

世纪高等农林院校数学基础课规划教材

高等数学

理工类

李德新 主编



厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS

21世纪高等农林院校数学基础课规划教材

013/480

:1

2007

高等数学

理工类

李德新 主编



厦门大学出版社

XIAMEN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

高等数学:理工类/李德新主编. —厦门:厦门大学出版社,2007.8
ISBN 978-7-5615-2790-0

I. 高… II. 李… III. 高等数学-高等学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 092119 号

厦门大学出版社出版发行

(地址:厦门大学 邮编:361005)

<http://www.xmupress.com>

xmup@public.xm.fj.cn

沙县方圆印刷有限公司印刷

2007 年 8 月第 1 版 2007 年 8 月第 1 次印刷

开本:787×960 1/16 印张:37 插页:2

字数:682 千字 印数:0001~7000 册

定价:46.00 元

本书如有印装质量问题请直接寄承印厂调换

前言

伴随着知识经济时代和信息时代的到来以及电子计算机技术的迅速发展,数学在各个领域中的应用日趋普遍,数学成了每门现代科学技术都必须掌握的通用语言.对于现代的工业技术与现代工程而言,数学则是表达技术原理、进行复杂而精密的工程设计预算所不可少的工具.

《高等数学》课程作为高等院校工科本科各专业的一门重要基础课,通过本课程学习,要使学生获得所要求的基本概念、基本理论和基本技能,培养学生具有一定的逻辑推理能力、抽象思维能力、空间想象能力、自学能力及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力,并逐步形成创新意识和应用意识,为学习后继课程和进一步获取知识奠定必要的数学基础.

在确保工科类本科数学基础课教学基本要求的前提下,本书对高等数学的基本概念、基本理论和基本方法的阐述力求严谨简明,详略得当,同时突出了微积分基本思想在工科科学中的应用,可作为工科本科生的公共教材和参加工学硕士研究生入学数学考试第一阶段系统复习时的参考用书,也可供科技人员参考.

本书有如下特色:

1. 从第一章开始到最后一章,无论是正文的叙述还是习题的安排,作者努力把分类、发散、逆向、联想等思维方法贯穿其间,重视通过对问题的分析与挖掘,启发读者们充分发挥主观能动性.

2. 尽量对各部分内容的表达顺序和表达形式进行改善,从课程本身化解难点.主要是:概念更加平易直观;逻辑推演更加直接明快;方法更加通用有力.

3. 语言叙述上,力图把读者当成自己的朋友,用通俗的说法去刻画深刻的道理.

4. 在一些知识板块的后面,简要阐述了作者个人深入思考的成果,这些内容可作为对数学要求较高的读者进行研究时选读.

5. 注意与初等数学保持自然衔接.

6. 排版尽量简约.

本书共十一章,每节后附有习题,每章后另附综合测试题.习题量丰富,题型覆盖面广,读者可根据情况进行筛选取舍.

本书第一至第五章由林鸿钊执笔,第六至第十一章由李德新执笔.李德新负责全书统稿和定稿.

在写作本书的时候,作者参考了国内外与高等数学相关的许多优秀著作,在此恕不一一列名致谢.

在写作本书的过程中,得到了宁正元教授的热情鼓励 and 大力支持,同时,阙树福、张朝阳、王秀丽、温永仙、姜永、陈绩馨老师为本书编写付梓提供了许多宝贵意见和建议,在此谨表诚挚的谢意.

编者才疏学浅,不足之处在所难免.敬请使用本书的教师和读者们不吝评正.

