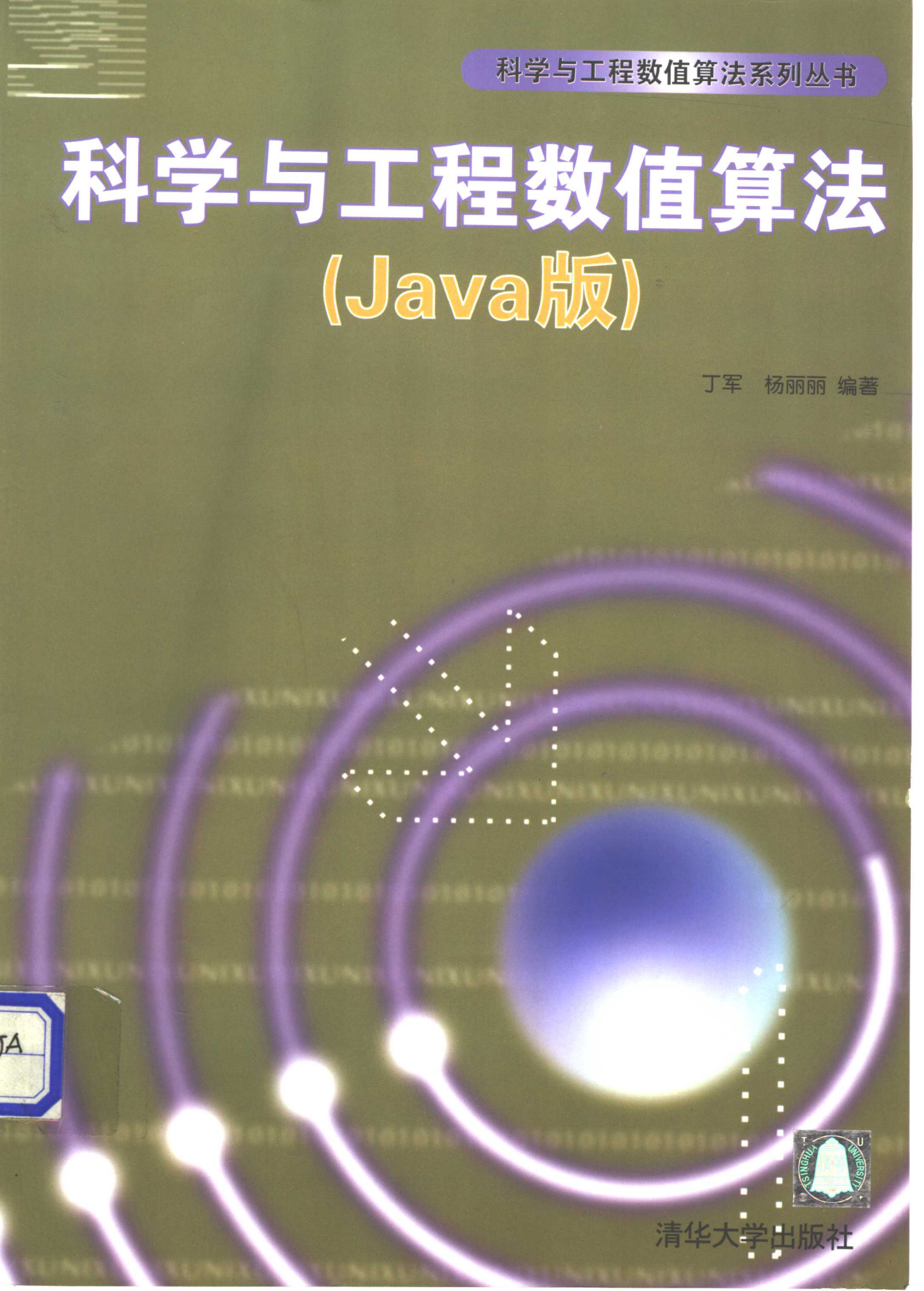
科学与工程数值算法系列丛书

# 科学与工程数值算法
## (Java版)

丁军　杨丽丽 编著





清华大学出版社

科学与工程数值算法系列丛书

# 科学与工程数值算法 (Java 版)

丁 军 杨丽丽 编著

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

## 内 容 简 介

本书介绍了在科学与工程实际工作中常用的数值计算算法的原理和 Java 编程方法。本书包括复数运算、矩阵运算、线性代数方程组的求解、非线性方程与方程组的求解、插值、数值积分、常微分方程初值问题的数值解法和特殊函数 8 章，涉及使用频率非常高的 120 多个基本算法。在介绍每一算法原理的基础上，讨论了算法的 Java 编程方法，并用常用的数据描述算法程序的调用示例。

