

792717

3322

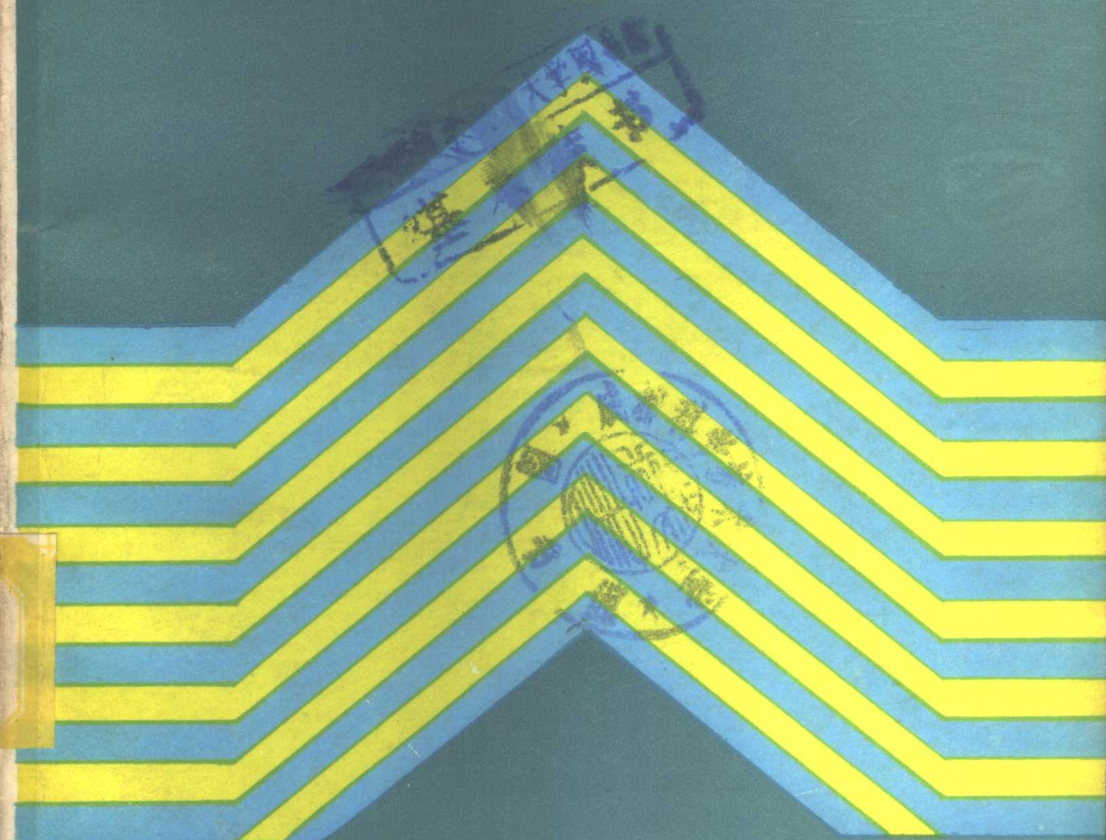
—

4732

高等学校试用教材

理论力学

胡守信 编



高等教育出版社

3321

792717

4732

3321
4732

高等学校试用教材

理论力学

6,1

胡守信 编

高等教育出版社

• 5

内 容 提 要

本书是根据综合大学理论力学教学大纲(1982年8月制定)编写的,包括静力学、点的运动学、刚体运动学、点的复合运动、质点动力学、动量定理、动量矩定理、刚体动力学、动能定理、非惯性系统中的动力学问题、分析力学基础、线性微振动理论等内容,可供综合大学力学、数学及计算数学专业作为试用教材使用。

本书由高等学校数学、力学编审委员会力学编审组委托北京大学吴林襄同志和朱照宣同志审阅。

高等学校试用教材

理 论 力 学

胡守信 编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 18.75 字数 450,000

1986年10月第1版 1986年10月第1次印刷

印数 00,01—66,150

书号 13010·01236 定价 3.35 元

序

本书是根据“综合大学力学专业理论力学教学大纲”(1982年8月制定)编写的供大学二年级学生使用的教材。

综合大学力学专业的教学计划提出,普通物理的“力学部分只要求能为物理课其余部分作准备,不要和理论力学重复太多。”考虑到这一点,在编写这本教材时,我们没有把理论力学看作普通物理力学部分的后继课程,而是设想学生很少或还没有学过普通物理。

