

More Joy of Mathematics

精品
科学馆

发现数学 数学还是这么有趣

[美国] 西奥妮·帕帕斯 著
李 中 译
飞思科普产品研发中心 监制

智者的游戏 体验神奇数学

超越人类极限，做宇宙主人。

——国际最高数学奖菲尔兹奖章铭文



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

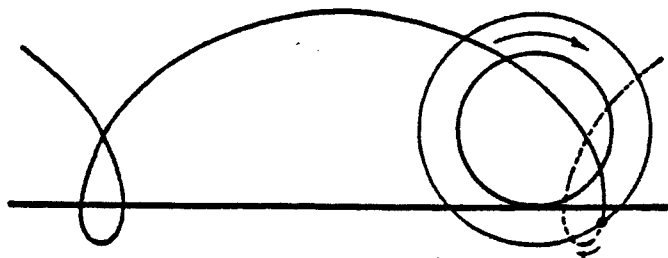
01-49/72

2008

More Joy of Mathematics

发现数学 数学还是这么有趣

[美国] 西奥妮·帕帕斯 著
李 中 译
飞思科普产品研发中心 监制



电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

The Joy Of Mathematics

Copyright © by Theoni Pappas.

All rights reserved.

Chinese simply translation copyright

© PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY, 2008

本书中文简体版专有出版权由Wide World Publishing授予电子工业出版社，未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

版权贸易合同登记号 图字：01-2008-0278

图书在版编目（CIP）数据

数学还是这么有趣 / （美）帕帕斯（Pappas,T.）著；

李中译.—北京：电子工业出版社，2008.4

（发现数学）

书名原文：More Joy of Mathematics

ISBN 978-7-121-06056-4

I. 数… II. ①帕…②李… III. 数学—普及读物 IV. O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2008）第021155号

责任编辑：宋兆武 史鹏举

印 刷：北京智力达印刷有限公司

装 订：北京中新伟业印刷有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编：100036

开 本：850×1168 1/32 印张：9.25 字数：310千字

印 次：2008年4月第1次印刷

定 价：25.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至Zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至Dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。



前言

进行计算、求解方程、证明定理、学习几何代数、掌握微积分、养成良好的思维方式，这些都是数学，而数学却远不止此。雪花的图案、棕榈叶的曲线、建筑物的外形、益智游戏、让人绞尽脑汁的谜题、海浪的波峰、螺旋式的蜘蛛网，这些自然界的事物也都遵循着数学规律。可以说，古往今来宇宙间的一切事物都具有数学属性。

在无知者的眼中，数学只是数字、抽象的思维和概念，它冷僻、生涩；然而在真正懂得数学的人眼中，它会展示出令人心潮澎湃的无限风光。因此，我希望诸位能睁大眼睛、敞开心扉地领略蕴藏在数学背后的人类智慧结晶。每当我在数学上更进一步，就会更深一层地感受到它的美。通过本书我愿与诸位一起上路，探索这无比奇妙的数学世界，同时分享我在数学领域的一点心得。

本书与《原来数学这么有趣》(The Joy of Mathematics)一样，主题选材广泛，益智游戏、经典问题、趣味数学都有所涉猎，相信这两本书一定会引起读者的兴趣，孜孜不倦地去寻求理想的答案。

鸣 谢

特别感谢我的祖母和父母给予我的关爱和支持，以及我的老师们对本书中涉及他们研究领域的内容所提供的帮助。

特别致谢：

- 感谢为数学发展做出贡献的历代先贤；
- 感谢历年来我阅读过的数学专著的作者；
- 感谢山姆·罗德、亨利·杜德耐以及其他逻辑谜题的编纂者，感谢他们以前、现在以及今后在这方面的辛勤工作给我们带来的快乐；
- 感谢我心目中的当代数学大师马丁·加德纳，正是他多年来持之以恒的不懈努力，把无数青年人和门外汉变成了数学爱好者；
- 感谢埃尔韦拉·门罗，他让我懂得如何用通俗的方法来讲解数学；
- 感谢米迪·门罗，他的远见卓识让本书增色不少。