本书适合涉及科学与工程数值计算工作的科研人员、工程技术人员、管理人员以及大专院校相关专业的师生参考阅读。



**图书在版编目(CIP)数据**

科学与工程数值算法(Java 版)/丁军，杨丽丽编著.—北京：清华大学出版社，2002
(科学与工程数值算法系列丛书)
ISBN 7-302-06073-8

Ⅰ.科… Ⅱ.①丁…②.杨… Ⅲ.Java 语言—程序设计—数值计算—计算方法 Ⅳ.TP312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 087158 号

**出 版 者**：清华大学出版社(北京清华大学学研大厦，邮编 100084)
http://www.tup.com.cn
http://www.tup.tsinghua.edu.cn
**责任编辑**：刘 颖
**印 刷 者**：北京通州区大中印刷厂
**发 行 者**：新华书店总店北京发行所
**开 本**：787×1092 1/16 **印张**：21 **字数**：499 千字
**版 次**：2003 年 1 月第 1 版 2003 年 1 月第 1 次印刷
**书 号**：ISBN 7-302-06073-8/TP・3624
**印 数**：0001～5000
**定 价**：30.00 元

# 前　言

随着计算机技术的发展，科学计算已与科学理论、科学实验等并列为现代科学的三大组成部分。越来越多的非计算机专业的科研人员和工程技术人员，在各自的专业领域内设计实用的专业应用软件。在设计这些软件中，数值计算是必不可少的。本书以 Java 2 为平台，简单介绍算法的数学原理。在算法的选择上，我们除了选择有效的经典算法以外，也挑选了一些新的算法。目的是帮助读者理解和掌握各个算法的全过程，使读者对算法的原理、构造和应用有较深刻的理解。

## 读者对象

如果您需要使用 Java 进行数值计算方面的编程，那么本书可能就是您寻觅已久的助手。

本书假定读者具有一定的 Java 编程经验。如果您还不熟悉如何用 Java 来创建工程，我们建议您在阅读一本 Java 编程的教科书之后再阅读本书。

## 内容结构

本书介绍了 120 多个实用经典算法，每一算法都独立成节。每节都包括算法原理、算法实现和示例 3 部分。算法原理部分分别讨论了每一算法的计算原理；算法实现部分讨论了用 Java 实现算法的技巧，并给出了完整的算法函数源程序；示例部分介绍了算法函数的调用方式，给出了调用算法的示例源程序、验证算法的示例数据和运算结果。本书所有源程序都可以从 www.wenyuan.com.cn 网站下载。

本书包括复数运算、矩阵运算、线性方程组的求解、非线性方程与方程组的求解、插值、数值积分、常微分方程初值问题的数值解法和特殊函数等 8 章。各章都是在介绍算法的基础上用 Java 实现其算法，其中包括如下内容：

第1章　复数运算。本章介绍了与复数运算相关的算法。

第2章　矩阵运算。本章在介绍各种矩阵运算原理的基础上实现了矩阵基础运算。

第3章　线性代数方程组的求解。本章分析了线性代数方程组的常用求解算法。

第4章　非线性方程与方程组的求解。本章介绍了非线性方程和方程组的求解方法。

第5章　插值。本章介绍了常用的插值算法。

第6章　数值积分。本章介绍了常用的数值积分算法。

第7章　常微分方程初值问题的数值解法。本章介绍了常微分方程初值问题的数值解法。

第8章　特殊函数。本章介绍了一些特殊函数的算法。

## 致谢

我要感谢清华大学出版社所有对本书的出版付出过劳动的人，特别是彭欣女士，她为

本书的策划和组织付出了大量的劳动并提供了很多很好的建议。

限于笔者的能力，本书中错误之处在所难免，请读者批评指正。

作者

2002 年 8 月 19 日

# 目　录

# 第1章 复数运算

本章将介绍复数的运算算法，包括复数的乘法、除法、模、根、实幂指数、复幂指数、自然对数、正弦、余弦和正切的计算方法。

在 Java 的数据类型中没有定义复数类型，因此需要用 Type 来定义复数类型。对于复数 $x+iy$，定义复数类型 Complex 类为：

```
class Complex
{ double  real=0,image=0;……}
```