我们设想使用本书的学生已经学过解析几何、线性代数、一年级的数学分析和常微分方程初等解法。但书中所用到的某些数学知识(如曲线积分等),学生也可能还来不及在数学课程中学到。只学过高等数学的学生使用本书不会有多大的困难。书中少量的用到矩阵运算的材料,都属于可以不讲的部分,略去之后并不影响基本内容的系统性。

根据经验,按教学计划规定的144学时(包括36学时习题课)可以讲完本书的80—85%的内容,使用本书的教师,可以根据情况适当地取舍内容。例如,如果力学专业开设了振动理论必修课,那么第十二章就可以舍去不讲;对数学专业、计算数学专业学生,第一章可以不讲或大大削减;如果普通物理的力学部分内容已经学了很多,则本书中的重复部分就可删去不讲。教师也可以根据需要和自己的习惯来调整讲授内容的次序,例如“力系的等效与化简”一节也可以提前到静力学中讲授。

例题和习题的安排以使学生掌握基本理论与概念,学会典型的作题方法为原则,只有少量的题较难,例题的数量略多一点,

以供教师选择,亦可供学生自己阅读.

书中每一段落之后的小结,仅供读者参考.由读者自己去做总结才是更好的读书方法.

本书是以编者在吉林大学力学专业、数学专业讲课时所用的讲义和1966年为数学专业编写的“理论力学简明教程”为基础写成的.这本讲义经吉林大学力学教研室的老师多次使用过,并寄送兄弟学校的力学专业(系).非常感谢校内、外的同行向编者提供了许多有益的意见.由于编者的水平和经验都不够,书中的缺点和错误一定不少,希望广大读者提出批评和意见.

本书的习题和答案由孙铮同志负责、并有朴淑贤、毛春田两位同志参加编写.插图由郭庆尧同志绘制.

本书稿由北京大学吴林襄同志初审,朱照宣同志复审,他们对原稿提出许多中肯而又宝贵的意见,对提高本书的质量起了重要作用,在此致以衷心的感谢.

编 者

1984.3.

目 录

绪论	1
第一章 静力学	6
§ 1.1 力	6
§ 1.2 平面力系的平衡方程	10
§ 1.3 平衡方程的一般形式(空间力系)	40
§ 1.4 摩擦	50
§ 1.5 绳索	59
§ 1.6 静力学的小结	64
第二章 点的运动学	68
§ 2.1 运动方程, 速度, 加速度	68
§ 2.2 速度、加速度在曲线坐标系中的分量表示	83
§ 2.3 加速度在自然轴系上的分量表示	96
第三章 刚体运动学	106
§ 3.1 刚体的基本运动——平动和绕固定轴的转动	107
§ 3.2 刚体的平面运动	114
§ 3.3 刚体绕固定点的运动	135
§ 3.4 刚体的一般运动	159
第四章 点的复合运动	164
§ 4.1 速度合成定理	164
§ 4.2 加速度合成定理	175
§ 4.3* 研究复合运动的矩阵方法	180
§ 4.4 运动学的小结	183
第五章 质点动力学	186
§ 5.1 质点动力学的基本定律(牛顿定律)	186
§ 5.2 质点动力学问题的类型和例题	194
§ 5.3 动力学方程的首次积分与守恒定理	207

