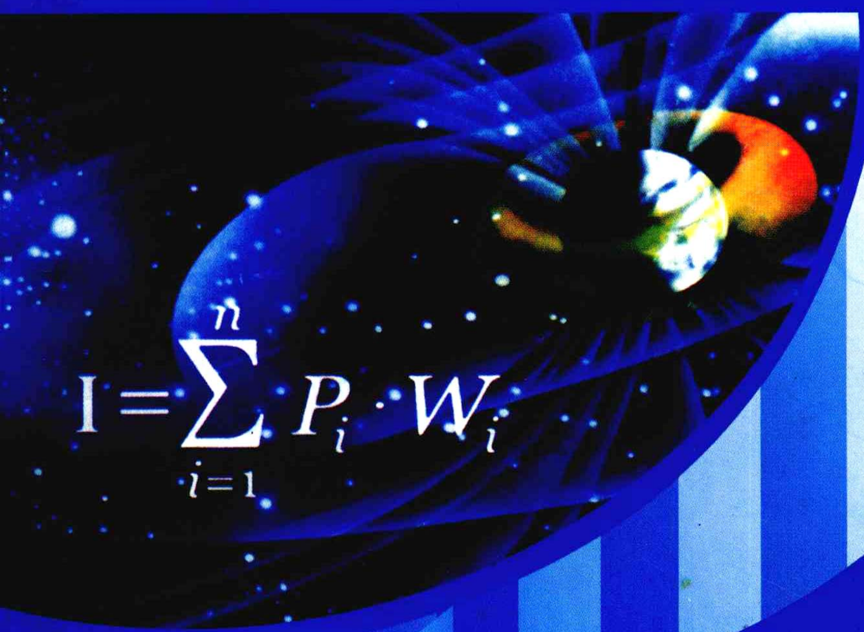
中等职业教育教材 ZHONGDENG ZHIYE JIAOYU JIAOCAI

数学

（上）

杨六山　郭道明　主编



中原农民出版社

中 等 职 业 教 育 教 材

数 学

（上）

杨六山　郭道明　主编

中原农民出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学.上/杨六山,郭道明主编.—郑州:中原农民出版社,2007.9
ISBN 978—7—80739—085—5

Ⅰ.数… Ⅱ.①杨… ②郭… Ⅲ.数学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 132065 号

出版社:中原农民出版社
(地址:郑州市经五路 66 号 电话:0371—65751257
邮政编码:450002)
发行单位:河南省新华书店
承印单位:南阳市印刷总厂
开本:787mm×1092mm 1/16
印张:10.5
字数:251 千字 **印数**:1—1 640 册
版次:2007 年 9 月第 1 版 **印次**:2007 年 9 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978—7—80739—085—5 **定价**:19.80 元

中等职业教育教材

《数学》编委会

主　审:王胜利

副主审:范长海　杨六山　李　琪

委　员:(以姓氏笔画为序)

马质璞　王传凯　王胜利

江红英　杨子林　杨六山

李　琪　李进德　范长海

主　编:杨六山　郭道明

副主编:(以姓氏笔画为序)

丁文敏　王正昂　王世恒

王全庆　胡永才　张　弘

周恩河　徐海如

编　者:(以姓氏笔画为序)

丁文敏　王正昂　王世恒

王全庆　胡永才　杨六山

张　弘　周恩河　徐海如

郭道明

写在前面的话

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》的精神，落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划，结合我校教学改革的实际，基础部组织编写了这套校本教材。

这套教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程和我校文化课教学的实际需求编写而成，并经南阳农校教材编写委员会审定通过。新教材的编写全面贯彻了教育部职业教育教学改革的文件精神，以社会需要和学生自身能力培养为出发点，注重学生的创新能力和实践动手能力的培养。

这套教材的编写，是我校教材建设史上的一次有益而大胆的尝试，是我校科研兴校方针的结晶。它更贴近学生实际，贴近社会需要，真实地反映了我校文化课教学改革及教学水平的现状。由于时间仓促、创作水平有限，这套教材很可能存在着这样或那样的不足和缺点，希望各位同仁在教学的过程中加强调研，广泛征求学生和同行的意见，掌握第一手材料，进一步完善该系列教材。同时，也为以后校本教材的开发提供借鉴。

