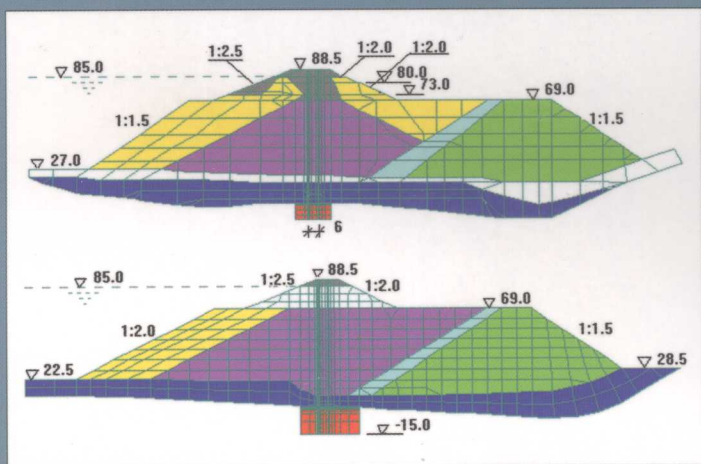


21世纪岩土工程前沿技术丛书

土的本构模型的广义 位势理论及其应用

● 杨光华 李广信 介玉新 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

21世纪岩土工程前沿技术丛书

土的本构模型的广义 位势理论及其应用

◎ 杨光华 李广信 翁玉新 著



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书从数学理论角度出发,建立了土的本构模型建模理论的数学基础,揭示了现有的各种建模理论,如非线性弹性、弹塑性理论的数学背景,发现以往从各种物理假设出发所建立的各种建模理论具有统一的数学原理,其建模理论可以统一为主空间通过试验建立关系,然后通过数学坐标变换得到六维空间的本构关系。各种不同的建模理论只是在坐标变换过程中采用了不同的数学假设而得到,因而从数学角度上统一和建立了各种建模理论的内在联系,在此基础上,提出了土体建模的广义位势理论。现有的各种建模理论都可以看作为广义位势理论在一定假设条件的特例,应用于弹塑性模型时,建立了应力空间和应变空间的多重势面弹塑性模型,模型在一定的假设条件下,其参数可以采用常规三轴试验确定,可以较好地反映土体的剪缩和剪胀特性。书中介绍了整套的理论体系,提供了相应的公式,同时还介绍了在三峡工程二期围堰工程中的应用并用单元体计算和有限元数值计算与试验的比较验证了模型在反映砂土剪胀特性方面的优点,还用室内模型试验对模型进行有限元数值的计算验证。本书理论系统、应用参数完整,可供土木工程,尤其是从事岩土力学与工程研究和应用的同行参考,也可以作为研究生的参考资料。

图书在版编目 (CIP) 数据

土的本构模型的广义位势理论及其应用/杨光华,李
广信,介玉新著. —北京:中国水利水电出版社,2007
(21世纪岩土工程前沿技术丛书)
ISBN 978-7-5084-4135-1

I. 土… II. ①杨…②李…③介… III. 土体—
岩土力学模型—位势(数学)—研究 IV. TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 124104 号

书 名	21 世纪岩土工程前沿技术丛书 土的本构模型的广义位势理论及其应用
作 者	杨光华 李广信 介玉新 著
出版 发行	中国水利水电出版社 (北京市三里河路 6 号 100044) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 63202266 (总机)、68331835 (营销中心) 北京科水图书销售中心 (零售) 电话: (010) 88383994、63202643 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	中国水利水电出版社微机排版中心
印 刷	北京市兴怀印刷厂
规 格	850mm×1168mm 32 开本 8.125 印张 265 千字
版 次	2007 年 5 月第 1 版 2007 年 5 月第 1 次印刷
印 数	0001—3500 册
定 价	24.00 元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社营销中心负责调换