§ 5.4 中心力场中质点的运动	219
第六章 动量定理	232
§ 6.1 动量定理	233
§ 6.2 动量定理的另一种形式——质心运动定理	240
§ 6.3 碰撞问题、冲量定理	252
§ 6.4 变质量质点动力学	263
第七章 动量矩定理及刚体动力学(I)	268
§ 7.1 动量矩定理	268
§ 7.2 刚体定轴转动的动力学	272
§ 7.3 相对质心的动量矩定理	286
§ 7.4 刚体平面运动的动力学	288
§ 7.5 动量矩定理的积分形式、碰撞问题的冲量矩定理	298
§ 7.6 从动力学角度看静力学和用静力学方法处理 动力学问题	302
§ 7.7 动量定理和动量矩定理的小结	306
第八章 动能定理	312
§ 8.1 功和功率	312
§ 8.2 动能定理	320
§ 8.3 位能、机械能守恒定理	332
§ 8.4 普遍的能量守恒和转换定律、关于三个普遍定理	341
第九章 刚体动力学(II)——刚体绕固定点运动及一般 运动的动力学	348
§ 9.1 惯性张量	348
§ 9.2 刚体绕固定点运动的动力学方程	354
§ 9.3 刚体绕固定点运动动力学的几个具体问题	359
§ 9.4 刚体一般运动的动力学方程	371
§ 9.5 力系的等效与化简	373
第十章 非惯性系统中的动力学问题	383
§ 10.1 非惯性系统中的质点动力学方程	383
§ 10.2 与地球转动有关的其它例子	389
§ 10.3* 非惯性系统中刚体动力学的简单例子	397

第十一章 分析力学基础	401
§ 11.1 约束	401
§ 11.2 虚功原理	410
§ 11.3 动力学普遍方程与拉格朗日(第二类)方程	427
§ 11.4 拉格朗日(第一类)方程	447
§ 11.5 正则方程	448
§ 11.6 哈密顿原理	452
§ 11.7 分析力学的小结	456
第十二章 线性微振动理论	459
§ 12.1 平衡的稳定性	459
§ 12.2 单自由度系统的振动	464
§ 12.3 多自由度系统的无阻尼自由振动	479
习题	493
习题答案	562
主要参考书目	587
索引	588

绪 论

力学是研究什么的

我们周围的一切事物,都是处于不断运动变化之中;我们周围的一切现象,都是物质运动的表现。

“运动,就最一般的意义来说,……它包括宇宙中发生的一切变化和过程,从单纯的位置移动起直到思维。”^①物质的运动有多种形式。对各种物质和各种运动形式以及它们之间相互转化的规律的研究,形成了科学的许多分支。力学是研究物质的一种运动形式(机械运动)的规律的科学。

机械运动,是指物体在空间中的相对位置随着时间而发生变化的过程。象车床上工件的旋转,刀架的移动,飞机、舰艇、车辆的运动,人造天体在宇宙空间中的运动,地球围绕太阳的公转和本身的自转,地震时地壳的振动,空气相对飞机的运动,地层中石油的流动等等,都是机械运动的现象。

机械运动只是物质运动的最简单的、最基本的形式。物理现象、化学现象、生物现象、社会现象则是物质运动的比较高级、比较复杂的形式。所有这些物质的运动形式都是互相依存的,可以互相转化。象摩擦生热、摩擦生电,都是机械运动转化为较为高级的运动形式的例子。在较高级的运动形式中也总包含有机械运动。因此,力学与自然科学的其它分支,特别是与物理学、天文学,有着密切联系。它可以说是最基础的学科之一。但是,物质的这些运

^① 恩格斯:《自然辩证法》,人民出版社,1971年版,53页。

动形式本质上又是互相区别的，高级的运动形式不能简单地归结为机械运动。例如，肺部呼吸气体的生理过程，虽然包含有气流进出这样的机械运动，但是总不能把肺和风箱等同起来吧！

还需要说明，这里所说的力学常又称为经典力学或牛顿力学。十九世纪末和二十世纪初的一些物理学的重大成就表明，牛顿力学是有局限性的。首先，它只适用于物体运动速度远小于光速的情形。在速度接近光速时，物体的运动规律要由爱因斯坦所提出的相对论力学来说明。其次，它的对象只限于由大量原子、分子构成的宏观物体。而微观粒子运动规律的研究则属于量子力学。

理论力学的内容

理论力学要讲述的是力学的最基本、最普遍的理论，并且以质点、刚体为重点讨论对象。对于刚体以外的质点组问题，理论力学中只讲述它的一般理论，而很少涉及具体质点组的特殊性质。象可变形的固体、流体等特殊的质点组力学问题已经形成力学的许多分支。在理论力学中一般不过多涉及。

按照所研究问题的性质，理论力学又可分为运动学、动力学和静力学三部分。运动学研究的是描述物体机械运动的方法。动力学研究机械运动的规律，研究物体所受的力与其机械运动的关系；它是理论力学的核心部分。静力学可看作动力学的特殊问题，它研究的是物体平衡的规律。