关于数学校本教材的编写

在校领导热切指导和关怀及全校教职工的支持下，经过全体数学教师的精心策划编写，数学校本教材和大家见面了。本书编写的指导思想和特点如下：

一、校本教材编写的基本观点

1. 适应社会对中等职业学校学生的知识、技能的需要，搞好素质教育，培养学生的数学素质，为学生终身学习和专业基础课及实用技术课的学习打好数学基础。

2. 适应数学教学内容和教学方法的改革，满足我校模块教学和就业的需要。

二、教材编写的指导思想

认真落实《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》和《面向21世纪教育振兴行动计划》的各项精神。

1. 贯彻“以生为本，能力为本”的教育思想，突出培养学生的创新精神和实践动手能力。

2. 以现代数学思想、方法作指导对教材基本内容进行创新编排，使学生能掌握《中等职业学校数学教学大纲》要求的基本教学内容和方法。

3. 教材内容的编写注重时代气息，注重数学与日常生活联系，注重数学应用。每章内容主次分明，适当增加了数学的应用内容。

三、编写原则

1. 依据部颁《中等职业学校数学教学大纲》和河南省颁发的《中等职业学校数学教学大纲》，结合我校学生文化基础和专业课需要进行编写。

2. 处理好知识与能力的关系，以培养学生分析问题和解决问题的能力；处理好数学课与专业课的关系，注重数学应用；同时为“终身学习”打好数学基础。

3. 突出基本数学思想和基本数学方法。重要的数学思想和方法要在不同的知识层面上反复循环，使学生真正掌握。

4. 严格执行国家有关的技术标准和其他规定。

四、主要特点

1. 注重基础。根据中等职业学校学生的文化素质和数学素养普遍偏低等特点组织数学教材编写。减少教学内容，增强兴趣性，注重基础知识教育；降低知识起点和难度，降低对理论、概念、定理等的理解，重视数学的实用性教育，注

重培养学生使用计算工具的能力;在编写过程中,体现“应知应会”原则。

2. 注重数学文化传授,努力培养学生的学习兴趣。

3. 按模块数学的要求组织教学内容,注重数学课与专业课的对接,加大使用弹性。

五、内容编排的体系

校本教材按四个模块(计算机类、机电类、经管类、农牧类)进行编排,并且各模块的数学教学内容相对自成体系,仍按数学教材的正常顺序进行编写,这样又不失一般数学教材的系统性。不同模块需要的内容以不同标记标出,并且课后的习题既要适合数学素质教育,同时也要适合专业需要,与专业衔接紧密。

根据不同专业的不同要求,具体讲授内容安排如下:

1. 计算机类专业讲授内容为:集合、逻辑联结词、不等式的解法、函数基础知识、数列、三角函数基础、立体几何基础(点、线、面关系及基本立体图形的有关知识)、解析几何、排列组合基础。

2. 经管类专业讲授内容为:集合,逻辑联结词,不等式的解法,函数基础知识,数列,三角函数基础(偏重用计算器求三角函数值),排列、组合与二项式定理,概率与统计初步。

3. 机电类专业讲授内容为:集合、逻辑联结词、不等式的解法、函数基础知识、三角函数基础、平面几何、立体几何、解析几何。

4. 农牧类专业讲授内容为:集合、不等式的解法、函数基础知识、立体几何基础、解析几何基础、概率与统计初步。

以上所列内容中,集合、逻辑联结词、不等式的解法、函数基础知识为各专业学生必学的数学基础,其他分模块所列的内容是各个模块专业课所必需的。

本书由河南省南阳农校的丁文敏、王正昂、王世恒、王全庆、杨六山、张弘、周恩河、郭道明,河南省工业职业技术学院的胡永才,以及河南省南阳师范学院的徐海如编写。

虽然数学校本教材编写完成了,但因时间仓促,水平有限,在使用的过程中仍需要大家的呵护和支持,期盼大家批评指正,请多提宝贵意见和建议。

河南省南阳农校数学教研室

目　录

第一章　集　合

一　集合及其运算

§1.1　集合的概念和表示法

在初中数学中，我们已经接触过“集合”一词. 在初中代数里学习数的分类时，就用到“正数的集合”、“负数的集合”等. 此外，对于一元一次不等式 $2x-1>3$，所有大于 2 的实数都是它的解. 我们也可以说，这些数组成这个不等式的解的集合，简称为这个不等式的解集. 在初中几何里学习圆时，说圆是到定点的距离等于定长的点的集合. 几何图形都可以看成点的集合.

