以及结构的优化设计等方面的许多问题都已成功地得到了解决。在机械工程中，诸如机器零部件的应力应变分析、复杂结构的应力集中分析及断裂计算、高温作用下部件的热应力计算、高速旋转的复杂部件的动应力分析、接触应力、机器内的气流或液流计算、轴承流体润滑计算等均可应用边界元法。总之，有关边界元法的研究，国际上正处于高潮，许多难点正在被克服，理论研究正在不断开拓新的领域和方法。

有限差分法、有限元法和边界元法是目前流行的三种离散化算法。有限元及有限差分法均可用来处理复杂边界，但却处理不好无穷域问题和应力梯度变化较大区域的应力分析问题，而边界元法则可成功地处理无穷域，又特别适用于解那种体积与表面积相比要大得多的结构，即可用少量面积单元代替大量体积单元。有些工程问题中不同区域具有不同的物理性质，显然采用混合模式最为理想，即联合使用不同方法，使它们在不同区域能各显其优点，从而达到取长补短的目的。基于这种思想，耦合问题的研究已有成效，边界元法正与其它两种数值方法相结合，人们已建立了这三种方法的统一数学基础，在推演阐述上不必再绝然分开，乃至可编成统一的计算机软件，使用户选用其中某一种解法或联合使用这些方法，已有不少例子是以说明这三种方法联合运用的好处。这种耦合方法研究是近年来国际有关学术界和研究工作者最感兴趣的问题之一，也是一个重要的发展动向。

边界元法在固体力学中的应用主要介绍以下几方面：

#### (1) 弹性静力学问题

直接边界元法用于弹性静力分析，最早在1967年，应归功于Rizzo。尔后Cruse对线弹性固体的二维、三维问题改进了边界元法，并使用三角形线性单元成功地解决了奇异积分问题。1976年Lachat和Watson引进了更高阶的边界单元提出了一个更加普遍的离散化，使精度和适用性大大提高，从而使弹性问题的边界元分析得以实用化和系统化。如果温度分布已知的话，非耦合的热弹性问题可看作为由相应的温度分布的体积力所引起的弹性静力学问题来处理，1977年Rizzo和Shippy用这种方法计算了核压力容器构件以及涡轮叶片的三维

热弹性问题。1981年 Chandouct 和 Coubignac 进行过轧辊热弹性三维分析。线弹性断裂力学中的应力强度因子和 J 积分都可用边界元法求解, 有人作过计算多种裂纹形状的应力强度因子的尝试, 比用域型解法花更少的时间得到更精确的结果。关于接触问题, 1981年 Andersson 等曾解过弹性体的二维接触问题, 分别考虑了接触后有摩擦和无摩擦的情况。三维弹性体的接触问题也用边界元法解过。其它如弹性扭转、弹性板弯曲等问题也同样可用边界元法求解。

### (2) 弹性动力学问题

用边界元法解动力学问题是一个值得进一步开发的重要领域。早在1966年 Doyle 已提出边界元法解弹性动力学的问题。1968年 Cruse 和 Rizzo 用边界元和 Laplace 变换相结合的方法求解了半平面内波的传播问题。Cruse 还把它应用于研究承受脉冲分布压力的半无限弹性体的瞬态响应问题。1981年 Manolis 和 Beskos 把 Cruse 的研究推广应用于稳态动应力集中问题并修改了 Laplace 求逆算法。Niwa 等人用类似方法计算过弹性土壤中隧道周围的瞬态应力问题。对这种瞬态弹性动力学问题, Cole、Kosloff、Minister、Tanaka 等人采用了更直接的方法, 把整个时间空间域离散成若干边界元和时间元, 用时间步长法数值求解。对于稳态弹性动力问题, 还可用付里叶变换的办法把时域化为频域, 对不同的频率用边界元法求解, 这是1978年 Dominguez, 1981年 Dominguez 和 Alarcon 提出的, 并用来计算基础的动刚度等问题, 1979年 Niwa 等人用来计算包含有单隧洞的弹性土壤的特征值问题等。1981年 Chuang 用这种方法计算过在地面运动作用下土壤的性能。1982年 Nardini 和 Brebbia 提出一种新的用边界元法计算特征值和特征向量的方法, 采用静力学中的 Kelvin 基本解以代替与频率有关的基本解, 然后把方程中表示惯性项的域内的未知位移的体积分通过适当的线性变换转到边界面上进行积分, 然后离散求解该特征方程组, 他们用这种方法计算过一个剪切墙的固有振动仅用了58个节点, 相应的SAP IV程序用了559个节点, 所得到的结果十分接近。