按照表述基本规律的方法不同，理论力学有向量力学和分析力学两套并列的理论系统。

力学理论与实践的关系

力学的发展史是人类通过“实践——理论——实践”的辩证过程认识物质机械运动规律的历史。

力学的发生和发展一开始就是由生产决定的。例如，建筑需要研究材料的受力状况，兴修水利需要研究水的流动规律，航海需要利用天体运动的规律来导航，战争需要研究炮弹的飞行，这些都大大促进了古代力学的发展。在近代，工程技术更向力学提出了层出不穷的问题，特别是航空工程、空间技术和原子能等尖端技术更加推动了力学的前进。反过来，力学从它诞生时起就成为生产发展的推动力。马克思曾把力学称为“大工业的真正科学的基础”。随着生产的发展，力学在工程上的应用也越来越深入，现在在绝大多数的工程（包括建筑、水利、交通、机械、采矿、冶金、化工、石油、军事等等）中，处处都需要力学。现代力学发展的另一个特点是和其它学科（例如天文、大气、海洋、地学、生物等）结合，产生出一些边缘学科，为人类改造自然、征服自然开辟了新途径。

生产对力学的推动作用还表现在它为人类认识自然提供了手段——科学实验的仪器。力学的基本概念和定律，是在大量的实验和观测的基础上，在研究了许多个别的物体运动规律的基础上，经过理论上的概括而形成的，并且又经过了反复实践，得到了证实和发展。例如，我们熟知的万有引力定律就是根据开普勒的关于行星运动的三大定律和对月球运动的研究而提出的，这三条定律又是总结大量的天文观测资料而提出的，没有这些第一性的资料那就什么也得不到。牛顿万有引力定律提出以后，又被一系列的实验和观测（例如，海王星的发现、卡文狄许的扭秤实验等）所证实，万有引力定律才在力学中确立了它的地位。今天，人们可以按预定计划发射人造卫星和宇宙飞船，并且可以高度准确地预言它的运动情况，这充分说明了理论对实践的指导作用，也可以说是对牛顿万有引力定律再次作了有力的实验验证。

在形成力学概念、建立和运用力学理论的过程中，抽象化的方法是很重要的方法。任何一个实际的自然现象都和周围有很复杂

的联系。就拿熟知的自由落体问题来说，实际上影响落体运动的因素除其本身的重力外，还有空气阻力，影响阻力的因素又有物体的形状、空气的温度等各种参数。严格地说，就是物体的颜色也会影响光照射于物体上产生的压力。但如果不管“西瓜”、“芝麻”，只要与这一问题有点关系的因素都要考虑进来，那就无法着手研究问题了。因此，我们必须在被研究问题的有关各种因素中，找出那些主要因素，舍去次要因素，即用抽象化的方法把问题适当简化、理想化。

在力学中，运用抽象化方法的一个例子就是用质点、刚体等理想模型去代替实在物体。所谓质点，就是有质量的几何点；刚体则是有一定大小但不发生变形的物体。它们是分别舍去了物体具有一定的大小和形状、物体可以变形等特征而得到的理想模型。例如，当研究地球在太阳系中的运动轨道时，虽然在我们看来地球已是其大无比的了，但是与它运动的空间范围比较起来仍然是很小的，我们关心的又不是地球的转动，因此这时仍然可以把它看成一个质点。

正确地运用抽象化的方法，并不是脱离实际，而是使人们的认识更能反映事物的本质。正如列宁所说的：“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时，它不是离开——如果它是正确的——真理，而是接近真理。物质的抽象，自然规律的抽象，价值的抽象及其它等等，一句话，那一切科学的（正确的、郑重的、不是荒唐的）抽象，都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”^①

牛顿力学是自然科学中相当成熟的一部分。成熟的标志是它的基本规律可以严格地用数学方程来表示。因此，在力学中经常要用数学演绎推理的方法，也就是从表达基本规律的数学方程出

① 《哲学笔记》，列宁全集三十八卷，人民出版社1960年版，181页。

发,再考虑到具体问题的具体特点,经过数学推导,以得到某些具体的定理和结论,或者对在实际中尚未见到的现象作出预测.解决力学问题的重要途径,是先把力学问题化为一个数学问题,然后再解决这个数学问题.过去不少力学问题难以解决,往往“卡”在数学上.在矛盾越来越尖锐的时刻,电子计算机出现了.它给力学工作者送来了现代化的计算手段.有了它,过去一些看作莫大难题的力学问题,现在已经成为很普通的问题了.过去长时间不敢碰的禁区,现在已具备了进行探索的条件.它甚至还取代了一些常规的实验方法.计算手段的变革,使力学学科面貌一新.在它的影响下,一门新的分支学科——计算力学——已经崛起.