版权所有·侵权必究

序

岩土力学的特征源于岩土材料的本质，正是岩土材料存在颗粒间内摩擦而不同于金属，因而反映出球张量与偏张量的耦合作用、剪胀性与非关联性等力学特征。这些恰好是传统连续介质力学中所未曾考虑的。照理说，岩土力学在力学的弹性、塑性、能量、损伤等理论中都应该有岩土材料的烙印，体现内摩擦的存在、发展与损伤。然而，当今岩土力学中唯有岩土塑性力学才较好的体现了这些特性。可见，岩土力学的发展仍任重而道远。

在塑性力学中最根本的问题是塑性位势理论。该书从数学角度建立了力学本构理论的基础，称为广义位势理论，可以统一反映各种力学的建模理论，既表述了应变增量的流动方向，也表述了应变增量的大小，从而取代了传统塑性势假设和德鲁克塑性公设，更具一般性，这是连续介质力学中的一个重要创举。

该书还依据上述理论建立了多重势面的应力空间与应变空间的弹塑性模型，参数简单，适应性广，表示了该书具有较好的实用性。杨光华是我国一位优秀的中青年岩土工程专家，善于利用数学理论解决力学问题，更善于利用力学理论解决工程实际问题。本书正好反映了作者这两方面的才能。

最后，作为作者的同行和朋友，又是感谢，又是祝贺，感谢他们为我们共同的岩土力学事业的发展又付出

了一份辛勤的劳动，祝贺他们在岩土人生的道路上又迈进了一步。

郑颖人

2007年1月25日

前言

人们公认的现代土力学的起始点是 1963 年剑桥弹塑性模型的提出。显然,把土的弹塑性或非线性变形这一复杂的本构关系真正纳入到力学的三大方程中求解,才可以真正得到岩土真实的应力和变形状态。以往把岩土材料看作简单的线弹性所求得应力应变场并不是真实的结果。要做到这一点应归功于现代计算技术的发展,把复杂的本构模型纳入真正的力学三大方程时使其求解成为可能,也只有现代计算技术的发展才促使岩土力学的研究进入了一个新的历史发展时期,那就是真实地考虑岩土材料的本构特性去求解真正的应力应变问题。可以想象,如果没有现代土力学的发展,像三峡工程二期深水围堰及防渗墙的设计将会异常的艰难,现代土力学的发展,使我们可以有较充分的把握把其应力应变计算得较清楚,从而为设计提供了较充分的科学依据,实践证明是很成功的。但岩土材料是一种天然材料,其力学特性非常复杂。现代计算技术的发展促进现代土力学的诞生和发展,但限制岩土力学的发展和工程应用的关键,也在于合理的本构模型的建立。

就土的本构模型的研究,目前已提出了各种各样的建模理论,所建立的土的本构模型更是很多。显然,到目前为止,人们还是不满意现有的成果,其中争论较大的焦点在于现有的多数建模理论或所建立的模型均是依据传统的金属材料试验基础建立的理论应用于岩土材料。相对于金属材料,岩土材料是一种复杂材料。金属

材料可以说是一种简单材料，依据简单材料试验基础建立的理论应用于复杂材料显然存在其局限性，因而，人们在现有的金属材料本构理论基础上提出了各种修正方法，以适应和更好地表述岩土材料的复杂性，也极大地促进了现代土力学的发展和本构理论的发展，如非关联流动法则，多重屈服面理论，都是为适应岩土材料的变形特点而提出的新的建模理论方法。但由于经典理论前提假设的局限性，这种修补始终很难取得更大的发展，同时这种仅基于经典理论的概念的方法也限制了理论的发展。显然，要使岩土本构理论有更大的发展，很有必要开辟新的研究途径，突破传统理论的限制。