E-mail:ldxlywly@hotmail.com

编者

2007年1月

目 录

第 1 章 函数、极限和连续	(1)
§ 1.1 函数	(1)
一、函数的基本概念	(1)
二、函数的基本特性	(2)
三、函数的基本运算	(3)
四、初等函数与分段函数	(5)
五、无穷数列	(8)
习题 1.1	(9)
§ 1.2 极限的概念	(11)
一、数列的极限	(11)
二、自变量趋于无穷大时函数的极限	(14)
三、自变量趋于有限值时函数的极限	(16)
习题 1.2	(21)
§ 1.3 无穷小与无穷大	(22)
一、无穷小	(22)
二、无穷大	(23)
习题 1.3	(24)
§ 1.4 极限的性质	(25)
一、极限存在条件下函数的局部性质	(25)
二、极限的性质	(26)
习题 1.4	(27)
§ 1.5 极限运算法则与极限存在准则	(28)
一、极限的四则运算法则	(28)
二、复合函数的极限运算法则	(32)
三、极限存在准则	(34)
习题 1.5	(35)
§ 1.6 两个重要极限与等价无穷小替换的应用	(36)
一、两个重要极限的应用	(36)

二、无穷小等价替换的应用	(39)
习题 1.6	(41)
§ 1.7 极限的初步应用	(42)
一、比较无穷小的阶	(42)
二、求曲线的渐进线	(44)
习题 1.7	(45)
§ 1.8 函数的连续性与间断点	(46)
一、函数连续的概念	(46)
二、连续函数的运算与初等函数的连续性	(48)
三、分段函数连续性的讨论	(49)
四、函数的间断点	(50)
习题 1.8	(52)
§ 1.9 闭区间上连续函数的性质	(53)
一、最值定理与有界定理	(54)
二、介值定理与零点定理	(55)
习题 1.9	(56)
综合测试题一	(57)
第 2 章 微分与导数	(60)
§ 2.1 微分的概念与基本性质	(60)
一、微分的概念	(60)
二、微分的基本性质	(62)
习题 2.1	(64)
§ 2.2 导数的概念与基本性质	(65)
一、导数的概念	(65)
二、导数的意义	(69)
三、导数的基本性质	(70)
四、微分学基本概念的定义形式及其关系小结	(72)
习题 2.2	(73)
§ 2.3 导数与微分的运算法则	(74)
一、基本导数公式与基本微分公式	(74)
二、导数与微分的四则运算法则	(75)
习题 2.3(1)	(78)
三、复合函数的求导法则与微分法则	(78)
四、反函数的求导法则	(82)

五、分段函数在分段点处导数的求法	(83)
习题 2.3(2)	(85)
六、高阶导数	(87)
习题 2.3(3)	(90)
§ 2.4 隐函数与参数方程确定的函数的导数及相关变化率	(90)
一、隐式函数的导数	(90)
二、参数函数的导数	(92)
三、相关变化率	(95)
习题 2.4	(96)
综合测试题二	(97)
第 3 章 微分中值定理和导数的应用	(102)
§ 3.1 微分中值定理	(102)
一、罗尔定理	(102)
二、拉格朗日定理	(104)
三、柯西定理	(106)
习题 3.1	(107)
§ 3.2 函数的增减性与极值 最大值与最小值	(109)
一、函数的增减性	(109)
二、函数的极值	(112)
三、最大值与最小值	(114)
四、解几何与实际问题中的最值问题	(116)
习题 3.2	(116)
§ 3.3 曲线的凹凸性与拐点曲率	(118)
一、曲线的凹凸性与拐点	(118)
二、曲线的曲率	(121)
习题 3.3	(123)
§ 3.4 函数图形的描绘	(124)
一、直角坐标系下曲线的描绘	(124)
二、极坐标系下曲线的描绘	(126)
三、极坐标表示的曲线的切线斜率与曲率	(128)
习题 3.4	(128)
§ 3.5 罗必达法则	(129)
一、关于 $\frac{0}{0}$ 和 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式的罗必达法则	(129)