粘弹性问题也是与时间有关的问题。有人把 Laplace 变换用来解粘弹性问题已获成功。如 Rizzo 和 Shippy、Adey 和 Brebbia 分别研究了被一薄壁弹性管围绕着一根粘弹性圆柱体的时间依存性行为, 得到了良好的结果。

### (3) 非线性问题

用边界元法解非线性问题是以求解线性问题为基础的。自1971年 Swedlow 和 Cruse 发表第一篇有关增量法弹塑性边界元的论文以来, 有关的论文日益增多, 但这一论文奠定了增量法的基础, 把弹塑性问题的边界积分方程归结为与之相类似的线弹性问题, 不同之处在于最后所得的积分方程中含有因塑性变形的非线性所引起的伪外力项, 然后用迭代法求解。用这种方法 Riccardella 解过平面问题, Mendelsen 解过圆棒的弹塑性扭转问题和有切口梁的弹塑性三点弯曲问题。1977年 Mukberjee 给出了平面应变法的公式, 同一年 Kumar 和 Mukberjee 给出了塑性应变分量有关区域积分核函数的表达式。1978年 Banerjee 和 Mustoe 给出了基于初应力法使用等效体积力的塑性分析公式。1979年、1981年 Telles 和 Brebbia 给出了完整的弹塑性分析公式。有关粘塑性问题, 1982年 Gathie 和 Banerjee、Telles 和 Brebbia 也作过分析。

另一种所谓边界体积单元法是由日本人 Tanaka 提出的。这种方法是把预计在完全加载过程中可能会产生塑性变形的内部域和边界都划分为许多单元。节点未知量是由边界积分方程的体积分确定下来的, 联立求解一组含有节点未知量的方程式, 这些未知量来自边界及被离

散化了的内部域，因此在增量加载步长下不需要迭代。这种方法很值得重视。

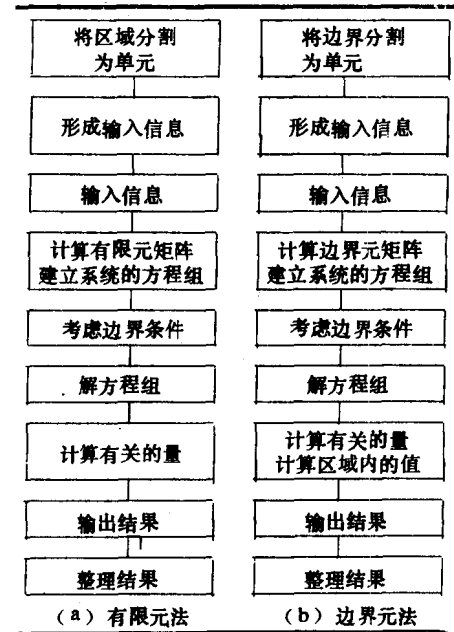
关于几何非线性问题，1982年Navati和 Brebbia也作过探讨，但还有许多问题尚未解决，尤其是几何、材料非线性并存的高次非线性问题。

表1、2是边界元法和有限元法的处理步骤和特点比较

表1 有限单元法和边界元法的比较

	有限单元法	边界元法
基本原理，公式	变分原理等	边界积分方程等
单元分割	将全部区域分割成单元	只分割边界为单元
单元数	多	少
输入信息	多	少
计算时间	长	短
适用范围	广	稍窄
矩阵	对称，带状	不对称，不稀疏
其它		容易处理无限区域、奇异应力问题 求基本解困难 靠近边界的点往往精度较低

表2 分析流程图的比较



由于边界元法和有限元法各有特点，而工程实际中又存在很多只用任何一种方法很难圆满解决的问题，因此如把两种方法结合起来，取长补短，则可能圆满地解决这类问题。这种耦合分析思想最早是在1977年Zienkiewicz等人提出来的，在解势流问题时提出了这种方法。后来又有一些人提出了不同的耦合方案和途径，而且用于固体结构的应力分析。到1984年已公开发表的有关两种方法耦合技术的论文只不过16篇，而且绝大部分是限于二维问题的耦合分析，可见这种分析技术尚在不断发展中。