杨光华从 1988 年开始探索建立土的本构模型的新的理论方法，从数学角度上建立了本构理论的数学基础，对现有的各种建模理论探讨了其数学上统一的联系。由于本构模型是六维应力与应变的关系，而实验的条件多是主空间上实施的，以往的理论多是通过假设先建立六维空间上的应力应变关系，然后简化到主空间上来确定参数。新的理论则从相反方向进行建模，认为主空间上的试验是可以实现的，而从主空间到一般的六维应力应变关系其实质是一个数学变换问题，从而提出了从主空间到一般六维空间的数学变换的理论——广义位势理论。经典的一些理论可看作为广义位势理论在特殊条件下的结果，从而把经典的从不同角度提出的建模理论，如非线性弹性理论、塑性位势理论和弹性势理论可以用广义位势理论统一并建立他们之间的联系，对经典理论获得更清晰的数学假设条件。从广义位势理论角度建立弹塑性模型无需像传统弹塑性理论那样以塑性公设为前提条件，具有更广阔的适应空间。从广义位势理论出发，引入一定的假设条件，又可以更方便地建立土的本构模型，在反映土的本构特性方面也更有发展空间。新的理论显著优点是简化了建模过程，同时可以更方便建模，尤其是可以方便且更直观地在应变空间上建立弹塑性本构模型。书中分别建立了应力空间的多重势面弹塑性模型和应变空间多重势面弹塑性模型，其参数在一定假设条件下可以像邓

肯一张模型一样简便确定参数，为使模型具有更广泛的适应性，还提出了数值模型，即数值表示试验曲线来建模。多重势面弹性模型的显著优点是既简便又可以较好地表述像砂土的剪胀性，如可以表述泊松比 $\mu > 0.5$ 的情况，应用于三峡工程二期深水围堰的计算分析中，其计算值与实测结果具有更好的一致性。后来在清华大学进行博士论文的工作中，在李广信教授指导和其他同学协助下，对该理论进行了试验研究，介玉新博士对新模型在模拟剪胀性方面进行了较多的数值计算和比较研究。本书主要是对以往所做工作的总结，目的是希望从数学角度上提出一套建模理论，为岩土材料本构模型的建立提供一套更系统和更具有发展空间理论。同时，由于土的力学性质的复杂性，还有不少理论问题和更精细的实验研究有待于进一步深入地研究。由于岩土材料的复杂性，对岩土介质的本构理论的研究，正如袁建新教授在1988年全国岩土力学数值分析会议上预言岩土力学与工程的研究可能会超越岩土介质本身，而成为各种类岩土类介质研究的基础一样，岩土本构理论的研究也可能会超越岩土本身而为复杂材料的本构理论提供基础。因此，深入开展对岩土类复杂介质本构理论的研究是有其深远的意义的。本书内容也许只起到一个抛砖引玉的作用，在进一步深入的研究中，希望能真正形成一个系统的复杂介质的本构理论，为岩土力学与工程的发展提供更好的理论基础。