其中 real 为复数的实部，image 为复数的虚部。

## 1.1 复数乘法

### 1. 算法原理

对复数 $z_1=a+ib$，$z_2=c+id$，$z_1\times z_2$ 可用如下公式计算：

$$z_1\times z_2=(a+ib)(c+id)=ac-bd+i(ad+bc)$$

### 2. 算法实现

根据上述算法，可以实现计算复数的乘法的 Java 函数 cheng，其代码如下：

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  类    名：Complex
//  功    能：定义复数类及其成员函数
//  成员变量：real---double型，复数的实部
//            image---double型，复数的虚部
////////////////////////////////////////////////////////////////////////

class Complex
{ double real,image;

////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  函数名：init（从属于Complex类）
//  功能：初始化复数：
//  参数：a ---double型 ,输入复数的实部
//        b ---double型 ,输入复数的虚部
//        c --- Complex类,需要初始化的复数
//  返回值：void
////////////////////////////////////////////////////////////////////////

public static void init(double a,double b,Complex c)
  {c.real=a;c.image=b;}

////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  函数名：cheng（从属于Complex类）
```

```
//  功能：计算复数的乘积数：
//  参数：a ---Complex类 , 乘数
//        b ---Complex类 , 被乘数
//        c --- Complex类,返回积
//  返回值：Complex类，乘积
////////////////////////////////////////////////////////////////////////

public  static  void   cheng( Complex a, Complex b, Complex c)
  {   double p, q,  s;
     c.real = a.real * b.real - a.image * b.image;
    c.image = a.real* b.image+ a.image* b.real;
  }
//复数的其他成员函数。
}
```

### 3. 示例

调用函数 cheng 来求解 (9 + 11i) (56+3i)，其程序代码如下：

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  类    名：Example1_1
//  功    能：复数乘法的示例函数
//  使用方法：在文本区text1,text2,text3,text4中依次输入乘数的实部、虚部和被乘数的
//  实部、虚部，按下（计算乘积）按钮，在文本框text5中输出结果
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
public class Example1_1 extends Applet implements ActionListener
   { TextField text1,text2,text3,text4;
     TextArea text5;
     Button button1;
     public void init()
        { text1=new TextField(10);text2=new TextField(10);
          text3=new TextField(10);text4=new TextField(10);
          text5=new TextArea(10,20);
          button1=new Button("计算乘积");
          add(text1);add(text2);add(text3);add(text4);
          add(button1);add(text5);text5.setEditable(false);
          button1.addActionListener(this);
        }
     public  void  actionPerformed( ActionEvent e )
        { double n1,n2,n3,n4;
          Complex a,b,c;
          if(e.getSource()==button1)
             { n1=Double.valueOf(text1.getText()).doubleValue();
               n2=Double.valueOf(text2.getText()).doubleValue();
               n3=Double.valueOf(text3.getText()).doubleValue();
               n4=Double.valueOf(text4.getText()).doubleValue();
               a=new Complex();Complex.init(n1,n2,a);
               b=new Complex();Complex.init(n3,n4,b);
               c=new Complex();Complex.init(0,0,c);
               text5.setText("");
               text5.append("复数A=("+a.real+")+("+a.image+")I\n");
```

```
                text5.append("复数 B=("+b.real+")+("+b.image+")I\n");
                Complex.cheng(a,b,c);
                text5.append(它们的乘积 A*B=("+c.real+")+("+c.image+")I\n");
            }
    }
```