## 二、设计方法

近廿年来由于工业技术的迅速发展，各工业发达国家都把工业产品的发展作为企业生存与竞争的重要手段，更加重视产品的先行研究与技术开发，广泛采用现代设计理论与设计方法，不断提高产品的研究能力和设计水平。现代设计理论和方法的运用，有可能在设计过程中综合运用各方面的研究成果对多方面的复杂因素进行分析及综合，对设计方案进行科学选择及评价，使设计更为准确可靠、有可能从过去经验的、感性的、类比的设计方法发展到科学的、理性的、立足于计算和分析的设计方法。因此，采用新的设计理论和方法，不仅能大大缩短周期，而且可使新产品设计成功率大幅度提高，使传统的工程设计包括机械产品设计从内容、手段到方法都起了革命性的变化。现代设计理论和方法究竟应包括哪些内容，还很难确切回答，但至少其中的优化设计、可靠性设计、计算机辅助设计等方面的研究给工程设



计以深远的影响，引起了人们的广泛重视。

### 1. 优化设计

优化设计是现代设计方法的一个重要内容，它以数学规划论为理论依据，充分发挥计算机的巨大能力，并把传统的设计内容和现代设计理论综合起来，使设计中尽可能全面地考虑多方面的复杂因素，在各种限制条件下，寻求满足预定目标的、最好的设计方案，它能综合处理并最大限度地满足对机械产品从不同角度提出的、有时是互相矛盾的经济技术指标（使用性能、强度、刚度、稳定性、重量、体积、精度、成本、功耗、可靠性等），以取得尽可能大的技术经济效益。

机械产品的优化设计必须建立在对设计内容深刻了解的基础上，必须全面了解机械产品的工作原理、特性参数变化规律、准确的计算方法和可靠的设计数据等内容，因此它必须与现代设计理论和方法以及各种试验测试手段结合起来，建立各种优化设计综合程序和优化设计程序库为设计部门服务。

目前国外许多大型计算机装有一个或几个非线性规划程序，数学规划的水平使得工程师们没有必要发展他们自己的程序，可以裁剪现有的程序以解决特定的设计问题。

### 2. 可靠性设计

范围很广，重点叙述疲劳强度的可靠性设计，见第三章。

### 3. 计算机辅助设计 (CAD)<sup>(13)(14)(15)</sup>

CAD也是现代设计方法的一个重要内容，但什么是CAD却还存在着争议。有人认为CAD是将人和机器混编在解题专业组中的一种技术，从而将人和机最好的特性联系起来；也有人认为CAD是将设计分析和辅助绘图相结合，并且加上对话式的人-机活动。笼统地说，CAD就是用计算机来帮助设计人员进行设计的方法。计算机对有关产品的大量数据资料进行控制、检索和管理，高速进行各种运算如有限元计算、优化计算等，通过草图和标准图显示，由设计者结合设计经验用交互式CRT和人-机对话语言直接对图形进行设计和修改，对设计方案实现综合分析和评价，以取得较好的设计结果。这些工作都是计算机通过各种软件和外围设备来实现的，因此大大提高了设计的自动化程度。

1963年春在美国计算机联合年会上麻省理工学院发表了五篇有关CAD的论文，给工程界以很大的震动。他们当时设想设计者坐在控制台前用光笔操作，从概念设计到生产设计以至于制造都可实现人-机对话，设计者可以随心所欲地对计算机所呈现的图形进行修改、追加或删除，这一设想现已在美国许多工业公司实现了。CAD的应用首先是从航空工业开始的，现已被广泛应用于各种机电产品以及建筑、水利等领域，在机械工业中应用较成熟的是汽车、机床、锅炉、透平压缩机、热交换器等产品以及齿轮、凸轮、轴、轴承、叶片、模具等基础机械零部件。据统计，CAD可使机械产品的设计周期缩短 $2/3 \sim 4/5$ ，工艺周期缩短 $4/5 \sim 9/10$ ，降低基建费用 $10 \sim 30\%$ ，改善经济技术指标 $10 \sim 15\%$ 。目前据日本普及CAD实况调查，实际应用的公司占 $38\%$ ，正准备用的约占 $68\%$ 。又据1980年的统计，美国有1500个左右的CAD站，西欧有150个CAD站，苏联已建立了13个自动设计系统，75个自动化设计方面的程序。据报道，目前一个完备的CAD站由计算程序、绘图程序和数据库三者之间的合理搭配组成。

CAD的专题叙述已超出本文范围。在此，各种结构分析计算程序仅仅是实现了数值计算，只是CAD过程的一个组成部分。值得注意的是近些年来国外一些大的计算中心和大企

业公司在开发各种计算分析程序的同时,进一步积极开发大型产品设计、强度评价的综合性程序系统。这种系统一般都有针对性,以提高某类产品设计技术水平和效率为目的,是目前工业发达国家进行产品竞争的重要手段,它由程序库、数据库和管理系统组成,用以解决某类产品的计算问题和强度评价。其特点:

