

第三次修订版

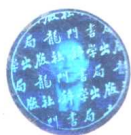
丛书主编 希 扬

主 编 屠新民 陈 杰

初二数学

同步
导读

走向
清华
北大



龍 門 書 局

www.sciencep.com

走向清华北大·同步导读

(第三次修订版)

初二数学



主编	屠新民	陈杰	
编者	屠新民	陈杰	陈星
	马建民	陈延秋	刘宜鸿
	李丽琴	杨元亮	凯临
	李晓斌	兰社云	岳林宝

主编寄语

清华北大是科学家的摇篮——上清华北大，初中打好基础。

——希扬

龍門書局
北京

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64034160 13501151303(打假办)

邮购电话：(010)64000246

图书在版编目(CIP)数据

走向清华北大同步导读. 初二数学/希扬主编;屠新民,陈杰
分册主编. —修订版. —北京:龙门书局,2003

ISBN 7-80111-953-3

I. 走… II. ①希…②屠…③陈… III. 数学课—初中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2003)第006755号

责任编辑:曾晓晖 李晓宏

封面设计:郭建

龙门书局出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市东华印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2000年6月第一版 开本:890×1240 A5

2003年6月第三次修订版 印张:11 1/2

2003年6月第三次印刷 字数:356 000

印数:358 001—368 000

定 价:13.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

走向清华北大·同步导读

丛书编委会

主 编：希 扬

副 主 编：（以姓氏笔画为序）

王宏朋 王振中 王崇华

卢浩然 许维钊 孙红保

杨冬莲 张 锐 季广生

赵银堂 屠新民 程 里

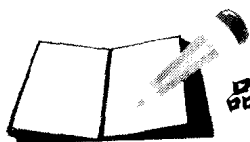
编 委：吴振民 刘金安 岳自立

刘炳炎 樊学兵 金永强

牛尔为 德 生 向 荣

王鸿尤 梁 丰 济 群

执行编委：曾晓晖



品牌越世纪，书香二百年

——《走向清华北大·同步导读》修订版序

“我要上清华！”“我要上北大！”这是时代的强音，是立志成才报效祖国的莘莘学子发自心底的呼声。1998年，在文教图书界享有盛誉的龙门书局应时推出了鼓舞人心、大气凝重的《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书，在强手如林、竞争激烈的图书市场异军突起，好评如潮。丛书主编曾应邀在北京图书大厦及全国各大城市中心书店签名售书，又掀起一股股小波澜。

2000年，为了响应教育部全面推行素质教育、培养创新人才的号召，龙门书局又隆重推出了《走向清华北大·高考阶梯训练》丛书的姊妹篇——《走向清华北大·同步导读》丛书。

《走向清华北大》以她特有的风采，风风火火地走过了五个春秋，其销售量已达50余万套，她响亮的名字给人以鼓舞、她厚重的内容给人以自信、她所激发的灵感给人以无穷的智慧。无数莘莘学子因为有了她步入了理想的殿堂——圆梦重点高中、重点大学。

这套与现行教材同步的丛书，以能力培养为目的，以教育部最新教改精神为准绳，以最新教材为依据，精心编纂，自成一家。她具有“三名”“一新”的显著特色。

“三名”即名家策划、名师主笔、名社出版。

为了编纂一套高质量的教辅书，以便为全国重点院校培养更多人才，龙门书局特邀了教育界有影响的专家学者研究、策划，并编制蓝图与提纲；又聘请了多位工作在教学第一线的“高分老师”，尤其聘请了辅导高考卓有成效，每年都为清华北大等名校输送很多新



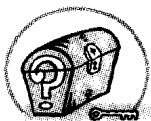
生的特、高级教师撰稿；再由久负盛名的龙门书局出版，构成了本书的“三名”特色。

“一新”即体例新，使本书别具一格，书香四溢。

在铺天盖地的教辅书世界里，最难作假，最逃不过读者明眼的，应该是书的质量。龙门书局在广泛调查文教图书市场之后，引发了新的思考，在博采众长的基础上，设计了科学、高效、实用、创新的新体例。同时，将试题中基础题、中等题和难题的比例设计为5:3:2，以便拉开档次，使高材生脱颖而出。50余万套的销量正是这套丛书质量的体现。