其输出结果如图 1.1 所示。

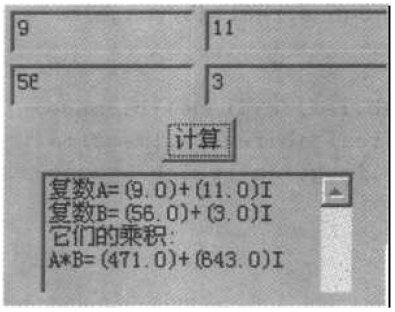



**图 1.1　程序输出结果**

# 1.2　复 数 除 法

### 1.　算法原理

对复数 $z_1 = a + \mathrm{i}b$，$z_2 = c + \mathrm{i}d$，$z_1$ 除以 $z_2$ 可用如下公式计算：

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a+\mathrm{i}b}{c+\mathrm{i}d} = \frac{(ac+bd)+\mathrm{i}(bc-ad)}{c^2+d^2} = \begin{cases} \dfrac{\left(a+b\dfrac{d}{c}\right)+\mathrm{j}\left(b-a\dfrac{d}{c}\right)}{c+d\dfrac{d}{c}} & |c| \geqslant |d| \\ \dfrac{\left(a\dfrac{c}{d}+b\right)+\mathrm{j}\left(b\dfrac{c}{d}-a\right)}{c\dfrac{c}{d}+d} & |c| < |d| \end{cases}$$

后面的等式用于防止上溢和下溢。

### 2.　算法实现

根据上述算法，可以实现计算复数的除法的 Java 函数 chu，其代码如下：

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  函数名：chu（从属于Complex类）
//  功能：计算复数的商
//  参数：a ---Complex类 , 被除数
//        b ---Complex类 , 除数
//        c --- Complex类,返回商
//  返回值：Complex类，乘积
////////////////////////////////////////////////////////////////////////

class Complex
```

```
{ double real,image;
//复数的除法函数
public  static  void  chu  ( Complex a, Complex b, Complex c)
{     double w;
      if(Math.abs(b.real)>Math.abs(b.image))
      {    w=b.real+b.image*(b.image/b.real);
           c.real=(a.real+a.image*(b.image/b.real))/w;
           c.image=(a.image-a.real*(b.image/b.real))/w;
      }
      else
          {   w=b.real*(b.real/b.image)+b.image;
              c.real=(a.real*(b.real/b.image)+a.image)/w;
              c.image=(a.image*(b.real/b.image)-a.real)/w;
    }
 }
```

### 3. 示例

调用函数 Chu 来求解 (1 +2i)/(3+4i)，其程序代码如下：

```
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  类    名：Example1_2
//  功    能：复数除法的示例函数
//  使用方法：在文本区text1,text2,text3,text4中依次输入除数的实部、虚部和被除数的
//            实部、虚部，按下（计算商）按钮，在文本框text5中输出结果
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////

public  class  Example1_2  extends  Applet  implements  ActionListener
{    TextField  text1,text2,text3,text4;
     TextArea text5;
     Button button1;
     //界面初始化函数
public void init()
     {    text1=new TextField(10);text2=new TextField(10);
text3=new TextField(10);text4=new TextField(10);
text5=new TextArea(10,50);button1=new Button("计算商");
  add(text1);add(text2);add(text3);
add(text4);add(button1);add(text5);
text5.setEditable(false);
button1.addActionListener(this);
  }
//按钮监听事件
public void actionPerformed(ActionEvent e)
 {    double n1,n2,n3,n4;
      Complex a,b,c;
     if( e.getSource()==button1 )
 {    n1=Double.valueOf(text1.getText()).doubleValue();
         n2=Double.valueOf(text2.getText()).doubleValue();
         n3=Double.valueOf(text3.getText()).doubleValue();
         n4=Double.valueOf(text4.getText()).doubleValue();
         a=new Complex();b=new Complex();c=new Complex();
       Complex.init(n1,n2,a);Complex.init(n3,n4,b);
```