杨光华

2006年2月3日于广州

目录

序

前言

第一章 概述..... 1

1.1 工程实践与土的本构模型 1

1.2 土的本构模型研究的简单回顾 2

1.3 本构模型及理论对发展现代土力学的重要意义 4

1.4 建立土的本构模型需要解决的几个基本问题 5

第二章 土的本构理论及模型研究的现状..... 7

2.1 土的本构理论的分类 7

2.2 基于广义虎克定律基础上的各种增量非线性弹性模型 7

2.2.1 $E-\mu$ 模型 9

2.2.2 $K-G$ 模型 11

2.2.3 小结 13

2.3 非线性弹性理论..... 13

2.3.1 柯西 (Cauchy) 弹性理论..... 13

2.3.2 格林 (Green) 弹性理论 14

2.3.3 次弹性 (Hypoelastic) 理论 15

2.3.4 几种非线性弹性理论之间的关系及小结 16

2.4 弹塑性理论..... 16

2.4.1 经典弹塑性理论及其本构方程 17

2.4.2	土体弹塑性本构模型及理论的一些发展	22
2.4.3	弹塑性本构理论中有待解决的几个问题	23
2.5	坐标直接变换法	25
2.6	土的本构理论的总结	25
2.6.1	研究趋向	25
2.6.2	现有理论的特点	26
2.6.3	未来岩土本构模型的需要及发展的关键问题	27
2.7	本书的内容	27
第三章	土的本构模型理论的数学基础及广义位势理论	30
3.1	土的本构理论中的数学问题	31
3.1.1	本构理论需研究的基本问题	31
3.1.2	本构理论需要解决的两个根本问题	32
3.2	坐标变换法	33
3.2.1	全量形式的本构关系	33
3.2.2	增量式的本构关系	37
3.2.3	增量弹塑性本构关系	39
3.2.4	小结	40
3.3	导数表示的变换法	41
3.3.1	导数表示的变换法	41
3.3.2	导数变换方法及其势函数理论	46
3.3.3	增量形式的导数变换方法及其势函数理论	47
3.3.4	增量弹塑性的势函数理论	48
3.3.5	小结	51
3.4	广义位势理论之单一势面理论	51
3.4.1	全量式单一势面理论	51
3.4.2	广义塑性位势理论——单一势面塑性位势理论	52
3.4.3	关于塑性状态方程或屈服函数的合理确定问题	53
3.5	广义位势理论之多重势面理论	55
3.5.1	全量形式的多重势面理论	56
3.5.2	广义塑性位势理论——多重势面广义塑性理论	58

3.5.3 多重势面理论的弹塑性本构方程	60
3.6 张量普遍形式定律	64
3.7 广义位势理论、普遍形式定律与其他建模理论的关系	68
3.7.1 与弹性位势理论和塑性位势理论的关系	68
3.7.2 广义位势理论、普遍形式定律及柯西弹性理论的关系	69
3.8 本章小结	71
第四章 传统本构理论的数学实质及若干问题的探讨	73
4.1 塑性位势理论的数学实质	73
4.2 关联和非关联流动法则的数学分析	76
4.2.1 引言	76
4.2.2 关联流动法则并不能表述所有材料的本构关系	77
4.2.3 Drucker 公设与本构关系	79
4.2.4 塑性应变增量方向唯一性的问题	83
4.2.5 简化模型特性的分析	88
4.2.6 小结	89
4.3 弹性势理论的数学实质	90
4.4 柯西弹性理论的数学实质及与多重势面理论的关系	92
4.5 统一的本构理论	94
第五章 土的多重势面弹塑性本构模型及其应用	95
5.1 引言	95
5.2 应力空间的简化多重势面弹塑性模型	96
5.2.1 简化多重势面弹塑性模型的本构方程	96
5.2.2 应力空间简化弹塑性模型的柔度矩阵	99
5.2.3 多重势面模型和塑性位势理论模型的关系	100
5.2.4 多重势面模型参数的确定	102
5.2.5 多重势面模型与邓肯—张模型的比较	107
5.2.6 小结	120

5.3	应变空间上的简化多重势面弹塑性本构模型	120
5.3.1	引言	120
5.3.2	应变空间上的多重势面弹塑性本构方程	121
5.3.3	参数的确定	129
5.3.4	计算实例	132
5.3.5	小结	134
5.4	土体应变空间的多重势面数值弹塑性本构模型	134
5.4.1	引言	134
5.4.2	应变空间上的简化多重势面弹塑性模型	135
5.4.3	试验曲线的拟合及 E_t 、 μ_t 的数值表示	137
5.4.4	试验及模型的应用	140
5.4.5	小结	157
5.5	本章小结	157

第六章 多重势面模型在三峡工程二期围堰应力

	应变分析中的应用	159
6.1	工程概况及计算要求	159
6.2	计算内容和计算条件	159
6.2.1	本构模型	159
6.2.2	加卸载准则	165
6.2.3	接触面模型	165
6.2.4	计算的模型方案及补充规定	165
6.2.5	非线性计算方法	166
6.2.6	计算的防渗墙方案	166
6.2.7	各计算方案及计算模型小结	170
6.3	低双塑性墙方案的计算结果及分析	170
6.3.1	基本方案各种本构模型的结果	170
6.3.2	墙间水位上升方案 (简记为 LDPW—UW 方案)	182
6.3.3	墙间水位下降方案 (简记为 LDPW—UW 方案)	183
6.3.4	墙间水位变动对墙体位移及应力水平的影响分析	184
6.3.5	墙厚变化对墙体位移及应力水平的影响	185