目 录

海浪中的数学·····	2	六边形——折纸六边形·····	44
平铺的三维表示立方体·····	5	对称——数学中的平衡·····	46
七巧板·····	6	质数与整除实验·····	49
关于毕达哥拉斯定理最精彩的证明·····	9	爱因斯坦的信手涂鸦·····	50
魅力无穷的无穷数·····	10	帕斯卡三角形的一些图案·····	51
化圆为方·····	12	钟摆·····	52
一些有趣的谜题·····	13	三层莫比乌斯带·····	55
神奇的数字排列·····	14	海中的数学宝藏·····	56
斐波纳契数·····	15	数学结·····	58
计算 π 的神秘公式·····	16	折变筒·····	62
多维空间——数学障眼法·····	18	本杰明·富兰克林的魔幻线·····	63
生生不息的黄金三角形·····	21	“0”与“zero”的起源·····	64
折叠出来的椭圆·····	22	星盘·····	65
折叠出来的双曲线·····	23	八棋子问题·····	66
奇妙的二进制卡·····	24	火柴棒游戏·····	67
憋死牛·····	25	狄多女王妙用圆·····	68
埃及人的肘尺、掌宽、指幅·····	26	割圆曲线——可以用来三等分角和	
淘尽黄沙始见金·····	27	化圆为方的曲线·····	69
计算机建模·····	28	路易斯·卡洛尔的窗户问题·····	70
单人跳棋·····	29	分形时间·····	71
拆盒子理论——弗兰克·劳埃德·莱特的		代码与密码·····	72
建筑理念与空间的释放·····	30	空间望远镜——数学的错误使哈勃	
没完没了的 π ·····	32	望远镜与观测目标偏离数万亿英里·····	76
地震研究中的数学知识·····	33	森林火灾中的数学·····	77
玛雅人的数学·····	34	π 的早期估算与表达·····	78
手性——旋向性·····	39	毕达哥拉斯三元数组·····	79
混沌理论——混沌中是否蕴涵顺序·····	40	比毕达哥拉斯定理多走一步·····	80

打多边形的结·····	81	《易经》与二进制系统·····	125
黎曼的几何世界·····	82	天籁之音·····	126
孪生姐妹花·····	83	变形艺术·····	127
计算机与艺术·····	84	测量问题·····	128
阿基米德如何三等分一个角·····	87	一幅文艺复兴时期的幻觉作品·····	129
形状不规则的云·····	88	倒置·····	130
分形与蕨类植物·····	89	罗密欧与朱丽叶·····	131
数字的发展史·····	90	何谓均数·····	132
三结合点——出现在自然界的数学现象·····	94	数学思路间的联系·····	134
多角数·····	97	质数的性质·····	138
调和三角形·····	98	π 很不简单·····	139
萨姆·劳埃德的天平谜题·····	99	不同寻常的行星轨迹·····	140
统计学——数据的具体操作·····	100	骰子与高斯曲线·····	141
咖啡杯与油炸圈饼的数学·····	103	数学在超弦理论 (TOE) 中的作用·····	142
家具中的数学性质·····	104	数学与制图学·····	145
构造矩形·····	107	螺线——自然界中的数学·····	146
质数的几何意义·····	108	值得注意的等角螺线·····	147
做一个 8×8 的幻方·····	109	检验爱因斯坦的广义相对论·····	148
反证法——假若没有毕达哥拉斯定理·····	110	生成三角形的问题·····	149
每个三角形都等腰吗？你能找出其中的瑕疵吗·····	111	费马大定理——已证还是未证·····	150
寻找完全数·····	112	莫比乌斯带、 π 与星际旅行·····	151
$\sqrt{2}$ 的动态矩形·····	113	彭罗斯点阵·····	152
翻转自如的莫比乌斯带·····	114	数的位值系统——它来自何方·····	156
欧维德游戏·····	118	你出生那天是星期几·····	159
石器时代的数字·····	120	一个超立方体的投影·····	160
九点共圆·····	121	爱因斯坦隐藏了什么·····	161
建筑学与数学·····	122	数学洗牌法·····	162
		数学与迷信·····	163
		数学、分形与龙·····	164
		重叠正方形的问题·····	167