二、其他类型未定式的极限	(132)
三、不能直接用罗必达法则计算的极限举例	(134)
习题 3.5	(135)
§ 3.6 泰勒公式	(137)
一、带皮亚诺余项的泰勒公式	(137)
二、带拉格朗日余项的泰勒公式	(140)
三、高阶微分的概念与高阶导数的记号	(143)
习题 3.6	(143)
综合测试题三	(144)
第 4 章 定积分与不定积分	(147)
§ 4.1 定积分的概念与基本性质	(147)
一、定积分的概念	(147)
二、定积分的几何意义	(151)
三、定积分的基本性质	(152)
四、奇偶函数的定积分	(153)
习题 4.1	(154)
§ 4.2 不定积分的概念与微积分基本定理	(155)
一、原函数的概念	(156)
二、不定积分的概念	(158)
三、不定积分的基本性质	(159)
四、牛顿—莱布尼兹公式	(160)
习题 4.2	(162)
§ 4.3 积分公式与积分方法	(163)
一、基本积分公式	(163)
二、分项积分法	(164)
三、分段积分法	(166)
习题 4.3(1)	(167)
四、拼凑微分法	(168)
习题 4.3(2)	(175)
五、分部积分法	(176)
习题 4.3(3)	(181)
六、变量替换法	(182)
七、积分法注记与特殊积分法	(191)
习题 4.3(4)	(193)

§ 4.4 变限积分函数与定积分中值定理	(194)
一、变限积分函数	(195)
二、定积分中值定理	(198)
三、积分学基本概念及其导数小结	(201)
习题 4.4	(201)
§ 4.5 广义积分	(204)
一、无限区间上的广义积分	(204)
二、有无穷间断点的广义积分	(206)
*三、 Γ 函数与 β 函数	(208)
习题 4.5	(210)
综合测试题四	(211)
第 5 章 定积分的应用	(216)
§ 5.1 定积分的微元法	(216)
一、曲边梯形面积建立过程的简化	(216)
二、微元法	(217)
习题 5.1	(218)
§ 5.2 平面图形的面积	(218)
一、直角坐标情形	(218)
二、极坐标情形	(221)
习题 5.2	(222)
§ 5.3 体积	(223)
一、旋转体的体积	(223)
二、平行截面面积为已知的立体的体积	(225)
习题 5.3	(226)
§ 5.4 平面曲线的弧长与旋转曲面的面积	(227)
一、平面曲线的弧长	(227)
二、旋转曲面的面积	(228)
习题 5.4	(229)
§ 5.5 定积分在物理上的应用	(230)
一、变力沿直线作功	(230)
二、液体静压力	(232)
三、引力	(233)
习题 5.5	(234)
综合测试题五	(235)

第 6 章 微分方程	(238)
§ 6.1 微分方程的基本概念	(238)
一、微分方程及其阶	(238)
二、微分方程的解、通解、特解与初始条件	(239)
三、微分方程的形式	(240)
习题 6.1	(241)
§ 6.2 一阶可分离变量的微分方程	(241)
一、可分方程	(242)
二、齐次方程	(243)
习题 6.2	(245)
§ 6.3 一阶线性微分方程	(246)
一、线性方程	(246)
二、贝努利方程	(250)
三、积分因子法的一个应用	(250)
习题 6.3	(251)
§ 6.4 二阶可降阶的微分方程	(252)
一、 $y'' = f(x, y')$ 型	(253)
二、 $y'' = f(y, y')$ 型	(253)
习题 6.4	(255)
§ 6.5 二阶线性常系数微分方程	(255)
一、二阶线性方程及其解的结构	(255)
二、二阶线性常系数齐次方程的解法	(257)
三、特殊的二阶线性常系数非齐次方程的解法	(260)
*四、一般的二阶线性常系数非齐次方程的解法	(265)
*五、欧拉方程	(266)
习题 6.5	(267)
§ 6.6 微分方程的应用	(268)
一、几何中的应用	(268)
二、物理等问题中的应用	(270)
习题 6.6	(274)
综合测试题六	(276)
第 7 章 无穷级数	(280)
§ 7.1 常数项级数的概念与性质	(280)
一、常数项级数的概念	(280)