```
Complex.init(0,0,c);text5.setText("");
  text5.append("复数A=("+a.real+")+("+a.image+")I\n");
  text5.append("复数B=("+b.real+")+("+b.image+")I\n");
         Complex.chu(a,b,c);
        text5.append("它们的商：\nA/B=("+c.real+")+("+c.image+")I\n");
  }
 }
}
```

其输出结果如图 1.2 所示。

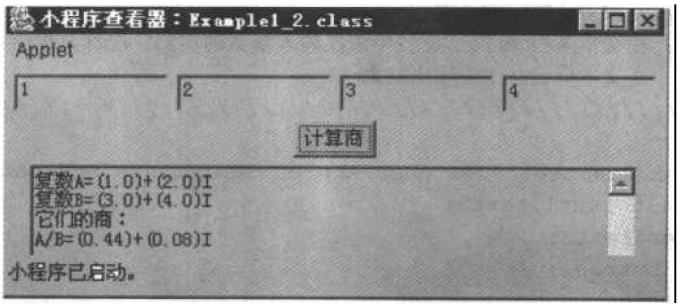



**图 1.2　程序输出结果**

## 1.3　复 数 的 模

### 1.　算法原理

对复数 $z=x+\mathrm{i}y$，其模 $|z|$ 定义如下：

$$|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\begin{cases}|x|\sqrt{1+\left(\dfrac{y}{x}\right)^2}, & |x|>|y| \\ |y|\sqrt{1+\left(\dfrac{x}{y}\right)^2}, & |x|\leqslant|y|\end{cases}$$

后面的等式用于防止上溢和下溢。

### 2.　算法实现

根据上述算法，可以实现计算复数的模的 Java 函数 abs，其代码如下：

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//   函数名：abs（从属于Complex类）
//   功能：计算复数的模
//   参数：a---Complex类 复数
//   返回值：double 型，模的数值
////////////////////////////////////////////////////////////////////////

 public  static double( Complex a)
 {   double x,y,r;
     x=Math.abs(a.real);y=Math.abs(a.image);
```

```
        if(x>y)  r=x*Math.sqrt(1+(y/x)*(y/x));
        else     r=y*Math.sqrt(1+(x/y)*(x/y));
      . return r;
}
```

### 3. 示例

调用函数 abs 来求解复数 12.3 + 45.6i 的模，其程序代码如下：

```
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
// 类    名：Example1_2
// 功    能：复数乘法的示例函数
// 使用方法：在文本区text1,text2中依次输入复数的实部、虚部，按下（计算模）按钮，
//           在文本框text3中输出结果
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////

public class Example1_3 extends Applet implements ActionListener
{    TextField text1,text2;
     TextArea text3;
     Button button1;
//界面初始化函数
 public void init()
    {    text1=new TextField(10); text2=new TextField(10);
 text3=new TextArea(10,50);button1=new Button("计算模");
 add(text1);add(text2);add(button1);add(text3);
 text3.setEditable(false);
        button1.addActionListener(this);
 }
 //按钮监听事件
public void actionPerformed(ActionEvent e)
    {    double n1,n2,r;
         Complex a;
         if(e.getSource()==button1)
         {    n1=Double.valueOf(text1.getText()).doubleValue();
              n2=Double.valueOf(text2.getText()).doubleValue();
              a=new Complex();Complex.init(n1,n2,a);
              text3.setText("");
              text3.append("复数A=("+a.real+")+("+a.image+")I\n");
              r=Complex.abs(a);text3.append("它的模：|A|="+r+"\n");
         }
    }
}
```

其输出结果如图 1.3 所示。

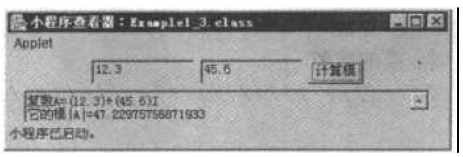



图 1.3 运行结果

# 1.4　复 数 的 根

## 1. 算法原理

对复数 $z=x+\mathrm{i}y$，其全部 $n$ 次根的计算方法如下：

$$
\begin{aligned}
z^{\frac{1}{n}} &= (x+\mathrm{i}y)^{\frac{1}{n}} = [r(\cos\ \phi+\mathrm{i}\sin\ \phi)]^{\frac{1}{n}} \\
&= r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\ \frac{\phi+2k\pi}{n}+\mathrm{i}\sin\ \frac{\phi+2k\pi}{n}\right) \\
&= r^{\frac{1}{n}}(\cos\ (\theta+k\omega)+\mathrm{i}\sin\ (\theta+k\omega)) \\
&= r^{\frac{1}{n}}\cos\ (\theta+k\omega)+\mathrm{i}r^{\frac{1}{n}}\sin\ (\theta+k\omega) \\
&= r^{\frac{1}{n}}(\cos\ \theta\cos\ k\omega-\sin\ \theta\cos\ k\omega)+\mathrm{i}r^{\frac{1}{n}}(\sin\ \theta\cos\ k\omega+\cos\ \theta\sin\ k\omega)
\end{aligned}
$$