2003年新版的《走向清华北大·同步导读》丛书，将以崭新的面貌走到读者面前，请接受她的爱吧，您的学习将因为有她而变得更加精彩。

希 扬



修订版前言

2003年是教育改革和教材改革力度最大的一年,中学教材进行了较大的改革和更新。《走向清华北大·同步导读》紧跟教改形式,保持了与现行最新教材同步到节(课)的特点,以全新的教学理念指导丛书的全面修订与内容更新,必将成为广大中学生不可多得的教学辅导用书。

丛书发行五年来,销量已达数十万套,颇受广大读者欢迎与厚爱。此次修订在保持内容的新颖性、同步性的基础上,对丛书的有关栏目、例题、习题进一步更新并加以整合,突出名师和读者的互动关系,形成作者与读者之间零距离的交流,使之更加贴近学生实际。修订后丛书的主要特点有:

每章依照课本的节(课)同步写成。每节(课)中设有“知识要点聚焦”、“重点问题点拨”、“高(中)考样题例释”、“高(中)考误区警示”和“创新互动训练”五个栏目,解读高(中)考的考点,剖析知识学习的重点与难点,点拨典型题型的解法,介绍解题技巧与方法,使读者在阅读典型例题以及创新互动训练过程中,形成渐悟、顿悟,最终大彻大悟,提升学识与能力。

每章的结尾附一套“考名校检测题”,用于检测学习效果与能力,指导读者循序渐进,脚踏实地,一步一个脚印地考上清华北大等中华名校。

总之,在修订中我们全面吸收了近五年高(中)考试题和各省、市模拟题的精华,充实到本丛书中,并且将我们数十年教学经验和指导学生所积累的宝贵资源倾囊而授,盼读者从本书中汲取知识精华,百尺竿头更进一步,跃上龙门,金榜题名。



目 录

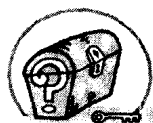
代数部分

第八章 因式分解	1
8.1 提公因式法	2
8.2 运用公式法	9
8.3 分组分解法	16
*8.4 十字相乘法	22
考名校检测题	30
第九章 分式	33
9.1 分式	34
9.2 分式的基本性质	39
9.3 分式的乘除法	46
9.4 分式的加减法	53
9.5 含有字母系数的一元一次方程	60
9.6 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	66
考名校检测题	74
第十章 数的开方	78
10.1 平方根	79
10.2 立方根	87
10.3 实数	93
考名校检测题	102
第十一章 二次根式	106
11.1 二次根式	107
11.2 二次根式的乘法	116
11.3 二次根式的除法	126
11.4 最简二次根式	136
11.5 二次根式的加减法	143



11.6 二次根式的混合运算	151
11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	160
考名校检测题	169
几何部分	
第三章 三角形	173
3.1 三角形	174
3.2 全等三角形	182
3.3 尺规作图	197
3.4 等腰三角形	202
3.5 勾股定理	217
考名校检测题	228
第四章 四边形	233
4.1 四边形	233
4.2 平行四边形	241
4.3 梯形	259
考名校检测题	272
第五章 相似形	276
5.1 比例线段	276
5.2 相似三角形	288
考名校检测题	307
参考答案	312

代数部分



第八章 因式分解



导言

本章主要内容是因式分解的意义及因式分解的四种基本方法.

因式分解是整式乘法的逆变形. 因式分解的结果须满足下列条件: ①积的形式; ②每一个因式都是整式; ③随着数范围的扩大, 因式分解的结果也不相同, 现阶段在有理数范围内的分解, 必须保证每一个因式不能再分解.

因式分解的四种基本方法: ①提公因式法. 这是因式分解最基本的也是最常用的方法, 其关键是找出多项式各项的公因式. 公因式的系数取各项系数的最大公约数, 字母取各项相同的字母, 并且各字母的指数取最低次幂. ②运用公式法. 将五个乘法公式反过来运用就得到了因式分解公式. 用公式法因式分解的关键是要熟悉各公式的形式和特点, 根据多项式的项数、次数来选择运用公式. ③分组分解法. 它是为提公因式法和运用公式法来创造条件, 即把多项式各项先适当分组, 分组后能够提公因式或适用于某一公式进行因式分解. ④十字相乘法. 它是分解二次三项式的一种常用方法, 可将二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的二次项系数 a 及常数项 c , 分解为两个因数的乘积, 如:

$\begin{array}{cc} a_1 & c_1 \\ & \times \\ a_2 & c_2 \end{array}$, 然后按斜线交叉相乘, 若有 $a_1c_2 + a_2c_1 = b$ (一次项系数),

则有:

$$ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2).$$

由于因式分解题型广泛,方法灵活,所以熟练地掌握这四种基本方法,具体问题具体分析,合理地运用是非常重要的.同时这部分内容将在分式通分和约分时有着直接的应用,在解方程以及三角函数式的恒等变形等方面也经常用到.因此,读者应给予足够重视.