日本刀剑中的指数幂·····	168	悖论·····	206
反雪花曲线·····	169	Nimbi 游戏·····	210
数学与棒球的结合——高级棒球技巧·····	170	万花筒与对称·····	211
克利特人的数·····	171	7、11、13 的特异性·····	212
艾达·拜伦·洛甫雷斯与计算机程序设计·····	172	克莱因瓶的纸模型·····	213
亚里士多德的一项工作·····	175	数学问题与发现·····	214
摄影暗箱·····	176	用不同的计量单位来衡量某些谚语·····	217
一台古希腊人的计算机·····	179	数学与晶体·····	218
求模——算术的艺术·····	180	中国人的条形数字符·····	222
形状与色彩的问题·····	181	一个关于拴羊绳的问题·····	225
$e^{\pi\sqrt{163}}$ = 整数? ·····	182	萨姆·劳埃德隐蔽的五角星之谜·····	226
帕斯卡(算术)三角形的图案·····	183	埃及的手写草书体数字·····	227
船坞问题·····	184	日历与时间测量·····	228
俄罗斯农夫的乘法问题·····	185	正在变化的天·····	231
水壶问题·····	186	空间填充曲线与人口·····	232
斐波那契的幻术·····	187	收敛/发散的视幻觉·····	233
开普勒对圆面积的推导·····	188	e 与银行业·····	234
配对游戏·····	189	多阶米诺问题及其衍生物·····	236
音阶——耳朵里的数学·····	190	用物理方法证明毕达哥拉斯定理·····	237
动态矩形·····	193	溜溜球中的数学·····	238
创作不规则的数学镶嵌·····	194	创作数学的镶嵌·····	239
环绕地球·····	195	没有边界的井字游戏·····	240
门卡拉游戏·····	196	数学家的玩笑·····	241
埃及人的分数与太阳神的眼睛·····	199	算术三角形的起源·····	242
奇特的帕斯卡定理·····	200	红杉木——数学与自然·····	244
智力练习题·····	201	早期的计算设备·····	246
数学与手工折纸·····	202	拓扑谜题——剪刀、纽扣和绳结·····	250
萨姆·劳埃德的残缺数字之谜·····	205	改头换面的汉诺威塔问题·····	251
		不可能图形·····	252
		哪枚硬币是假币·····	255

数学、穆斯林艺术及埃舍尔·····	256	花园里的数学·····	268
阿尔寇克棋·····	258	智力题·····	270
日式算盘·····	259	伽利略实验的收获——摆线的发现·····	271
曲线总跟 π 有联系吗·····	260	数学与图案·····	272
几何图形中的珍宝·····	261	列奥纳多·达·芬奇的笔迹·····	275
翻转棋·····	262	数学与蜘蛛网·····	276
诗人兼数学家——奥尔玛·海亚姆·····	264	一个深奥精妙的连接用点·····	279
列奥纳多·达·芬奇与椭圆·····	265	附录：解答·答案·说明·····	280
ϕ ——一个不是每天都能见到的		关于作者·····	285
无理数·····	266		