- (1) 有解决各类计算问题的多种通用、专用程序,联合使用;
- (2) 有公共的数据库(材料性能、结构参数、各种标准数据、规范等),
- (3) 有较完整的前后处理、数据处理与检查、载荷处理、网格自动划分、图形处理、图形显示与绘制、结果输出等功能,有的还包括优化功能。
- (4) 有强度评价功能,从静强度、恒幅载荷下疲劳强度、累积损伤、工况载荷下疲劳寿命预测,到脆性破坏,材料缺陷判定,疲劳裂纹扩展的动态模拟等。

应用这种系统的设计完全自动化。所谓强度评价就是把判别结构破坏形式和失效分析在产品阶段就加以考虑,这是机械产品设计的革命性变化。

### 参 考 资 料

- [1] 有限元的最新发展,《力学与实践》1980.4
- [2] 当前有限元研究的一些发展趋向,《力学进展》1982.3
- [3] 有限元法的新进展,《应用力学》1983.4
- [4] 25年来有限元发展的回顾,《应用力学》(5)
- [5] 新的数值分析方法——边界元法,《应用力学》(7)
- [6] 加权残数法解固体力学问题,《力学与实践》1980.4
- [7] 加权残数法用于固体力学近年来的进展概况,《力学进展》1982.2
- [8] 非线性有限元,《力学进展》1980.2~3
- [9] 有限条带分析法,《应用力学》1983.2
- [10] 有限条带法,《固体力学学报》1981.3
- [11] 边界元法与其它数值方法的耦合,《应用力学》1983.5
- [12] Finite Element Systems——A Handbook
- [13] 机械强度数据库和程序库在产品中的应用,1982
- [14] CAD/CAM的现状と今后,《机械技术》1982.2
- [15] 机械CAD/CAM的今天和明天,《计算结构力学及其应用》1984.1
- [16] 有限元结构分析应用软件的设计与评价,《第一次应用软件学术会议论文》

## 第二章 实验应力分析

### 一、概 述

在产品设计中,有关强度的评定问题,早就引起工程界的极大关注,它可用多种计算方法和实验应力应变分析手段解决。在计算机技术和有限元等数值分析方法迅速发展和得到广泛应用的今天,有人对试验分析方法在设计中还有没有价值提出了疑问,曾出现所谓在设计中已毋需使用实验应力应变分析方法的论点,这种论点显然是错误的。人们已越来越认识到有限元法并非万能,因而实验应力应变分析法的应用更为活跃和扩大了。1977年美国MM公司的副经理怀特·海道在日本的一次座谈会上谈到:近些年来,实验应力分析工作以每年10~15%的速度持续增长<sup>(1)</sup>。发展之所以这样快,恰恰是因为计算机技术和有限元分析的飞速发展。随着分析工作的进步,提出了进行更精密设计的要求,这种要求又导致了必须进一步改善实验应力分析的结果。再则,随着工业的发展,对各种构件和装置的精度要求提高了,使用条件也变得越来越苛刻了。例如,随着国外的燃料涨价,美国汽车工业部门把大大减轻汽车重量作为最近3~5年的奋斗目标。在这种情况下,既要重量轻,又要性能好,还必须保证安全。在航空工业上,飞机也必须造得更加轻巧、安全;在土木工程方面,凭专门经验设计的倾向已不适用,必须转到严密探求内部应力的阶段了,如此等等。因此从保证强度设计和安全工作的角度来看,更需要具有较高技术水平的应力应变测量方法。

实验应力应变分析技术是应用力学必须的工具和分析方法不可缺少的指南,无论在基础研究领域或设计应用方面常广泛应用于结构的强度分析、材料试验、研制工作及监控、或者检验数值分析的结果和数学模型的合适性等,它和数值算法并肩发展着。