6.3.6	墙底两侧强风化岩变软对墙底应力的影响	186
6.3.7	墙体单元应力水平的可靠性分析	187
6.3.8	低双塑性墙方案及不同本构模型的结果小结	188
6.4	低双刚性墙方案 (简记为 LDHW 方案) 的计算结果及分析	190
6.4.1	基本方案各种本构模型的计算结果	190
6.4.2	墙间水位变动对墙体水平位移及墙体应力的影响	196
6.4.3	墙底沉渣对墙底应力的影响	198
6.4.4	墙底两侧强风化岩变软对墙底应力的影响	198
6.4.5	墙体混凝土采用各向异性本构模型对墙体应力的影响	198
6.4.6	低双刚性墙方案小结	199
6.5	高双刚性墙方案 (DHHW)	200
6.6	计算结果	207
6.7	计算与实测结果的比较	209
第七章 多重势面模型在边坡和加筋土挡墙数值计算中的应用		213
7.1	引言	213
7.2	多重势面模型在边坡计算中的应用	213
7.2.1	离心模型试验简介	213
7.2.2	基于多重势面模型的有限元计算	214
7.3	多重势面模型在加筋土挡墙计算中的应用	215
7.3.1	Denver 墙试验介绍	217
7.3.2	用 NMFRS 程序计算 Denver 墙	219
7.4	小结	225
第八章 结论与展望		226
8.1	结论	226
8.2	展望	229
8.2.1	新理论具有广阔的应用前景	229

8.2.2	试验研究问题	232
8.2.3	土体的各向异性问题	232
8.2.4	加卸载准则问题	232
8.2.5	应力路径的影响问题	233
8.2.6	关于模型理论的发展问题	233

参考文献	234
------	-----

后记	243
----	-----

第一章

概 述

1.1 工程实践与土的本构模型

随着有限元等数值方法和计算机技术的发展,土工问题的研究已有可能考虑土体的真实应力应变关系来进行应力位移的计算分析,并且可以将土的变形问题和强度问题看成是土体应力—变形过程的不同阶段,而无需将它们截然分开。以基础的荷载—沉降问题为例,如图 1.1.1 所示。传统的计算方法在沉降计算中基本上用线弹性理论;在承载力计算中又是按刚塑性模型。若以弹性—完全塑性模型进行分析,则 $P < P_c$ (P_c 为临塑荷载)可认为地基完全处于弹性阶段; $P_c \leq P \leq P_u$ (P_u 为极限荷载)则地基同时存在弹性和塑性区,且后者并未完全连通的,此阶段称为弹塑性阶段。当 $P = P_u$ 时则地基下形成连续的塑性区,地基整体破坏了。为充分发挥地基承载力,荷载可以用到第二阶段的弹塑性状态,而这一阶段地基的变形是非线性的,按线弹性理论计算的沉降则是不符合实际的,如图 1.1.1 所示。目前设计计算中虽然也有一些基础非线性沉降计算的方法^[1,2],但也是一种半经验的方法;再者,在沿海