8.1 提公因式法



知识要点聚焦

- (1) 了解因式分解的意义和要求;
- (2) 理解公因式的概念;
- (3) 掌握提公因式法的概念,并且能够用提公因式法分解因式.



重点问题点拨

1. 因式分解的意义

因式分解是整式乘法运算的逆过程.例如:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

是乘法运算,将它反过来,即

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

就是因式分解.

因式分解是一种恒等变形,把一个多项式化为几个整式的乘积形式,在变形前后,式子的值始终保持不变.

2. 因式分解的要求

- (1) 因式分解的最后结果,必须是几个整式的乘积.如:

$$am + bm + c = m(a+b) + c.$$

虽然这是恒等变形,但右端不是积的形式,最后一步运算是加法.因此不是因式分解.再例如:

$$x + 2 = \frac{1}{x}(x^2 + 2x) \quad (x \neq 0).$$

虽然右端是乘积形式,但是 $\frac{1}{x}$ 不是整式.因此也不是因式分解.

(2) 因式分解必须进行到每个因式在有理数范围内不能再分解为止.例如:

$$a^3 - a = a(a^2 - 1).$$

它的右端已满足 $a, a^2 - 1$ 的乘积形式,所以它是因式分解,但是 $a^2 - 1$ 仍然可以再分解下去:

$$a^2 - 1 = (a + 1)(a - 1),$$

所以 $a^3 - a = a(a^2 - 1) = a(a + 1)(a - 1)$.

所以有且只有 $a(a + 1)(a - 1)$ 才是正确答案.

3. 提公因式法

(1) 公因式

多项式中每一项都含有的因式,叫公因式.

例如,多项式 $xa + xb + xc$,这个多项式共有三项,每一项都含有因式 x ,因此, x 就叫做这个多项式的公因式.

再如,多项式 $8a^3b^2 - 12ab^2c$,这个多项式共有两项,第一项 $8a^3b^2 = 4ab^2 \cdot 2a^2$,第二项 $-12ab^2c = 4ab^2 \cdot (-3c)$,每一项都含有因式 $4ab^2$,因此, $4ab^2$ 就叫做这个多项式的公因式.

(2) 公因式的构成

公因式的构成如下:

- ① 系数——各项系数的最大公约数;
- ② 字母——各项都含有的相同字母;
- ③ 指数——相同字母的最低次幂.

(3) 提公因式法

将多项式中各项含有的公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫提公因式法.例如:

$$ma + mb + mc = m(a + b + c),$$

$$4x^2y^3z - 12x^3y^4 = 4x^2y^3(z - 3xy).$$

乘法分配律是提公因式法的依据.

在用提公因式法分解因式时,常有如下两个步骤:

第一步:找出公因式;

第二步:提取公因式.



中考样题例释

中考名题点评

例 1 分解因式 $-36x^3 + 24x^2 - 12x$.

点悟:如果多项式的第一项系数为负时,应提取负系数公因式,以使第一项系数为正,从而为继续分解创造条件.

解: $-36x^3 + 24x^2 - 12x = -12x(3x^2 - 2x + 1)$.

例 2 分解因式 $a^2(x-2)^2 - (2-x)^3 \cdot b$.

点悟:不难发现此多项式由两大项组成,即 $a^2(x-2)^2$ 和 $-(2-x)^3 \cdot b$,并注意到 $-(2-x)^3 \cdot b$ 提出一个负号后就变成 $(x-2)^3 \cdot b$,于是公因式就找到了.

解:
$$\begin{aligned} & a^2(x-2)^2 - (2-x)^3 b \\ &= a^2(x-2)^2 + (x-2)^3 \cdot b \\ &= (x-2)^2 \cdot [a^2 + (x-2)b] \\ &= (x-2)^2 \cdot (bx + a^2 - 2b). \end{aligned}$$

点拨:多项式中的公因式,有些比较简单,有些则比较复杂,需要进行一些运算才能发现公因式,但不能生搬硬套.记住下面结论是有益的:

当 n 为奇数时 $(x-y)^n = -(y-x)^n$;

当 n 为偶数时 $(x-y)^n = (y-x)^n$.