一般地，某些指定的对象集在一起就成为一个集合，也简称集. 例如，“我校篮球队的队员”组成一个集合；“太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋”也组成一个集合. 我们一般用大括号表示集合，上面的两个集合就可以分别表示成{我校篮球队的队员}与{太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}. 为了方便起见，我们还经常用大写字母表示集合. 例如，$A=$ {太平洋，大西洋，印度洋，北冰洋}，$B=\{1,2,3,4,5\}$.

下面是一些常用的数集及其记法.

全体非负整数的集合通常简称非负整数集(或自然数集)，记作 $\mathbf{N}$，非负整数集内排除 0 的集，也称正整数集，表示成 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^*$；

全体整数的集合通常简称整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

全体有理数的集合通常简称有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

全体实数的集合通常简称实数集，记作 $\mathbf{R}$.

集合中的每个对象叫做这个集合的元素. 例如，“地球上的四大洋”这一集合的元素是：太平洋、大西洋、印度洋、北冰洋.

集合的元素常用小写字母表示. 如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于集合 A，记作 $a\in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于集合 A，记作 $a\notin A$(或 $a\,\overline{\in}\,A$).

例如，设 $B=\{1,2,3,4,5\}$，那么 $5\in B$，$\frac{3}{2}\notin B$.

又如，$6\in\mathbf{N}$，$\frac{3}{2}\in\mathbf{Q}$，$\frac{3}{2}\,\overline{\in}\,\mathbf{Z}$.

集合中的元素必须是确定的. 这就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了. 例如，给出集合{地球上的四大洋}，它只有太平洋、大西洋、印度洋、北冰

洋四个元素，其他对象都不是它的元素．又如，“我国的小河流”就不能组成一个集合，因为组成它的对象是不确定的．

集合中的元素又是互异的．这就是说，集合中的元素是没有重复现象的，任何两个相同的对象在同一个集合中时，只能算作这个集合的一个元素．

练习

1.（口答）说出下面集合中的元素：

(1){大于 3 小于 11 的偶数}；

(2){平方等于 1 的数}；

(3){15 的约数}．

2.用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

1 ____ $\mathbf{N}$， 0 ____ $\mathbf{N}$， -3 ____ $\mathbf{N}$， 0.5 ____ $\mathbf{N}$， $\sqrt{3}$ ____ $\mathbf{N}$；

1 ____ $\mathbf{Z}$， 0 ____ $\mathbf{Z}$， -3 ____ $\mathbf{Z}$， 0.5 ____ $\mathbf{Z}$， $\sqrt{3}$ ____ $\mathbf{Z}$；

1 ____ $\mathbf{Q}$， 0 ____ $\mathbf{Q}$， -3 ____ $\mathbf{Q}$， 0.5 ____ $\mathbf{Q}$， $\sqrt{3}$ ____ $\mathbf{Q}$；

1 ____ $\mathbf{R}$， 0 ____ $\mathbf{R}$， -3 ____ $\mathbf{R}$， 0.5 ____ $\mathbf{R}$， $\sqrt{3}$ ____ $\mathbf{R}$．

集合的表示方法，常用的有列举法和描述法．

列举法是把集合中的元素一一列举出来的方法．例如，由方程 $x^2-1=0$ 的所有的解组成的集合，可以表示为 $\{-1,1\}$．又如，由所有大于 0 且小于 10 的奇数组成的集合，可以表示为 $\{1,3,5,7,9\}$．

注　一般地，含有有限个元素的集合叫做有限集．

描述法是用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法．

例如，不等式 $x-3>2$ 的解集可以表示为 $\{x\in\mathbf{R}\mid x-3>2\}$，我们约定，如果从上下文看，$x\in\mathbf{R}$ 是明确的，那么这个集合也可以表示为 $\{x\mid x-3>2\}$．又如，所有直角三角形的集合，可以表示为 $\{x\mid x$ 是直角三角形$\}$．

注　一般地，含有无限个元素的集合叫做无限集．

再看一个例子，由方程 $x^2+1=0$ 的所有实数解组成的集合，可以表示为 $\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+1=0\}$，这个集合是没有元素的．一般地，我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作 $\varnothing$．

为了形象地表示集合，我们常常画一条封闭的曲线，用它的内部来表示一个集合．例如，图 1－1 表示任意一个集合 A；图 1－2 表示集合 $\{1,2,3,4,5\}$．

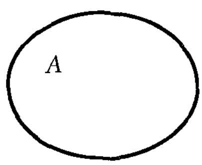


图 1－1

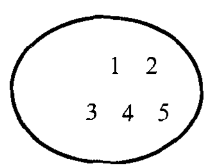


图 1－2

例 1 解不等式 $2x-3>1$，并把结果用集合表示.

