新世纪

高等职业教育

基础类课程规划教材

新编工程数学

（线性代数 概率与数理统计）

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编 主 编／崔国生

GAODENG ZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI

大连理工大学出版社

新世纪

高等职业教育基础类课程规划教材
GAODENGZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUAJIAOCAI

新编工程数学

(线性代数 概率与数理统计)

新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

主编/崔国生 副主编/周琳 田兆有 安奇

XINBIAN GONGCHENG SHUXU

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

新编工程数学(线性代数 概率与数理统计)/崔国生主编.
大连:大连理工大学出版社,2002.8
高等职业教育基础类课程规划教材
ISBN 7-5611-2140-7

Ⅰ.新… Ⅱ.崔… Ⅲ.工程数学-高等学校:技术学校-教材 Ⅳ.TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 047402 号

大连理工大学出版社出版发行
大连市凌水河 邮政编码:116024
电话:0411-4708842 传真:0411-4701466
E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn
URL:http://www.dutp.com.cn
大连业发印刷有限公司印刷

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 字数:286 千字 印张:12.5
印数:1-4000 册
2002 年 8 月第 1 版 2002 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:郑淑芹 责任校对:李 红
封面设计:王福刚

定价:36.00 元(本册 18.00 元)

新世纪高等职业教育教材 **编委会**

教材建设指导委员会

新世纪

燕山大学继续教育学院
承德石油高等专科学校
内蒙古工业大学职业技术学院
内蒙古财经学院高职教育部
内蒙古建筑职业技术学院
呼伦贝尔学院
包头钢铁学院职业技术学院
齐齐哈尔大学职业技术学院
大庆职业技术学院
佳木斯大学职业技术学院
黑龙江省建筑职业技术学院
牡丹江大学
吉林财税高等专科学校
吉林交通职业技术学院
吉林粮食高等专科学校
吉林大学应用技术学院
四平职业大学
沈阳师范学院高等职业技术学院
鞍山钢铁学院职业技术学院
鞍山师范学院职业技术学院
本溪冶金高等专科学校
渤海船舶职业学院
朝阳师范高等专科学校
大连大学
大连轻工业学院职业技术学院
大连国际商务职业学院
大连水产学院职业技术学院
辽宁对外经贸职业学院
辽宁机电职业技术学院
东北财经大学高等职业技术学院
抚顺师范高等专科学校
抚顺石油学院高等职业技术学院
抚顺职业技术学院
阜新高等专科学校
锦州师范高等专科学校
锦州师范学院
辽宁财政高等专科学校
辽宁大学高等职业技术学院
辽宁工程技术大学技术与经济学院
辽宁工程技术大学职业技术学院
辽宁工学院职业技术学院
辽宁公安司法管理干部学院
辽宁经济管理干部学院
辽宁农业管理干部学院
辽宁农业职业技术学院
辽宁省交通高等专科学校
辽阳职业技术学院
辽阳石油化工高等专科学校
盘锦职业技术学院
沈阳大学高等职业技术学院
沈阳大学师范学院
沈阳工业大学高等职业技术学院
沈阳建工学院高等职业技术学院
沈阳农业大学高等职业技术学院
铁岭师范高等专科学校
营口高等职业学院
辽宁金融职业技术学院
沈阳建工学院职业技术学院
辽阳信息职业技术学院
辽宁中医学院职业技术学院
沈阳电视大学
沈阳医学院职业技术学院
沈阳音乐学院职业艺术学院
沈阳职工大学
大连医学院丹东分院

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育理论教学与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育的迅速崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的应用型人才培养的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，迫人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的应用型人才培养的高等职业教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照不同领域的社会需要来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们长期以来明乎其理而疏于力行的学以致用问题，这就是我们长期以来未能给予足够关注的教育的目的问题。

如所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门、商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到质疑（在市场经济条件下尤其如此）。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走理论型（也是一种特殊应用）人才培养的道路，学生们根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，高等职业教育从专科层次起步，进而高职本科教育、高职硕士教育、高职博士教育……当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高职教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的（同时也正处在变革分化过程中的）理论型人才培养的教育并驾齐驱，还需假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高等职业教育教材编审委员会就是由北方地区近百所高职院校和出版单位组成的旨在以推动高职教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职教材的特色建设为己任，始终会从高职教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的组织形式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职教学成果，探索高职教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高等职业教育教材编审委员会在推进高职教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门（如国家教育部、辽宁省教育厅）以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意；也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展、进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，共同担负起这一具有开拓性挑战意义的历史重任。