实验应力应变分析方法的值随着载荷条件,结构几何形状和材料特性的复杂而增加。在断裂分析情况中,更需要试验方法,因为现有的断裂理论并不总是能够预测在各种变化载荷和环境条件下疲劳寿命的强度。在系统控制,永久管理操作系统,象船舶、飞机、压力容器、坝、桥梁、高大的建筑物,反应堆以及其它工业范围都要引用实验应力应变分析方法。此外,除了习惯上的静力、动力和稳定性问题以外,有些甚至于用高度完善的数学方法也难以得到可靠结果的问题,例如大变形,载荷循环,冲击载荷,在固体中波的传播等要用实验方法进行研究。在结构材料的应力应变状态方面,要考虑非线性,塑性,粘弹性和粘塑性以及非均匀性和各向异性等特性也变得越来越重要了。但是到目前为止,除了实验应力分析方法以外,还找不出有什么更好的方法来决定和描述材料的这些特性。与此同时,实验应力分析方法还正在向医学及其它学科渗透。例如Durger和Coffman用应变计来研究树木的生理学特性,将应变计直接粘贴在树皮上来测出树干的周向应变,用应变随时间变化曲线来检测树木对水份、湿度和阳光的反应等<sup>(2)</sup>。

各种实验应力分析方法的比较见表3<sup>(78)</sup>。

### 二、电 测 法

实验应力分析有很多方法,诸如光弹性、云纹法、应力涂层法、镀铜法、X射线法、超声波法、激光法或全息干涉法等。但是最简便的方法还是电阻应变计法,它几乎不受测量条

表3 各种实验应力分析方法比较

测量法	项目	原理	优点	缺点	全或视逐场点	适用范围
电阻应变计		利用金属线电阻改变引起电流改变的原理测面内线应变	基本上可用于各种场合。精度高、容易定量、价廉且使用方便	电阻应变计稍长,不能测内部应力	逐点	适用于除内部应力测量外的一切场合。目前在实物上应用最广泛能进行远距离操作和室外实验,可进行多点同时测量
光弹实验法	模型光弹	利用高分子材料的双折射测量主应力差和主应力方向	对全场应力分布可一目了然,还可测量复杂物体的内部应力。最适于进行应力集中分析	是模型试验。设备的价格较高、实验较难做	全视场	最适于分析三维物体的内部应力 尽管是模型实验,但也能进行旋转体的分析 全场应力分布的条纹清晰可见,因此适合于(PR)向公众介绍情况
	光弹贴片法	把光弹树脂贴在实物上,用以测量实物的主应力差	可以了解实物特殊部位的全部塑性应变分布	灵敏度较低	全视场	在室外也能测量实物表层应变(特别是塑性应变)的全场分布。
云纹法和网格法		在试样表面划细线,根据其变形引起的云纹条纹、测量位移	在实物和模型上均可进行测量。在高低温下也可测量。可以测量大变形	灵敏度较低 表面需要研磨	全视场	在金属的触点附近也能进行塑性应变分析,故适用于材料试验 采用网格法,还可进行小区域的应变分析,还可测量面外变形
脆漆法		履涂脆性漆,根据应力引起的裂纹状态测量主应力的方向和应变	在实物和模型上均可测量。 价廉,使用方便	灵敏度较低 定量较难	全视场	常用于了解实物的全场变形分布 和电阻应变计同时使用,还可进行定量测量
X射线应力测量法		根据金属晶体晶格间距的变化测量应变	可对实物的残余应力作无损检测	仅能作表面测量,有放射性危害,价格高	逐点	在残余应力的测量中很有效
镀铜应力测量法		在试样表面镀铜,根据循环应力引起的黑斑点状态测量应变	适于测量疲劳试验中的应力之类的动应力。可以测量实物的小区域的应力	不能测静应力;灵敏度较低;定量较难	全视场	可测量机械在工作状态中的应力 可测量小区域的应力。
全息法		根据光的干涉和衍射所产生的条纹测量面外位移	适于振动振型的分析。无须研磨表面。在实物和模型上均可测量	需配有防振装置 价格昂贵	全视场	适用于振动状态的分析 可测量小的面外变形 不需研磨被测物体的外表面,在原有粗糙表面上即可测量
散斑法		根据光干涉引起的散斑条纹的移动,测量面内位移	可测量小的面内位移 表面无须研磨 在实物和模型上均可测量	需配备防振装置	基本上是逐点	可测量面内的微小位移(几微米以上)可测量表面无需研磨的木材和砖瓦等
电磁应变应力测量法		根据电磁应变效应产生的磁性变化测量主应力差	可以无损地测量实物的残余应力	测量元件长	逐点	适用于测量残余应力。比X射线安全
其它方法		①焦散法 ②再结晶法、腐蚀法 ③AE(发声射)法 ④超声波法 ⑤各种变换器	适用于测量应力强度因子 可测量金属材料裂纹附近的内部塑性应变  适用于裂纹初期扩展的测量  适用裂纹尺寸和裂纹初期扩展的测量 可应用各种变换器测量载荷、压力、扭矩和位移等			