义务教育课程标准实验教科书辅导用书

数学指导

教材解读 同步练习

人教版

七年级（上册）

SHUXUEZHIDAO

主编 刘德华
李得山

安徽大学出版社

编者寄语

《数学指导》以人民教育出版社义务教育课程标准实验教科书《数学》为蓝本进行编写。本书以教材内容为主线，以章节为单元，全面系统地复习课本基础知识、基本技能和基本方法，设置学习目标，编织知识网络，梳理知识要点，通过亲身体验旨在提高学生学习自然科学知识的能力。

《数学指导》设置了：目标导航、知识梳理、案例剖析、亲身体验、知识拓展等五个栏目。

《数学指导》的特点：

1. 按章节课题同步展开，围绕学习中易出现、难以理解的问题进行讲解分析，指导学生如何进行学习。

2. 通过有关栏目的设置，使学生打开本书就立即了解本章节课题的学习要求，通过知识梳理、知识网络的学习形成系统的知识体系。

3. 讲演合一，演练互动，与社会生活密切联系，全面地指导学生学习数学基础知识。

4. 注重学习方法和学习能力的培养。

由于时间仓促，水平有限，在编写《数学指导》过程中难免会出现一些问题，望读者提出宝贵意见，谢谢！

编者

2007 年 8 月

目　　录

第一章　有理数

第一节　正数和负数

目标导航

1. 使学生理解正数与负数的概念，并会判断一个给定的数是正数还是负数；

2. 会初步应用正负数表示具有相反意义的量。

知识梳理

1. 正数、负数和零的概念：

正数：像 1、2.5、$3\frac{1}{3}$、48 等大于零的数叫正数.

负数：像 -1、-2.5，$-\frac{1}{3}$，-48 等小于零的数叫负数.

零：0 叫做零，0 既不是正数也不是负数.

2. 引入负数后，数的范围扩大为有理数，奇数和偶数的外延也由自然数扩大为整数，整数也可以分为奇数和偶数两类，能被 2 整除的数是偶数，如…-6，-4，-2，0，2，4，6…，不能被 2 整除的数是奇数，如…-5，-4，-2，1，3，5…

案例剖析

例 1. 填空.

(1)若收入为正，收入 300 元，记为________元，支出 200 元记为________元.

(2)比海平面高 500 米的地方，它的高度记为 $+500$ 米，则海拔高度为 -300 米表示________.

(3)某水库正常水位为 20 米，记录表上有 5 次记录分别为 $+1.2$，0，$+2.6$，-3，-3.5，这 5 项记录表示的实际水位分别为________________________.

【解析】 正负数是表示的具有相反意义的量，通常把“收入，高出海平面、零上温度”等规定为正，则与它们具有相反意义的“支出、低于海平面、零下温度”等表示为负.

【解答】 (1)$+300$ 元(或 300 元)，-200 元.

(2)比海平面低 300 米的地方.

(3)21.2 米，20 米，22.6 米，17 米，16.5 米.

【温馨提示】 正负数表示的基准通常为“0”,但应注意并不是所有的基准必须为“0”,比如某水库的水位定为 20 米为基准量.

例 2. 海边的一段堤岸高出海平面 12 米,附近的一建筑物高出海平面 50 米,海里一潜水艇在海平面下 30 米处.现以海边堤岸高度为基准,将其记为 0 米,那么附近建筑物及潜水艇的高度各应如何表示?

【解析】 本题在以海边堤岸高度为基准,记为 0 米时,高于堤岸记为正,低于堤岸的记为负,只要算出附近建筑物及潜水艇与堤岸的差值,即可表示出高度.

【解答】 附近建筑物高出堤岸 38 米(50 米－12 米＝38 米),潜水艇低于堤岸 42 米(30 米＋12 米＝42 米).

设以海边堤岸高度为基准,记为 0 米时,高于堤岸记为正,低于堤岸的记为负.

则附近建筑物及潜水艇的高度应分别表示为＋38 米、－42 米.

【温馨提示】 由本题知以海平面为基准和以堤岸为基准,表示的正负数不同;当基准改变以后,相应正负数的表示也要发生改变.

亲身体验

一、填空题

1. (1)如果泰山高出海平面 1520 米,记作＋1520 米,那么吐鲁番盆地最低处低于海平面 155 米,记作______米;

(2)如果＋100 元表示向银行存入 100 元,那么－200.50 元表示______;

(3)如果－4℃表示零下 4 摄氏度,那么＋21℃表示______;

(4)如果海鸥在海平面以上 2.5 米处,记作＋2.5 米,那么鱼在海平面以下 2 米处,记作______.