解：$x>2$，

原不等式的解集是 $\{x \mid x>2\}$.

练习

1. 用适当的方法表示下列集合，然后说出它们是有限集还是无限集：

   (1) 由大于 10 的所有自然数组成的集合；

   (2) 由 24 与 30 的所有公约数组成的集合；

   (3) 方程 $x^2-4=0$ 的解的集合；

   (4) 由小于 10 的所有质数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合，然后说出它们是有限集还是无限集：

   (1) 由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合；

   (2) 所有正偶数组成的集合；

   (3) 方程 $x^2-2=0$ 的解的集合；

   (4) 不等式 $4x-6<5$ 的解集.

3. (1) 解方程 $x+3=\frac{x}{2}-5$，并把结果用集合表示；

   (2) 解不等式 $3x+2<4x-1$，并把结果用集合表示.

习题 1.1.1

1. 用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

   (1) 若 $A=\{x \mid x^2=x\}$，则 -1 __________ A；

   (2) 若 $B=\{x \mid x^2+x-6=0\}$，则 3 __________ B；

   (3) 若 $C=\{x\in \mathbf{N} \mid 1\leqslant x\leqslant 10)$，则 8 __________ C；

   (4) 若 $D=\{x\in \mathbf{Z} \mid -2<x<3\}$，则 1.5 __________ D.

2. 在下列各小题中，分别指出了一个集合的所有元素，用适当的方法把这个集合表示出来，然后说出它是有限集还是无限集：

   (1) 组成中国国旗图案的颜色；

   (2) 世界上最高的山峰；

   (3) 由 1,2,3 这三个数字抽出一部分或全部数字（没有重复）所组成的一切自然数；

   (4) 平面内到一个定点 O 的距离等于定长 $l(l>0)$ 的所有的点 P.

3. 把下列集合用另一种方法表示出来：

   (1) $\{1,5\}$；

   (2) $\{x \mid x^2+x-1=0\}$；

   (3) $\{2,4,6,8\}$；

   (4) $\{x\in \mathbf{N} \mid 3<x<7\}$.

习题　1.1.2

1. 判断下面各组对象能否描述为集合. 若能，用集合表示出来；若不能，请说明理由.

(1) $\sqrt{3}$ 的近似值；

(2) 某中学的所有学生；

(3) 方程 $x^2-2x+1=0$ 的实数解；

(4) 直角坐标系第一象限内所有的点；

(5) 方程 $x^2+1=0$ 的实数解.

2. 下列选项中所描述的对象，能用集合表示的是　(　　)

A. 充分接近于 1 的全体实数 x

B. 某校高一年级的全体学生

C. 使 $|x-\sqrt{2}|$ 为非常小的全体实数

D. 我们班学习成绩较好的同学的全体

3. 下列集合表示法不正确的是　(　　)

A. $\{1,2,3,3\}$　　B. {有理数}

C. {实数}　　D. 不等式 $x-3>0$ 的解集是 $\{x>3\}$

4. 0 与 $\varnothing$ 集合的关系是　(　　)

A. $0\in\varnothing$　　B. $0=\varnothing$　　C. $\{0\}=\varnothing$　　D. $0\notin\varnothing$

5. 下列集合中表示同一集合的是　(　　)

A. $M=\{(3,2)\}, N=\{(2,3)\}$　　B. $M=\{3,2\}, N=\{2,3\}$

C. $M=\{(x,y)\mid x=1\}, N=\{x\mid x=1\}$　　D. $M=\{(1,2)\}, N=\{1,2\}$

6. 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空：

1 ______ $\mathbf{N}^*$，　π ______ $\mathbf{Q}$，　$\sin60^\circ$ ______ $\mathbf{Z}$，　-3 ______ $\mathbf{N}^*$.

7. 方程 $2x^2-3x-2=0$ 的解集用列举法表示为 ______.

8. 点 $(3,2)$ 和 $(-2,3)$ 构成的集合可以表示为 ______.