其中，

$$
k=0,\ 1,\ \ldots,\ n-1
$$

$$
\omega=\frac{2\pi}{n}
$$

$$
r=\sqrt{x^2+y^2}
$$

$$
\theta=\begin{cases}
0 & a>0,\ b=0 \\
\dfrac{\pi}{n} & a<0,\ b=0 \\
\dfrac{\pi}{2n} & a=0,\ b>0 \\
-\dfrac{\pi}{2n} & a=0,\ b<0 \\
\dfrac{\arctan\left(\frac{b}{a}\right)}{n} & a>0,\ b\neq 0 \\
\dfrac{\arctan\left(\frac{b}{a}\right)+\pi}{n} & a<0,\ b\neq 0
\end{cases}
$$

因此复数 $z=x+\mathrm{i}y$ 的全部 $n$ 次根可表示为：

$$
x_k+iy_k,\qquad k=0,\ 1,\ \ldots
$$

其中，

$$
x_k=r^{\frac{1}{n}}(\cos\ \theta\cos\ k\omega-\sin\ \theta\cos\ k\omega)
$$

$$
y_k=r^{\frac{1}{n}}(\sin\ \theta\cos\ k\omega+\cos\ \theta\sin\ k\omega)
$$

注：在 Java 中没有开 $n$ 次方的函数，$r^{\frac{1}{n}}$ 改用 $\mathrm{e}^{\frac{\ln r}{n}}$ 来计算。

### 2. 算法实现

根据上述方法，可以实现计算复数的根的 Java 函数 Root。为了减少正弦和余弦的运算量，Root 函数使用了如下的递推公式：

$$\begin{cases}\sin k\omega = \sin\ (k-1)\omega\cos\ \omega + \cos\ (k-1)\omega\sin\ \omega \\ \cos k\omega = \cos\ (k-1)\omega\cos\ \omega - \sin\ (k-1)\omega\sin\ \omega\end{cases}$$

Root 函数代码如下：

```
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  函数名：Root（从属于Complex类）
//  功能：计算复数的根
//  参数：a---Complex类复数
//        b---Complex类复数数组，用于返回所有的根
//        n---整数，开方次数
//  返回值：无
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
public  static  void   Root( Complex a, Complex[] b, int  n)
 {    double r,sita,w=2*Pi/n,c,s,csita,ssita,cw,sw,tc;
      r=Complex.abs(a);
      if(a.image==0)
      {     if (a.real>=0)sita=0;
            else sita=Math.PI/n;
      }
      else if(a.real==0)
      {     if(a.real>0)sita= Math.PI /2/n;
             else sita=- Math.PI/2/n;
       }
     else
       {    if (a.real>0) sita=Math.atan(a.image/a.real)/n;
            else sita=(Math.atan(a.image/a.real)+Pi)/n;}
            csita=Math.cos(sita);ssita=Math.sin(sita);
            cw=Math.cos(w);sw=Math.sin(w);
            c=1;s=0;r=Math.sqrt(Math.sqrt(r));
            for(int k=0;k<n;k++)
            { b[k].real=r*(csita*c-ssita*s);
              b[k].image=r*(ssita*c+csita*s);
              tc=c;c=c*cw-s*sw;s=s*cw+tc*sw;
       }
 }
```

### 3. 示例

调用函数 Root 求解复数 12 + 5i 的 4 次根，其程序代码如下：

```
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
//  类    名：Example1_3
//  功    能：复数开方示例函数
//  使用方法：在文本区text1,text2中依次输入复数的实部、虚部，在文本区text3输入开方次
//            数，按下（计算根）按钮，在文本框text4中输出结果
//////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```