当然,并不是说一切力学问题都可以用数学演绎法来解决.力学从本质上说仍然是一门实验科学,实验方法仍然是它的一个基本方法.有些力学问题的数学模型还没有建立起来,我们还不知道用什么数学方程来表达它的规律,更谈不上去怎么计算了.对这些问题来说,首要的是通过实践积累材料,或者试着提出各种各样的模型,看看哪一个能得到实验的承认.有些问题过于复杂,实验常常是解决这些问题的仅有的方法.即使是那些可以应用数学演绎方法的问题,也必须注意到它的数学模型必须比较符合客观实际.举一个浅显的例子,我们在研究地球的自转时,把地球看成刚体,而在研究地震时,就至少要把地球作为弹性体.如果这时还把地球当成刚体,懵懵懂懂地去做数学演绎,只能得出一些不符合实际的、可笑的“理论”结果.

第一章 静 力 学

静力学讨论的是物体平衡规律的问题。所谓物体平衡，一般就指它相对于某个惯性系统^①(常常指地球)处于静止状态。

静力学是最古老的科学理论之一，但它仍然是许多力学分支(如结构力学)和工程技术的理论基础。不动的房屋、桥梁当然处于平衡状态。即使用起重机吊起重物或开动机器，使原来处于静止状态的物体动起来，也同样需要研究物体的平衡规律。

平衡是物体的一种特殊的运动状态。从辩证唯物主义的观点看来，物质的运动是绝对的、无条件的，而一切平衡和静止都是相对的、有条件的、暂时的。譬如，房屋的静止状态是相对地球来说的，同时它也随着地球在太阳系中运动着。地壳的振动、车辆的运行、风的作用等因素也时时引起它的微小振动。整体的力学意义上平衡，更不妨碍它内部的分子、原子、电子有各种形式的(热的、化学的等)运动。

§ 1.1 力

力的概念是人们在社会实践中自然而然形成的，是人们最熟悉的概念之一。例如我们知道，任何两个物体接触时，它们之间都有力(可能等于零)相互作用。我们还知道，任何两物体不接触时也会相互吸引。这种超距离的吸引力称为万有引力。地球上物体的重量是重力的大小，而重力大体上与地球对物体的万有引力

^① 惯性系统的概念见 § 5.1.

相等。

(一) 力的基本要素

各种各样的力都是物体与物体之间的相互作用，这种作用使得物体的机械运动状态发生变化，或者使物体发生变形。这是力的共性，也可以作为力的定义。

实践表明，力对物体作用的效果取决于力的大小、方向和作用点。这三个因素中任何一个因素改变时，力对物体的作用效果一般就因之而变。因此，大小、方向和作用点就成为表明力的差别性的三个基本要素。

力的大小表明物体间的(机械)作用的强烈程度。为了量度力的大小，需要先取定力的单位。我国的法定计量单位^①以国际单位制(SI)为基础。在SI制中，力的主单位是牛顿(N)，或简称牛，工程中常用单位是千牛顿(kN)，或简称千牛。以前我国曾以米制(即公制)为基本计量制度。米制单位中有物理学中使用的CGS(厘米-克-秒)单位制，MKS(米-公斤-秒)单位制和工程单位制。SI制实际是MKS制的扩大，就力学量来说，这两种单位制所用的基本单位，即基本量的主单位，是一样的。工程单位制中力的基本单位是公斤力(kgf)，常用单位还有吨力(tf)， $1\text{tf} = 1000\text{kgf}$ 。本书使用SI制，适当介绍工程单位制。这两种单位制中力的单位换算关系是， $1\text{kgf} = 9.80665\text{N}$ 。