二、收敛级数的基本性质	(283)
三、级数收敛的必要条件	(284)
习题 7.1	(285)
§ 7.2 数项级数的审敛法	(286)
一、正项级数及其审敛法	(286)
习题 7.2(1)	(290)
二、交错级数及其审敛法	(291)
三、绝对收敛与条件收敛	(293)
习题 7.2(2)	(294)
§ 7.3 幂级数	(295)
一、函数项级数的概念	(295)
二、幂级数及其收敛性	(296)
三、幂级数的运算及其性质	(298)
四、利用幂级数的和函数求数项级数的和	(301)
习题 7.3	(302)
§ 7.4 函数展开成幂级数	(303)
一、任意阶可导的函数的泰勒级数	(303)
二、函数展开成幂级数的条件	(304)
三、初等函数间接展开成幂级数	(307)
*四、幂级数展开式的应用	(310)
*五、欧拉公式	(311)
习题 7.4	(312)
§ 7.5 傅里叶级数	(313)
一、三角级数及其基本性质	(313)
二、周期为 2π 的周期函数的傅里叶级数	(314)
三、只定义在区间 $[-\pi, \pi]$ 上的函数展开成傅里叶级数	(317)
四、只定义在 $[0, \pi]$ 上的函数展开成正弦(或余弦)级数	(318)
习题 7.5	(320)
§ 7.6 一般周期函数的傅里叶级数	(322)
一、一般周期函数的傅里叶级数	(322)
*二、傅里叶级数的复数形式	(324)
习题 7.6	(325)
综合测试题七	(326)
第 8 章 向量代数与空间解析几何	(329)

§ 8.1 空间直角坐标系	(329)
一、空间直角坐标系	(329)
二、点的坐标	(330)
三、空间两点间的距离公式与中点坐标公式	(330)
习题 8.1	(331)
§ 8.2 向量及其线性运算	(332)
一、向量的概念	(332)
二、向量的线性运算	(332)
习题 8.2	(335)
§ 8.3 向量的坐标	(335)
一、向量的分解与向量的坐标	(335)
二、向量线性运算的坐标表示法	(336)
三、向量的模与方向余弦的坐标表示式	(337)
四、向量在坐标轴上的投影与向量的坐标	(338)
习题 8.3	(339)
§ 8.4 向量的数量积 向量积 混合积	(340)
一、两向量的数量积	(340)
二、两向量的向量积	(342)
三、向量的混合积	(345)
习题 8.4	(347)
§ 8.5 平面及其方程	(348)
一、平面的点法式方程	(348)
二、平面的一般式方程	(349)
三、平面的截距式方程	(351)
四、两平面的夹角	(351)
习题 8.5	(352)
§ 8.6 空间直线及其方程	(353)
一、空间直线的点向式方程与参数式方程	(353)
二、空间直线的一般式方程	(353)
三、两直线的夹角	(354)
四、直线与平面的夹角	(355)
五、直线与平面的交点	(356)
习题 8.6	(356)
§ 8.7 平面与直线方程的应用	(357)

一、求投影	(357)
二、求距离	(359)
习题 8.7	(361)
§ 8.8 曲面及其方程	(361)
一、曲面方程	(361)
二、球面	(362)
三、柱面	(363)
四、旋转曲面	(363)
五、二次曲面	(365)
习题 8.8	(367)
§ 8.9 空间曲线及其方程	(368)
一、空间曲线的一般方程与参数方程	(368)
二、空间曲线在坐标面上的投影	(370)
*三、一般柱面和旋转曲面的探讨	(371)
习题 8.9	(373)
§ 8.10 柱面坐标与球面坐标	(374)
一、柱面坐标	(374)
二、球面坐标	(375)
习题 8.10	(377)
综合测试题八	(378)
第 9 章 多元函数微分学	(380)
§ 9.1 多元函数	(380)
一、区域	(380)
二、多元函数的概念	(382)
三、多元函数的极限	(384)
四、多元函数的连续性	(385)
习题 9.1	(387)
§ 9.2 偏导数与全微分的概念与基本性质	(387)
一、偏导数	(387)
二、高阶偏导数	(390)
三、全微分	(392)
*四、全微分在近似计算中的应用	(395)
习题 9.2	(396)
§ 9.3 复合函数与隐函数的求导法	(397)