创新题型导学

例 3 分解因式 $2(a-b)^3 - a(a-b)^2 + b(b-a)^2$.

点悟:提取公因式要彻底,并且要一次完成,不能分成几次去提取公因式;在提取公因式后,要把每个因式内部化简,相同的因式要写成幂.

解:
$$\begin{aligned} & 2(a-b)^3 - a(a-b)^2 + b(b-a)^2 \\ &= 2(a-b)^3 - a(a-b)^2 + b(a-b)^2 \\ &= (a-b)^2 [2(a-b) - a + b] \\ &= (a-b)^2 (a-b) \end{aligned}$$

$$=(a-b)^3.$$

例4 分解因式 $-21a^2b^3+6a^3b^2c-3a^2b$.

点悟:多项式的第一项系数是负的,应先提出负号,各项系数的最大公约数是3,且相同字母最低次的项为 a^2b .

$$\begin{aligned}\text{解: } & -21a^2b^3+6a^3b^2c-3a^2b \\ & =-3a^2b(7b^2-2abc+1).\end{aligned}$$

点拨:当公因式和原多项式中某项相同时,提取公因式后,该项应为-1或1,而不是零.

综合题型巧解

例5 不解方程组 $\begin{cases} 2x+y=6, \\ x-3y=1. \end{cases}$

求 $7y(x-3y)^2-2(3y-x)^3$ 的值.

点悟:把上式利用因式分解法转化为关于 $(2x+y)$ 与 $(x-3y)$ 的因式,然后代入求解.

$$\begin{aligned}\text{解: } & 7y(x-3y)^2-2(3y-x)^3 \\ & =7y(x-3y)^2+2(x-3y)^3 \\ & =(x-3y)^2 \cdot [7y+2(x-3y)] \\ & =(x-3y)^2(2x+y),\end{aligned}$$

$$\text{因为 } \begin{cases} 2x+y=6, \\ x-3y=1. \end{cases}$$

$$\therefore \text{原式} = 1^2 \cdot 6 = 6.$$

例6 解下列方程:

$$(1) (x-4)^2 - (4-x)(8-x) = 12;$$

$$(2) (14x+7)(25x-38) + 7 \cdot (1+2x)(35-25x) = 0.$$

点悟:先提取公因式,然后化简求解.

解:(1)原方程依次变形:

$$(x-4) \cdot [(x-4) + (8-x)] = 12,$$

$$(x-4) \cdot 4 = 12,$$

$$x-4=3,$$

$$\therefore x=7.$$



(2) 原方程依次变形:

$$7(1+2x)(25x-38)+7(1+2x)(35-25x)=0,$$

$$7(1+2x)(25x-38+35-25x)=0,$$

$$(1+2x)(-3)=0,$$

$$1+2x=0,$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}.$$



中考误区警示

例1 分解因式: $x(x+y)(x-y)-2x(x+y)^2$.

$$\begin{aligned}\text{错解: 原式} &= x(x+y)(x-y-2x+2y) \\ &= x(x+y)(y-x).\end{aligned}$$

警示: 上面解答错在提取公因式 $x(x+y)$ 后, 去掉另一因式 $2(x+y)$ 的括号时, 只改变了括号内第一项的符号, 而另一项“ $2y$ ”的符号却没有改变.

$$\begin{aligned}\text{正解: 原式} &= x(x+y)[(x-y)-2(x+y)] \\ &= -x(x+y)(x+3y).\end{aligned}$$

例2 分解因式: $10a(x-y)-15b(y-x)^2$.

$$\text{错解: 原式} = 5(x-y)(2a+3bx-3by).$$

警示: 上面解法认为 $(x-y)^2 = (y-x)^2$, 似乎此时提取公因式 $(x-y)$, 对后一部分 $-15b(y-x)^2$ 没有影响, 从而使得去掉 $-b(y-x)$ 的括号时, 把括号中两项的符号给弄错了. 其实, 在提取公因式之前, 应将 $(y-x)^2$ 变为 $(x-y)^2$.

$$\begin{aligned}\text{正解: 原式} &= 10a(x-y)-15b(x-y)^2 \\ &= 5(x-y)(2a-3bx+3by).\end{aligned}$$