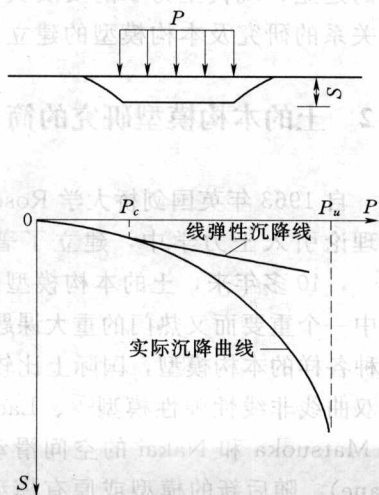


图 1.1.1 基础沉降的 $P \sim S$ 曲线



一些软土地基上的路堤工程,考虑土体非线性后的实际沉降比按压缩模量计算的沉降大 2~3 倍^[3],由于对实际沉降估计不足,往往会造成工程事故。因此,要合理计算基础的非线性沉降和基础下土体的应力状态,正确的方法是要考虑土体的非线性或弹性本构关系,若只用线弹性的土体本构关系,则是无法得到基础的非线性沉降曲线的。另外,一些涉及引起高应力水平和复杂应力路径的工程问题,也不是以往单纯工程经验及传统方法所能解决的。一些重大建设工程,如土石坝工程、三峡工程二期围堰等重大的土工工程,如果没有现代土力学的发展,现代计算技术和土的本构关系的研究,要进行合理的设计是难以想象的,因为土的应力分布和变形主要取决于土的应力—应变关系,如果对重大岩土工程中的应力分布和变形没有一个合理的预测是很难进行安全、经济的设计。因此,随着科学技术的发展和重大土木工程建设的不断出现,传统或经典的不考虑土体真实本构关系的理论已不能满足现代工程设计的需要。由于计算机技术的发展和有限元等数值方法的创立以及土力学基本理论的建立,现代土力学的发展关键是土的力学特性——土的本构关系的研究及本构模型的建立。

1.2 土的本构模型研究的简单回顾

自 1963 年英国剑桥大学 Roscoe 为首的研究小组把经典弹塑性理论引入土力学中,建立了著名的剑桥弹塑性本构模型以来^[4],40 多年来,土的本构模型的研究一直成为现代土力学研究中一个重要而又热门的重大课题,人们在研究中提出了大量的各种各样的本构模型,国际上比较著名的如剑桥模型^[4]、邓肯—张双曲线非线性弹性模型^[5]、Lade - Duncan 弹塑性模型^[6]、日本 Matsuoka 和 Nakai 的空间滑动面模型^[7] (Spatial Mobilized Plane)。随后新的模型或原有模型的发展层出不穷。我国在 20 世纪 60 年代魏汝龙对软黏土的屈服面的研究取得了较好的成



果^[8], 70 年代末 80 年代初, 清华大学黄文熙教授等利用经典弹塑性理论的正交流动法则, 提出用试验资料, 根据塑性应变的增量方向直接确定塑性势面(或屈服面)的方法来建立土的弹塑性本构模型^[9], 直接推动了我国在土的本构关系方面的研究, 至 80 年代更是掀起了我国研究土的本构关系的热潮。随后, 我国的南京水利科学研究院沈珠江在弹塑性模型及多重屈服面模型^[10~12], 清华大学李广信、濮家骝^[13,14]在三维弹塑性模型, 河海大学殷宗泽、向大润在弹塑性模型^[15~18], 成都科技大学屈智炯、建筑科学研究院阎明礼、清华大学高莲士等在非线性 $K-G$ 模型^[19~21], 武汉水利电力大学刘祖德、陆士强等^[22]以及清华大学孙岳松、濮家骝、李广信^[23,24]在应力路径的影响, 后勤工程学院郑颖人等在土的应变空间模型、多重屈服面模型^[25~27], 北京大学殷有泉、曲圣年等在塑性公设方面^[28,29], 浙江大学龚晓南、曾国熙^[30,31]以及王年香、魏汝龙^[53]等在软土应力应变归一化和各向异性非线性的研究, 广东省水利水电科学研究所陆培炎等在用双三次样条函数拟合试验结果方面进行的研究^[32]以及窦宜在黏土本构特性的试验研究方面等^[33~35], 均取得了很有特色的成果。国内研究生的学位论文涉及本构关系方面的研究则更是很多。由于各国学者所提出的本构模型众多, 而不同的本构模型也都有其一定的适用范围, 为检验不同的本构模型, 国外还专门组织了进行考试形式的验证讨论会^[116], 组织者提供简单试验的结果, 然后要求各模型提出者用模型预测复杂应力条件下的试验, 收到预测结果后, 再公布试验结果, 由此用于评价各种模型。而由于土的复杂性, 验证结果未能确定哪一个模型是最好的。因此, 土的本构模型虽历经了 40 多年的研究, 也提出众多的模型, 在用于解决工程问题中也取得了很大的进步, 但一个完美的精确的土的本构模型还只存在于人们的期望中。对土的本构关系的研究的概况, 濮家骝、李广信和沈珠江曾对国内外的现状进行了很好的总结^[36,37]。