9. 用另一方法表示下列集合：

(1) $\{1,3,5,7\}$；　　(2) $\{x\mid x^2-4=0\}$；

(3) $\{x\in\mathbf{N}^*\mid -1<x<4\}$；　　(4) $\left\{\text{方程组}\begin{cases}x+2=0\\y-3=0\end{cases}\text{的解}\right\}$.

10. 用适当方法表示下列解集：

(1) 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解集：______；

(2) 方程组 $\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}$ 的解集：______；

(3) $B=\{(x,y)\mid\sqrt{x-3}+(y+1)^2=0, x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$ 用列举法表示为 ______.

11. $\{x\mid(x-1)(x^2+4x+4)=0\}$ 的所有元素的和为 ______.

12. x,y 为非零实数，则 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{xy}{|xy|}$ 可能取的值的集合是 ______.

§1.2 子集、全集、补集

1.子集

在集合与集合之间，存在着“包含”与“相等”的关系.

先看集合与集合之间的“包含”关系.设 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，集合 A 是集合 B 的一部分，我们就说集合 B 包含集合 A.

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或集合 B 包含集合 A，记作 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$).

这时我们也说集合 A 是集合 B 的子集.

规定：空集是任何集合的子集.也就是说，对于任何一个集合 A，有 $\varnothing\subseteq A$.

再看集合与集合之间的“相等”关系.设 $A=\{x\mid x^2-1=0\}$，$B=\{-1,1\}$，集合 A 与集合 B 的元素是相同的，我们就说集合 A 等于集合 B.

一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$.

由集合的“包含”与“相等”的关系，可以得出下面的结论：

(1) 对于任何一个集合 A，因为它的任何一个元素都属于集合 A 本身，所以 $A\subseteq A$，也就是说，任何一个集合是它本身的子集.

我们常常涉及“真正的子集”的问题.对于两个集合 A 与 B，如果 $A\subseteq B$，并且 $A\neq B$，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$).

用图形表示如图 1－3.

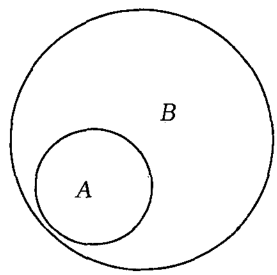


图 1－3

显然，空集是任何非空集合的真子集.

(2) 对于集合 A,B,C，如果 $A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么 $A\subseteq C$.

事实上，设 x 是集合 A 的任意一个元素，因为 $A\subseteq B$，所以 $x\in B$，又因为 $B\subseteq C$，所以 $x\in C$，从而 $A\subseteq C$.

同样可知，对于集合 A,B,C，如果 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，那么 $A\subsetneqq C$.

(3) 对于集合 A,B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么 $A=B$.

例 1 写出集合 $\{a,b\}$ 的所有的子集，并指出其中哪些是它的真子集.

解：集合 $\{a,b\}$ 的所有的子集是 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{a,b\}$，其中 $\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$ 是 $\{a,b\}$ 的真子集.

练习

1.写出集合 $\{a,b,c\}$ 的所有的子集，并指出其中哪些是它的真子集.

2.用适当的符号($\in$，$\notin$，$=$，$\supseteq$，$\subseteq$) 填空：

(1)a __________ $\{a\}$；

(2)a __________ $\{a,b,c\}$；

(3)d __________ $\{a,b,c\}$；

(4) $\{a\}$ ______ $\{a,b,c\}$；

(5) $\{a,b\}$ ______ $\{b,a\}$；

(6) $\{3,5\}$ ______ $\{1,3,5,7\}$；

(7) $\{2,4,6,8\}$ ______ $\{2,8\}$；

(8) $\varnothing$ ______ $\{1,2,3\}$.

2. 全集与补集

看一个例子.

设集合 S 是全班同学的集合，集合 A 是班上所有参加校运动会的同学的集合，而集合 B 是班上所有没有参加校运动会的同学的集合；那么这三个集合有什么关系呢？容易看出，集合 B 就是集合 S 中除去集合 A 之后余下来的集合.

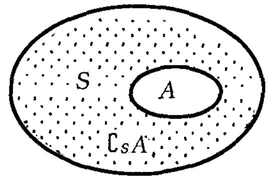


图 1－4

一般地，设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A \subseteq S$），由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集（或余集），记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A = \{x \mid x \in S, 且\ x \notin A\}$.

图 1－4 中的阴影部分表示 A 在 S 中的补集 $\complement_S A$.