创新互动训练

1. 选择题

(1) 在下列各式中: $a-b=b-a$; $(a-b)^2=(b-a)^2$; $(a-b)^2=-(b-a)^2$; $(a-b)^3=(b-a)^3$; $(a-b)^3=-(b-a)^3$; $(a+b)(a-b)=(-a+b)(-a-b)$. 正确的等式有 ()



(A)1个 (B)2个 (C)3个 (D)4个

(2) 在下面各式中,从等号左边到右边的变形是因式分解的是 ()

(A) $(x-3)(x+3)=x^3-9$ (B) $x^2+x+1=x(x+1)+1$

(C) $-5x^2y^3=-5xy \cdot (xy^2)$ (D) $x^2-3x-4=(x-4)(x+1)$

(3) 在分解 $-5x^3(3a-2b)^2+(2b-3a)^2$ 时,提出公因式 $-(3a-2b)^2$ 后,另一个因式是 ()

(A) $5x^3$ (B) $5x^3+1$ (C) $5x^3-1$ (D) $-5x^3$

(4) 分解因式 $b^2(x-2)+b(2-x)$ 的结果应为 ()

(A) $(x-2)(b^2+b)$ (B) $b(x-2)(b+1)$

(C) $(x-2)(b^2-b)$ (D) $b(x-2)(b-1)$

2. 填空题

(5) 把一个_____化为_____的形式,叫做因式分解.

(6) $ma+mb+mc=m(a+b+c)$,这种因式分解的方法叫做_____.

(7) 单项式 $-4a^2b^2c^3, 12ab^2c, 8ab^3$ 的公因式是_____.

(8) 多项式 $9x^3y-36xy^3+3xy$ 提取公因式_____后,另一个因式是_____.

3. 解答题

(9) 把下列各式因式分解:

① $5a^2b-10a^3b^4$;

② $20a^3b-25a^2b^2+5a^2b$;

③ $-12x^4y+8x^2y^2-4x^2y^3$;

④ $-4a^{n+2}+6a^{n+1}-14a^n$.

(10) 把下列各式分解因式:

① $3x(x-y)^3-6y(y-x)^3$;

② $4a(a-b)^3-6b(b-a)^2$;

③ $a(x-2)+b(x-2)+c(2-x)$;

④ $x^2 \cdot y^2(m-n)-xy(n-m)$.

(11) 把下列各式分解因式:

① $(x+y)(a+b)-(y-z)(a+b)+(z+x)(a+b)$;

② $2(x+y)(x+y-z)-3(y-x)(x+y-z)$;



③ $5(a-1)^2(3a-2) + (2-3a)(1-a)$;

④ $-ab(a-b)^2 + a(b-a)^2 - ac(a-b)^2$.

(12) 把下列各式分解因式:

① $a(a-b)^3 + 2a^2(a-b)^2 - 2ab(b-a)^2$;

② $ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2)$;

③ $(ax + by)^2 + (bx - ay)^2$;

④ $(ax + by)^2 + (ay - bx)^2 + c^2x^2 + c^2y^2$;

⑤ $18x^2(x-2y)^2 - 24xy(2y-x)^2 - 12x(2y-x)^3$.

(13) 利用因式分解计算:

① $29 \times 19.99 + 72 \times 19.99 + 13 \times 19.99 - 19.99 \times 14$;

② $39 \times 37 - 13 \times 3^4$;

③ $13.4 \times 12 + 46.6 \times 12$;

④ $32 \times 3.14 + 56 \times 3.14 + 12 \times 3.14$.

(14) 因式分解:

$$(a+2)(a+3) + (a+1)(a+4) + (a+1)(a+3) + (a+2)(a+4).$$

(15) 已知 $4x^2 + 7x + 2 = 4$, 求 $-12x^2 - 21x$ 的值.

(16) 求证: $3^{2000} - 4 \times 3^{1999} + 10 \times 3^{1998}$ 能被 7 整除.

(17) 求证: 奇数的平方减去 1 能被 8 整除.

(18) 求证: 两个连续整数的积再加上较大的整数其和等于较大整数的平方.

(19) 把下列各式分解因式:

① $(2x+3)(x-2y) + (x-2y)(x-1) + (2y-x)$;

② $a(x+y-z) - b(z-x-y) - c(x-z+y)$.

(20) 先化简, 再求值:

① $3(x-1)^3y - (1-x)^3z$. (其中 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{5}$, $z = -\frac{6}{5}$);

② 已知 $2x - y = \frac{1}{3}$, $xy = 2$, 求 $2x^4y^3 - x^3y^4$ 的值.