新世纪高等职业教育教材编审委员会

2001年8月18日

前　言

《新编工程数学》(线性代数 概率与数理统计)是新世纪高等职业教育教材编审委员会组编的基础类课程规划教材之一,也是《新编工程数学》的第一分册。

工程数学既是高职工程类各专业的基础课,也是经常用于解决工程技术中的实际问题的工具,因此,它又是高职院校工程类各专业的必修课程。

由于高职工程数学教材既要体现基础性,更要体现应用性,教材编写过程中从内容选取,到深浅程度把握,以及二者关系的协调等诸多方面,都有较大的难度。尤其是高职教育尚处于探索阶段,现存教材版本中真正体现高等职业教育特色、适合培养应用型人才要求的工程数学教材,进而可资借鉴的先例很少。就是在这样的背景下,我们组织了部分相关高职院校一些有工程数学教学经验的一线骨干教师,从高职教学需要出发编写了这套《新编工程数学》教材。

本套教材在充分调研我国高等职业教育现状及发展趋势,认真总结编委会多家高职院校教学经验和教材建设经验的基础上,参考了国内外同类优秀教材,选取了六部分内容,分两册出版。在结构体系、内容安排、习题选择等方面,遵循"以应用为目的,以必需够用为度"的原则,适度淡化理论体系及逻辑论证,而将重点放在了基本概念的阐述、基础理论的解释以及基本方法的归纳和应用上。力争使读者不仅知道工程数学是什么,更知道工程数学能做什么,以便更好地实现工程数学"基础+应用"的双重教育功能。

本册包含线性代数及概率与数理统计两部分内容。线性代数部分的主要内容包括:行列式、矩阵、向量与线性方程组以及相似矩阵及二次型;概率与数理统计部分的主要内容有:随机事件与概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、参数估计与假设检验、回归分析与方差分析。书中的许多例题和习题,是由生产生活中的实际问题提炼加工而成的。作为选学内容,我们还给出了线性代

新世纪

数“应用举例”一节。

《新编工程数学》全套教材由沈阳电力高等专科学校崔国生统筹组织，并担任本册教材主编，本册教材的副主编由本溪冶金高等专科学校周琳、丹东职业技术学院田兆有、内蒙古建筑职业技术学院安奇担任。教材编写大纲由主编提出，经集体讨论确定。第一篇第一章至第三章由安奇编写，第四、五章由周琳编写；第二篇第一章至第四章由崔国生编写，第五、六章由田兆有编写。最后由崔国生统稿。

本教材实际授课时数为 60 ~ 80 课时。带 * 的内容可供某些专业选学或学有余力的学生自学，这些内容虽有一定的难度，但都具有较强的实用性，建议教学过程中尽量不删减。

虽然我们力争做到既能为读者进一步学习打下良好基础，又能使读者初步掌握用工程数学基本方法解决实际问题的能力，但由于专业之间的差别而导致的对课程和教学内容要求的差别，特别是编者对高职工程数学特色建设的探索还未臻完美，教材中仍难免存在不足之处，诚恳希望各相关高职院校和读者在使用本教材的过程中给予关注，并将意见及时反馈我们，以便修订时完善。

编　者

2002 年 8 月

目　录

第一篇　线性代数

第一章　n 阶行列式 ······ 2
　第一节　行列式的定义 ······ 2
　第二节　行列式的性质与计算 ······ 6
　第三节　克莱姆法则 ······ 10
　习题一 ······ 12
第二章　矩阵及其运算 ······ 15
　第一节　矩阵的概念 ······ 15
　第二节　矩阵的运算 ······ 16
　第三节　逆矩阵 ······ 20
　*第四节　分块矩阵 ······ 24
　习题二 ······ 27
第三章　向量组与矩阵的秩 ······ 29
　第一节　n 维向量 ······ 29
　第二节　向量组的线性相关性 ······ 30
　第三节　向量组的秩 ······ 34
　第四节　矩阵的秩 ······ 35
　第五节　矩阵的初等变换 ······ 36
　第六节　初等方阵 ······ 38
　习题三 ······ 41
第四章　线性方程组 ······ 43
　第一节　线性方程组解的结构及有解的条件 ······ 43
　第二节　用初等变换法求解线性方程组 ······ 45
　习题四 ······ 50
第五章　相似矩阵及二次型 ······ 52
　第一节　矩阵的特征值与特征向量 ······ 52
　第二节　相似矩阵与矩阵的对角化 ······ 55
　第三节　向量组的正交化与单位化 ······ 56
　第四节　实对称矩阵的相似对角矩阵 ······ 60
　第五节　二次型及其标准型 ······ 62