力具有方向性是不言自明的。

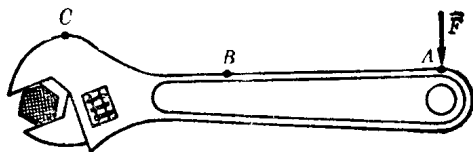


图 1.1

^① 1984年2月27日国务院命令实行。

同样大小和方向的力,如果作用在物体不同地方,也可产生不同的效果。例如,用扳手拧螺丝钉时,力作用点放在点 A 比点 B 要省力,若力作用在点 C ,就拧不动了(图 1. 1)。

所谓力的作用“点”,它通常是一块体积或一片面积。例如,重力是分布地作用在物体的每一体积元素上的。作用在水坝上的水压力、作用在机翼上的空气压力以及两块固体之间的接触力都作用在一片面积上。如果这片面积较大,就形成分布力,象水压力就是这样。在很多问题中,力作用的面积很小,可以把力看成作用在一点上,这种力称为集中力,该点称为力的作用点。

力除了有一定大小和方向外,本节下一段还要说明,它按照其自身的物理意义遵守平行四边形加法规则。象这样的物理量称为向量。在力学中,还有一些物理量,如速度、加速度、角速度、动量等,也都是向量。

在几何中,有一定大小和方向的向量常用一有向线段来表示。对于力向量,还用线段的始点或终点表示它的作用点(图 1. 2)。这样,力的三要素用一有向线段可以很直观地表示出来。

力向量也用一般向量的符号,如 $\vec{F}$ 、 $\vec{P}$ 等或黑体字母 $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 等来表示。但通常向量的符号只表示该量的大小和方向这两个要素。

力向量的第三个要素——作用点,需要另作说明。同样,我们说力 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 相等, $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$, 按照向量相等的定义,只意味着 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$ 的大小和方向相同,而它们的作用点可能并不相同。就是说,两力相等未必是同一个力(图 1. 2)。

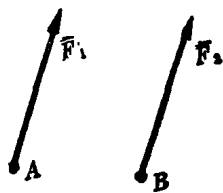


图 1. 2

(二) 作用点相同的几个力(共点力系)的合力

在实际问题中,物体往往在几个力同时作用下运动,我们常需讨论同时作用于物体的许多力对物体运动产生的总的效果问题。

先讨论一个简单的情形：几个力作用点相同，一般的情形以后再讲。

假定有两个力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 同时作用在物体上的 O 点(图 1.3)，它们对物体的运动(包括平衡状态)会发生怎样的影响？人们根据大

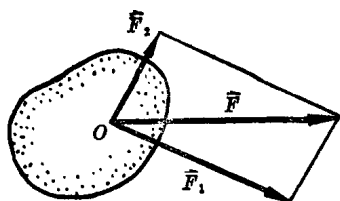


图 1.3

量的经验并通过科学的实验发现，这两个作用于 O 点的力所产生的效果和一个作用于 O 点的力 $\vec{F}$ 所产生效果一样，这个力 $\vec{F}$ 的大小和方向由力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 为边所构成的平行四边形的一根对角线表示(见图 1.3)。或者，把 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 首尾相连(次序无关)，然后以第一个向量的始点为始点，以第二个向量的终点为终点作一个向量，它就是力 $\vec{F}$ 。力 $\vec{F}$ 称为力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 的力合。 $\vec{F}$ 正是向量代数中定义的 $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ 的向量和。记成

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (1.1-1)$$

假定有几个力 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ 同时作用于物体上 O 点，则几个力联合作用的效果和一个力 $\vec{F}$ 单独作用的效果相等，这个力 $\vec{F}$ 的作用点仍然在 O 点，而且 $\vec{F}$ 是那几个力的向量和，即

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_i \vec{F}_i \quad (1.1-2)$$

$\vec{F}$ 是这几个力的合力。从图形上看， $\vec{F}$ 就是把几个力一一首尾相连(次序无关)，然后以第一个向量的始点为始点，以最后一个向量的终点为终点作成的向量。

应当牢记，上两式中的加法，不是数量的加法，而是按照上述规则(称为平行四边形加法规则)进行的向量加法。式中的等号，是向量的相等，它也有别于数量的相等。

既然作用点相同的几个力联合作用的效果和合力 $\vec{F}$ 单独作