数学不是为了研究而进行研究，而是为了应用而进行研究；喜欢研究是因为数学中有无穷的乐趣，是因为数学本身是极美妙的事儿。

——亨利·庞加莱

海浪中的数学

“惊涛拍岸，卷起千堆雪。”海浪是海的灵魂，是海生命力的象征。几个世

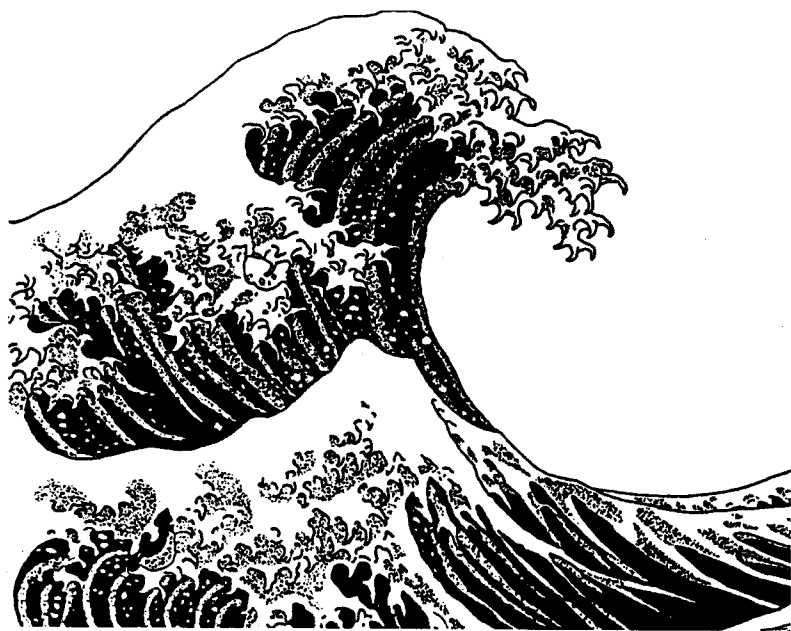
纪以来，人们建立了无数复杂的数学公式来描述它的性质。为了能更好地使用数学方法研究海浪的形状、大小和个体性质，我们首先要了解它作为波的基本性质。

两个人摆动绳索产生了波，波就会沿着绳索向前移动，很明显，绳索本身并未向任何一方移动，随波传输的其实是能量。因此我们把波定义为能携带能量通过媒介物的运动。本例中绳索是媒介物，此外，水（波浪）、大地（地震波）、电磁场（无线电波）、空气（声波）也可以作为媒介物。当外界能量以某种方式搅动或摇动媒介物时，波就产生了。

海浪是海水受到外力搅扰而形成的，常见的成因包括海风、地震、海中的移行物（如船舶）和日月引力（形成潮汐）等。波浪在海水表面四散而行，若同时有多个位置受到影响，则产生的波浪会因彼此之间的合力作用而变得难以揣测。

自19世纪初开始，人们投入了大量精力研究海浪的数学性质，在海边亲临其境地观测，实验室中精心设计的实验，最终人们得出了一些有趣的结论。1802年，弗朗茨·加得那在捷克斯洛伐克推导出了最初的波浪理论。他根据自己的观察结果，记录下了波浪中的水滴做循环运动的轨迹。加得那认为，处于波峰（波浪的最高点）的水滴其运动方向与波浪一致，而处于波谷（波浪的最低点）的水滴则沿相反方向运动。

水面处的每个水滴都沿着圆形轨迹周而复始地不停运动。圆周的直径就是波浪的高度，深层水滴也在做圆周运动，但水滴所处的位置越深，它对应的圆周直径就越小。实际上，我们发现位于九分之一波长深度



处的水滴，其运动圆周的直径是表面水滴运动圆周直径的一半。既然波浪是由这些做圆周运动的水滴组成的，而圆周的形状又以正弦曲线和圆滚线的形状为主，那么我们自然要用这些数学曲线所代表的方程式来描述海浪。然而海浪的运动并不严格遵循正弦曲线或其他单一的数学曲线。水的深度、风的强度和潮汐的影响是描述海浪时必须要考虑的变量。

今天研究海浪还要用到概率学和统计学知识，一个巨浪可以看做无数小海浪的组合，从收集到的数据中我们可以推测出海浪的预算公式。

下面总结了另外一些与海浪有关的有趣的数学性质：

- 1) 波动周期决定了波长；
- 2) 波高与波长、波动周期无关（实际上有许多属性不受或很少受波长和波动周期的影响）；
- 3) 当波峰处的开角大于 120° 时，波浪就会破裂。波浪一旦破裂，能量也将消耗殆尽；
- 4) 另一个导致波浪破裂的因素是波高与波长之间的比例关系。若比值大于 $1/7$ ，波浪一样会破裂。