*第六节　惯性定律与正定二次型 …… 70
*第七节　应用举例 …… 72
习题五 …… 76

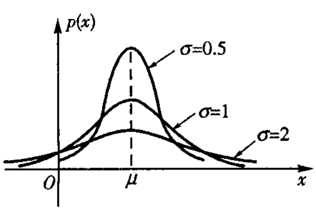
第二篇　概率与数理统计

第一章　随机事件与概率 …… 80
第一节　随机事件 …… 80
第二节　事件的关系与运算 …… 82
第三节　随机事件的概率 …… 83
第四节　独立事件　条件概率与乘法公式 …… 88
*第五节　全概率公式与贝叶斯公式 …… 90
习题一 …… 92
第二章　随机变量及其概率分布 …… 94
第一节　离散型随机变量及其分布律 …… 94
第二节　连续型随机变量及其概率密度 …… 99
第三节　随机变量的分布函数 …… 102
*第四节　随机变量函数的分布 …… 106
*第五节　二维随机变量及其分布 …… 108
习题二 …… 111
第三章　随机变量的数字特征 …… 114
第一节　数学期望 …… 114
第二节　方　差 …… 119
*第三节　相关系数 …… 121
*第四节　大数定律与中心极限定理 …… 122
习题三 …… 124
第四章　数理统计的基本概念 …… 126
第一节　总体与样本 …… 126
第二节　统计量及其分布 …… 127
第三节　点估计 …… 130
第四节　区间估计 …… 134
习题四 …… 137
第五章　假设检验 …… 139
第一节　假设检验的基本概念 …… 139
第二节　单一正态总体的假设检验 …… 141
第三节　两个正态总体的假设检验 …… 146
习题五 …… 150
第六章　回归分析与方差分析 …… 153
第一节　一元线性回归分析 …… 153

第二节　最小二乘法与线性相关性检验 …… 154
*第三节　二元线性回归分析 …… 159
*第四节　方差分析 …… 163
习题六 …… 168
习题参考答案 …… 170
附表
1.标准正态分布表 …… 178
2.泊松分布表 …… 179
3.χ^2 分布表 …… 180
4.t 分布表 …… 182
5.F 分布表 …… 183
6.相关系数检验表 …… 188

第一篇

线性代数



线性代数是一门以行列式、矩阵为基础知识，研究线性函数性质的数学学科。随着线性代数理论的发展，其应用范围已涉及到工程科学及其它应用科学的许多领域，成为进行工程研究、项目分析、科学决策等必不可少的数学工具。

本篇介绍线性代数的基础理论，主要包括行列式及矩阵的概念与运算、向量组与向量组的秩、线性方程组、相似矩阵及二次型，并简要介绍线性代数理论的应用。

第一章

n 阶行列式

第一节　行列式的定义

一、二阶和三阶行列式

将 a_{11}、a_{12}、a_{21}、a_{22} 四个数排成式(1)所示的二行二列(横排称行,竖排称列)的数表

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \tag{1}$$

并规定它等于值 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$,称式(1)为二阶行列式。

数 $a_{ij}(i=1,2;j=1,2)$ 称为行列式(1)的元素。元素 a_{ij} 的第一个下标 i 称为行标,表明该元素位于第 i 行;第二个下标 j 称为列标,表明该元素位于第 j 列。

上述二阶行列式的定义可用对角线法则记忆(参见图 1-1),把 a_{11} 到 a_{22} 的实连线称为主对角线,a_{12} 到 a_{21} 的虚连线称为副对角线。于是二阶行列式的值便是主对角线上的两元素之积减去副对角线上两元素之积所得的差。

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

图 1-1

例如,二阶行列式

$$D_1=\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}=1\times7-5\times2=-3$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=2\times4-(-1)\times3=11$$

类似地,可以定义三阶行列式。

设有九个数排成三行三列的数表

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \tag{2}$$

并规定

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}-a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}+a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \tag{3}$$

则式(2)称为三阶行列式。

根据二阶行列式的定义，式(3)右端各项可继续展开得

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} \tag{4}$$

由式(4)可见，三阶行列式共含6项，每项均为选自不同行、不同列的三个元素的乘积再冠以正负号，其规律遵循图1-2所示的对角线法则：图中每条实线(共三条)所连结的三个数的乘积前面加正号，每条虚线(共三条)所连结的三个数的乘积前面加负号。

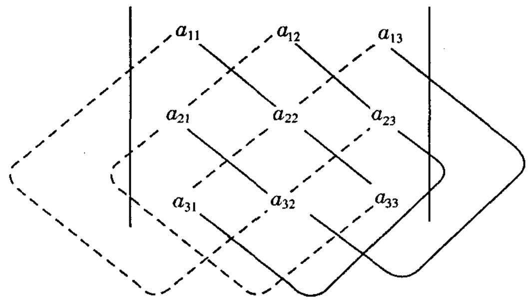


图 1-2

计算三阶行列式，既可以按式(3)分步计算，也可以按式(4)直接计算。

【例 1】 计算三阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

解法一　按式(3)计算，得

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (0-3) - 3 \times (-5-6) + 2 \times (-1-0) = 28$$