例如，如果 $S = \{1,2,3,4,5,6\}$，$A = \{1,3,5\}$，那么 $\complement_S A = \{2,4,6\}$.

如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示.

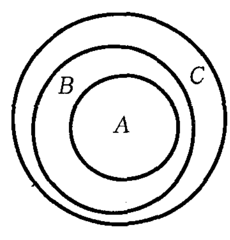
例如，在实数范围内讨论问题时，可以把实数集 $\mathbf{R}$ 看作全集 U，那么，有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{Q}$ 是全体无理数的集合.

练习

1. 填空：如果 $S = \{x \mid x 是小于 9 的正整数\}$，$A = \{1,2,3\}$，$B = \{3,4,5,6\}$，那么 $\complement_S A =$ ______，$\complement_S B =$ ______.
2. 如果全集 $U = \mathbf{Z}$，那么 $\mathbf{N}$ 的补集 $\complement_U \mathbf{N} =$ ______.
3. 如果全集 $U = \mathbf{R}$，那么 $\complement_U \mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_U(\complement_U \mathbf{Q}) =$ ______.

习题　1.2.1

1. 图中 A,B,C 表示集合，说明它们之间有什么包含关系.



（第 1 题）

2. 在下列各题中，指出关系式 $A \subseteq B$，$A \supseteq B$，$A \subsetneqq B$，$A \supsetneqq B$，$A = B$ 中哪些成立：

　(1) $A = \{1,3,5,7\}$，$B = \{3,5,7\}$；

　(2) $A = \{1,2,4,8\}$，$B = \{x \mid x 是 8 的约数\}$.

3. 判断下列各式是否正确，并说明理由：

　(1) $2 \subseteq \{x \mid x \leqslant 10\}$；

　(2) $2 \in \{x \mid x \leqslant 10\}$；

　(3) $\{2\} \subsetneqq \{x \mid x \leqslant 10\}$；

(4) $\varnothing \in \{x \mid x \leqslant 10\}$;

(5) $\varnothing \subseteq \{x \mid x \leqslant 10\}$;

(6) $\varnothing \subsetneqq \{x \mid x \leqslant 10\}$.

4. 设 $S=\{x \mid x$ 是至少有一组对边平行的四边形$\}$，$A=\{x \mid x$ 是平行四边形$\}$，求 $\complement_S A$.

5. 设 $U=\mathbf{Z}$，$A=\{x \mid x=2k, k \in \mathbf{Z}\}$，$B=\{x \mid x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}$，求 $\complement_U A$，$\complement_U B$.

习题　1.2.2

1. 集合中有 n 个元素($n \in \mathbf{N}$)，求此集合的子集个数，真子集个数，非空真子集个数.

2. 设全集 $U=\{1,3,a^2+2a-3\}$，　$A=\{|a-1|,3\}$，　$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

3. 已知 $A=\{$菱形$\}$，$B=\{$正方形$\}$，$C=\{$平行四边形$\}$，请作图反映三集合关系.

4. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$，$A=\{3,4,5,\}$，$B=\{2,4,6\}$，则 $\complement_U A=$ ______________，$\complement_U B=$ ______________.

5. 关系式：① $\{a,b\} \subseteq \{a,b\}$；② $\{a,b\}=\{b,a\}$；③ $\{0\} \supsetneqq \varnothing$；④ $0 \in \{0\}$；⑤ $\varnothing \in \{0\}$；⑥ $\varnothing=\{0\}$. 其中正确的个数是　　　　(　　)

A. 6 个　　B. 5 个　　C. 4 个　　D. 3 个

6. 设全集 $U=\{x \mid x \leqslant 30, x \in \mathbf{N}\}$，集合 $P=\{$能被 2 或 3 整除的自然数$\}$，用列举法表示集合 $\complement_U P$ 为 ______________.

7. 已知集合 $A \subsetneqq \{2,3,7\}$，且 A 中至多只有一个奇数，写出所有满足条件的集合 A.

§1.3　交集、并集

看下面的三个图.