Crest（波峰）：波浪的最高点。

*术语定义



Trough（波谷）：波浪的最低点。

Wave height（波高）：波峰与波谷之间的垂直距离。

Wave length（波长）：两个连续波峰之间的水平距离。

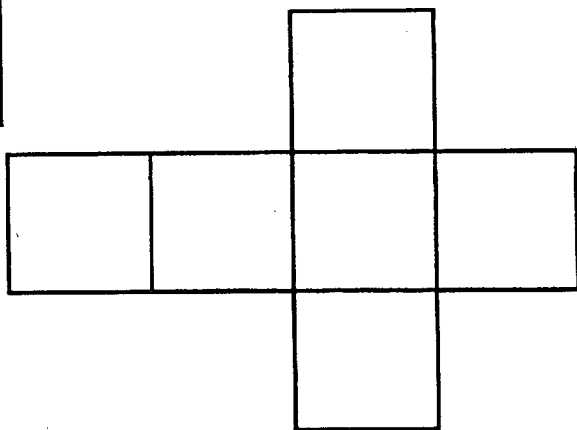
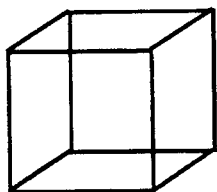
Wave period（波动周期）：波峰处平移一个波长的距离所需的时间，以秒计。

Sinusoidal curve（正弦曲线）：形如状的曲线，代表一个周期性（固定的时间间隔内重复出现同一形状）的三角函数。

Cycloid curve（圆滚线）：一个圆沿某一直线向前滚动，圆上一点的轨迹即为圆滚线。

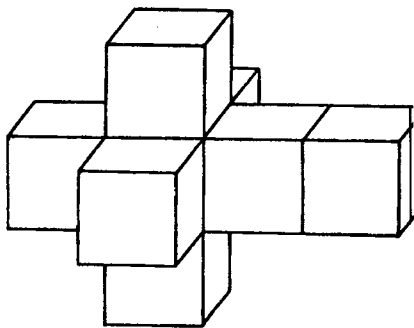
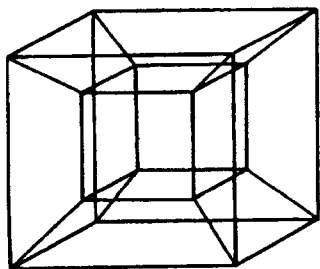


如下图所示，用透视法画出一个三维的立方体，然后将其展开可得到该立方体的二维平面图。



平铺的四维 表示立方体

超正方体，又叫四维，表示立方体，是立方体的四维解析图。现在让我们用同样的方法把一个超立方体解析成一个三维空间图。下图显示的四维模拟立方体或超立方体由 8 个立方体、16 个顶点、24 个正方形和 32 条边组成。



七巧板

七巧板是 19 世纪最受欢迎的益智游戏之一，它起源于古老的中国，其迷人之处在于制作简单、易学易用。七巧板给予使用者无限的想象空间，

让他们按自己的意愿将拆分开的七个部件随意组合在一起，构成新的图案。简单的外形让人们以为这些部件很容易组合，其实在 1 600 多种用七巧板构成的图案中只有部分图案比较简单，另外一些还是很复杂的，有些甚至是难度极高的。



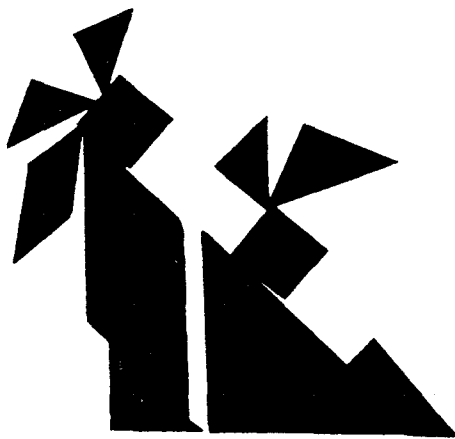
骆驼

谁能想象得到七巧板与拿破仑·波拿巴、约翰·昆西·亚当斯、古斯塔夫·多雷、埃德加·爱伦·坡和刘易斯·卡罗这些名人还有着千丝万缕的联系？实际上他们都是七巧板的忠实用户。虽然七巧板传世已久，但与此有关的最早文字记载却出现在 1813 年的一本中文书里，当时是清朝嘉庆帝（1796—1820 年）统治时期。七巧板的英文名字“Tangram”的由来在民间有不少说法，其中流传最广的有三种。