解法二　按式(4)(即对角线法则)计算，可得

$$D = 1 \times 0 \times 5 + 3 \times 3 \times 2 + 2 \times (-1) \times 1 - 1 \times 3 \times 1 - 3 \times (-1) \times 5 - 2 \times 0 \times 2$$

$$= 0 + 18 - 2 - 3 + 15 - 0 = 28$$

二、n 阶行列式

对角线法则只适用于二阶与三阶行列式，为了研究四阶及更高阶行列式，现在我们来考察二阶行列式与三阶行列式的关系。

由式(3)可以看出，三阶行列式等于它第一行每个元素分别乘以一个二阶行列式的代数和。为了进一步了解这三个二阶行列式与原来三阶行列式的关系，我们引入余子式和代数余子式的概念。

在三阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

中,把元素 $a_{ij}(i=1,2,3;j=1,2,3)$ 所在第 i 行和第 j 列划去后,剩下的元素保持原来相对位置不变构成的二阶行列式称为元素 a_{ij} 的余子式,记作 M_{ij}。

例如在三阶行列式 D 中,元素 a_{12} 的余子式 M_{12} 是在 D 中划去第一行和第二列后所构成的二阶行列式

$$M_{12}=\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

若记 $A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$,则 A_{ij} 叫做元素 a_{ij} 的代数余子式,例如 D 中元素 a_{12} 的代数余子式为

$$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=-\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

应用余子式和代数余子式的概念,式(3) 可以写成

$$D=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13} \tag{5}$$

由式(5) 可以看出,三阶行列式等于其第一行元素与它们的代数余子式的乘积之和。式(5) 称为行列式依第一行展开的展开式。

我们已经定义了二阶、三阶行列式,又用二阶行列式计算了三阶行列式。按照这一规律,我们可用三阶行列式定义四阶行列式,以此类推,在已定义了 $n-1$ 阶行列式后,便可定义 n 阶行列式。

定义 1　由 n^2 个数 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$ 组成的 n 阶行列式记作

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

它是一个由确定的运算关系所得的数:

当 $n=1$ 时,$D=|a_{11}|=a_{11}$

当 $n\geqslant 2$ 时,

$$D=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n}=\sum_{j=1}^{n}a_{1j}A_{1j} \tag{6}$$

其中 A_{1j} 为 D 的元素 a_{1j} 的代数余子式①。

【例 2】　求行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 的代数余子式 A_{11}、A_{23}、A_{32}。

① n 阶行列式的元素 a_{ij} 的代数余子式的定义与三阶行列式的代数余子式定义相同,不再重复。

解　$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}2&3\\0&1\end{vmatrix}=2$

$$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}1&0\\4&0\end{vmatrix}=0$$

$$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}1&2\\-1&3\end{vmatrix}=(-1)\times[3-(-2)]=-5$$

【例 3】　应用 n 阶行列式定义计算

$$D=\begin{vmatrix}2&1&-2&4\\3&0&1&1\\0&-1&2&3\\2&0&5&1\end{vmatrix}$$

解

$$D=2\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}0&1&1\\-1&2&3\\0&5&1\end{vmatrix}+1\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}3&1&1\\0&2&3\\2&5&1\end{vmatrix}$$

$$+(-2)\times(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}3&0&1\\0&-1&3\\2&0&1\end{vmatrix}+4\times(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}3&0&1\\0&-1&2\\2&0&5\end{vmatrix}$$

$$=2\times(-5+1)-(6+6-4-45)-2\times(-3+2)-4\times(-15+2)$$

$$=-8+37+2+52=83$$

主对角线以上(下)元素都为零的行列式称为下(上)三角行列式。

【例 4】　试证下三角行列式

$$D=\begin{vmatrix}a_{11}&0&\cdots&0\\a_{21}&a_{22}&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

证明　利用 n 阶行列式的定义，依次降低其阶数，每次都存在一行，此行中仅有一项不为零，故有

$$D=\begin{vmatrix}a_{11}&0&\cdots&0\\a_{21}&a_{22}&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}=a_{11}(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}a_{22}&0&\cdots&0\\a_{32}&a_{33}&\cdots&0\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{n2}&a_{n3}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$$

$$=\cdots=a_{11}(-1)^{1+1}a_{22}(-1)^{1+1}\cdots a_{nn}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}$$

【例 5】　证明对角行列式(对角线上的元素依次为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_n$，其他位置的元素均为零)