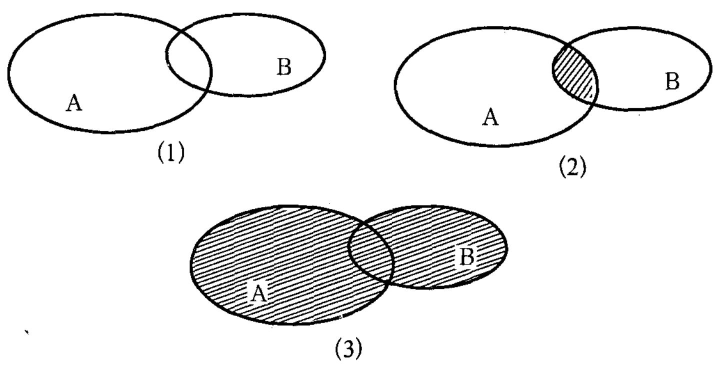


图 1－5

图 1－5(1) 中给出了两个集合 A 与 B，集合 A 与 B 的公共部分就叫做集合 A 与 B 的交(图 1－5(2) 的阴影部分)，集合 A 与 B 合并到一起得到的集合就叫做集合 A 与 B 的并(图 1－5(3) 的阴影部分).

一般地，由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$(读作"A 交 B")，即 $A \cap B=\{x \mid x \in A$，且 $x \in B\}$.

而由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作

$A \cup B$(读作“A 并 B”),即 $A \cup B = \{x \mid x \in A,或\ x \in B\}$.

例 1 设 $A = \{x \mid x > -2\}$,$B = \{x \mid x < 3\}$,求 $A \cap B$.

解:$A \cap B = \{x \mid x > -2\} \cap \{x \mid x < 3\}$

$= \{x \mid -2 < x < 3\}$.

例 2 设 $A = \{x \mid x$ 是等腰三角形$\}$,$B = \{x \mid x$ 是直角三角形$\}$,求 $A \cap B$.

解:$A \cap B = \{x \mid x$ 是等腰三角形$\} \cap \{x \mid x$ 是直角三角形$\}$

$= \{x \mid x$ 是等腰直角三角形$\}$.

例 3 设 $A = \{4,5,6,8\}$,$B = \{3,5,7,8\}$,求 $A \cup B$.

解:$A \cup B = \{4,5,6,8\} \cup \{3,5,7,8\}$

$= \{3,4,5,6,7,8\}$.

注 集合中的元素是没有重复现象的,在两个集合的并集中,原两个集合的公共元素只能出现一次,不要写成 $A \cup B = \{3,4,5,5,6,7,8,8\}$.

例 4 设 $A = \{x \mid x$ 是锐角三角形$\}$,$B = \{x \mid x$ 是钝角三角形$\}$,求 $A \cup B$,$A \cap B$.

解:$A \cup B = \{x \mid x$ 是锐角三角形$\} \cup \{x \mid x$ 是钝角三角形$\}$

$= \{x \mid x$ 是斜三角形$\}$.

$A \cap B = \{x \mid x$ 是锐角三角形$\} \cap \{x \mid x$ 是钝角三角形$\} = \varnothing$

例 5 设 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$,$B = \{x \mid 1 < x < 3\}$,求 $A \cup B$,$A \cap B$.

解:$A \cup B = \{x \mid -1 < x < 2\} \cup \{x \mid 1 < x < 3\}$

$= \{x \mid -1 < x < 3\}$.

$A \cap B = \{x \mid -1 < x < 2\} \cap \{1 < x < 3\}$

$= \{x \mid 1 < x < 2\}$.

练习

1. 设 $A = \{3,5,6,8\}$,$B = \{4,5,7,8\}$;

   (1) 求 $A \cap B$,$A \cup B$;

   (2) 用适当的符号($\subsetneqq$,$\supsetneqq$)填空:

   $A \cap B$ ______ A,B ______ $A \cap B$,$A \cup B$ ______ A,$A \cup B$ ______ B,$A \cap B$ ______ $A \cup B$.

2. 设 $A = \{x \mid x < 5\}$,$B = \{x \mid x \geqslant 0\}$,求 $A \cap B$,$A \cup B$.
3. 设 $A = \{x \mid x > -2\}$,$B = \{x \mid x \geqslant 3\}$,求 $A \cup B$.
4. 设 $A = \{x \mid x$ 是平行四边形$\}$,$B = \{x \mid x$ 是矩形$\}$,求 $A \cup B$.

由交集定义容易知道,对于任何集合 A,B,有

$A \cap A = A$,$A \cap \varnothing = \varnothing$,$A \cap B = B \cap A$.

由并集定义容易知道,对于任何集合 A,B,有

$A \cup A = A$,$A \cup \varnothing = A$,$A \cup B = B \cup A$.