一、多元复合函数的求导法	(397)
二、一阶全微分形式不变性	(402)
三、隐函数的求导法	(402)
习题 9.3	(406)
§ 9.4 多元微分学在几何上的应用	(407)
一、空间曲线的切线与法平面	(407)
二、曲面的切平面与法线	(409)
三、利用微分法求曲线的切向量和平面的法向量	(411)
习题 9.4	(411)
§ 9.5 多元函数的极值及其应用	(412)
一、二元函数的极值概念及求法	(413)
二、多元函数的最大值与最小值的应用	(415)
三、条件极值,拉格朗日乘数法	(416)
*四、二元函数的泰勒公式	(419)
习题 9.5	(422)
§ 9.6 方向导数与梯度	(423)
一、方向导数	(423)
二、梯度	(425)
习题 9.6	(427)
综合测试题九	(428)
第 10 章 多重积分	(431)
§ 10.1 多重积分的概念和性质	(431)
一、二重积分的概念	(431)
二、二重积分的性质	(433)
三、三重积分的概念与性质	(434)
习题 10.1	(435)
§ 10.2 二重积分的计算	(436)
一、利用直角坐标计算二重积分	(436)
习题 10.2(1)	(444)
二、利用极坐标计算二重积分	(445)
*三、二重积分的一般变量替换	(449)
习题 10.2(2)	(450)
§ 10.3 三重积分的计算	(452)
一、利用直角坐标计算三重积分	(452)

习题 10.3(1)	(456)
二、利用柱面坐标计算三重积分	(457)
三、利用球面坐标计算三重积分	(458)
*四、三重积分的一般变量替换	(461)
习题 10.3(2)	(462)
§ 10.4 重积分的应用	(463)
一、曲面的面积	(464)
二、重心	(465)
三、转动惯量	(467)
四、引力	(468)
习题 10.4	(470)
综合测试题十	(472)
第 11 章 曲线积分与曲面积分	(474)
§ 11.1 对弧长的曲线积分	(474)
一、对弧长的曲线积分的概念与性质	(474)
二、对弧长的曲线积分的计算	(476)
三、对弧长的曲线积分的应用	(478)
习题 11.1	(479)
§ 11.2 对坐标的曲线积分	(480)
一、对坐标的曲线积分的概念与性质	(480)
二、对坐标的曲线积分的计算	(482)
三、对弧长的曲线积分的应用	(486)
习题 11.2	(486)
§ 11.3 格林公式及其应用	(488)
一、格林公式	(488)
二、平面上曲线积分与路径无关的条件与二元函数的全微分 求积	(492)
三、全微分方程	(495)
习题 11.3	(497)
§ 11.4 对面积的曲面积分	(498)
一、对面积的曲面积分的概念与性质	(498)
二、对面积的曲面积分的计算	(500)
三、对面积的曲面积分的应用	(502)
习题 11.4	(502)

§ 11.5 对坐标的曲面积分	(503)
一、对坐标的曲面积分的概念与性质	(503)
二、对坐标的曲面积分的计算	(506)
三、对坐标的曲面积分的应用	(510)
习题 11.5	(511)
§ 11.6 高斯公式和斯托克斯公式	(512)
一、高斯公式	(512)
二、斯托克斯公式	(513)
习题 11.6	(516)
§ 11.7 场论初步	(518)
一、场的概念	(518)
二、向量场的通量与散度	(518)
三、向量场的环量与旋度	(520)
四、向量微分算子与“三度”	(521)
五、有势场和势函数	(522)
习题 11.7	(523)
综合测试题十一	(524)
附录 I 基本函数的图形与特性	(527)
附录 II 积分表	(529)
习题、综合测试题参考答案	(539)