- 1) 它来自被废弃的英文单词“Trangram”，意思是奇形怪状的小玩意。
- 2) “Tang”是中国唐朝的后缀；“Gram”来自希腊文，词意为“作品”；整个词语的意思就是“唐朝的作品”。
- 3) 来自俚语“Tanka”，话说从前居住于中国东南沿海的水上居民被称为蛋家，他们给一些客船上的商家供应食物，除了供应食物外，他们还提供一些娱乐招待，其中就有由七张薄纸片组成的中国谜题。“Tangram”一词大约是由 Game of the Tanka——“船上人家的游戏”演化出来的。

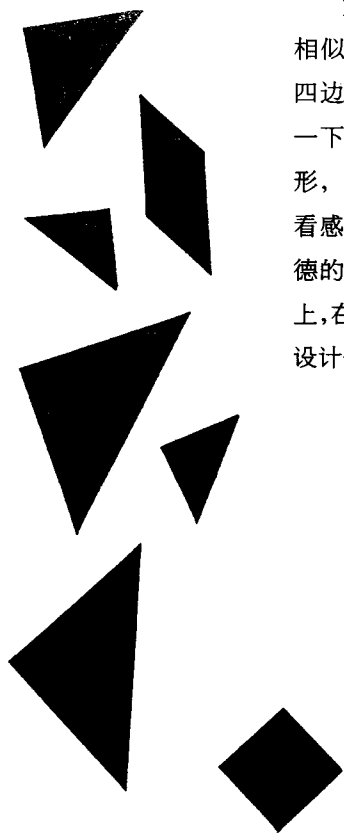
这三种说法听起来似乎都有一定的道理。

或许在这么多的说法中最有趣的当数美国著名趣味问题专家萨姆·劳埃德在他的《关于七巧板的第八本书》书中所做的解释。劳埃德极富幽默感，是个喜欢开玩笑的人，该书写于1903年，当时他已61岁高龄。据说劳埃德的母亲教会他用七巧板来立题、解题，而且她还传给他两本祖传的七巧板拼图秘籍^{*}。因此大家一直想不明白



劳埃德拼成的印第安人夫妇

劳埃德为什么要等到年过花甲才著书解释此事。在劳埃德编纂的历史中，他把七巧板的起源归结于中国传说中的神。他进一步阐释道：“根据百科全书中的记载，七巧板的起源非常早，可以上溯到4 000多年前的古代中国，当时它是中国人的一种休闲方式……在关于七巧板的前七本书中，我把七巧板的来历与创世纪和物种起源联系在一起，提出了一种反达尔文主义的进化论：认为人类的发展分七个阶段，最终达到了一个神秘的精神境界，这是极其荒谬的，它根本经不起仔细推敲！”关于七巧板的第八本书则写得很有说服力，实际上许多专家学者开始时也被它误导了，直到经过广泛深入的研究后才翻然悔悟。话虽如此，劳埃德留下的拼图书倒是蛮有趣的，书中介绍了七巧板的形状，以及他用七巧板拼出的人物和相关解说评论，很值得一读。



组成七巧板的七张纸片

如图所示，七巧板的七个组成部分为五个相似的直角三角形，一个正方形和一个平行四边形。试着把它们拼成一个正方形来挑战一下自己的智力吧，再把它们拼成两个正方形，一个长方形，或者一个平行四边形，看看感觉如何。前面的印第安人夫妇就是劳埃德的杰作，你能重新把它们拼出来吗？实际上，在他拼出的图案中还有更难琢磨的。最后，设计一幅自己原创的图案吧。

* 画家约翰·辛格·萨金特 (John Singer Sargent) 的祖父约翰·辛格曾送给自己的妹妹伊丽莎白·辛格·劳埃德 (Elizabeth Singer Loyd) 两本书，这两本书介绍了他收集的各种七巧板的形状。伊丽莎白又将其传给了自己的孙子萨姆·劳埃德 (Sam Loyd)。