(5)如果获利 10%记作＋10%,那么亏损 5%记作______;

(6)如果某袋食品比标准质量重 2 克记作＋2 克,那么比标准质量轻 3 克记作______克;

(7)如果物体向右移动记作正,那么“记作－8 米”表示______.

(8)甲、乙两厂本月产值与上月相比,甲厂增产 3%可记作______,乙厂减产 1.2%可记作______.

2. 地图上标有甲地海拔高度为 20 米,乙地海拔高度为 10 米,丙地海拔高度为－10 米,其中最低处为______地,最高处为______,二者相差______米.

3. 多伦多与北京的时间差为－12 小时(正数表示同一时刻比北京时间早的时数),如果北京时间是 10 月 1 日 14:00,那么多伦多时间是______.

二、解答题

4. 某药品必须在规定的温度内保存,说明书上标明是 20^{+3}_{-2}(℃),在什么范围内保存才合适呢?

5. 一潜水艇所在的高度是－60 米,一条鲨鱼在舰上方 20 米,请你用负数表示鲨鱼所在的高度.

6. 下列是小学一年级新生入学时年龄，如果 6 岁 6 个月是适合入学的年龄，请分别用正、负数表示各人对于适合入学年龄差是多少？

小明	6 岁 5 个月	小华	6 岁 10 个月
小莹	7 岁	小斌	6 岁

7. 某储蓄所 1 天内接待了五笔业务：存款 25000 元，取出 10050 元，存款 2.6 万元，存款 5 万元，取出 24000 元，若存款为正，你能用正、负数表示这五笔款项吗？请你表示出来.

8. 在一次数学测验中，小华所在班级平均分为 85 分，把高于平均分的部分记为正数.

(1)小华得分 96 分，应记为多少分？

(2)小华的同学小莹的得分被记为－4 分，它的实际得分为多少？

知识拓展

“负数”是数吗？

对你现在来说，这已不成问题，而在人类的认识过程中却经历了漫长的时期.

从数学发展史看，在使用负数和它的运算方面，中国在世界上处于遥遥领先的地位——距今大约 2000 年以前，就已经认识了负数，规定了表示负数的方法，指出了负数的实际意义，并进一步在解方程中运用正负数的运算.

在国外，印度大约在公元七世纪才开始认识负数. 在欧洲，直到十二、三世纪才有负数，但这时的西方数学家并不欢迎它，甚至许多人都说负数不是数.

科学上的新发现往往会受到保守势力的反抗. 当负数概念传到欧洲以后，新旧观点之间引起了激烈的冲突. 这场大辩论延续了几百年，最后才逐渐取得比较一致的看法：负数和正数、零一样，也是数.

在这场大辩论中有一段小插曲，颇能引起人们的深思：

一天，著名的数学家、物理学家帕斯卡(*Pascal*,1623～1662 年)正和他的好友，神学家、数学家阿尔诺(*Arnauld*,1612～1694 年)聊天，突然，阿尔诺说：从来都是较小的数∶较大的数＝较小的数∶较大的数，或较大的数∶较小的数＝较大的数∶较小的数.

现在，居然出现 (－1)∶1＝1∶(－1)这种“较小的数∶较大的数＝较大的数∶较小的数”这类怪现象了！

阿尔诺的话当然引起人们的浓厚兴趣，甚至一部分人的疑虑——承认负数是数，你就得承认“小数∶大数＝大数∶小数”这种怪现象. 其实，这是正常现象. 当数的范围扩大以后，原有的数学现象，有一些被保留下来，也有一些现象不被保留下来. 数的范围从正整数、正分数扩大到有理数，“大数比小数一定等于大数比小数”这一数学现象就不被保留下来. 这种情况，当你学习了更多的数学知识、数的范围进一步扩大时，还会碰到.

第二节　有理数

1.2.1　有理数

目标导航

初步了解有理数的意义，并能将给出的有理数进行分类.

知识梳理

1. 整数和分数统称为有理数.

(1)正整数、零、负整数统称为整数；正分数、负分数统称为分数. 这样有理数按整数、分数的关系分类为：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

(2)整数也可以看作分母为 1 的分数，但为了研究方便，本章中分数是指不包括整数的分数. 因此，有理数按正数、负数、0 的关系还可分类为：

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

2. 到现在为止，我们学过的数细分有五类：正整数、正分数、0、负整数、负分数，但研究问题时，通常把有理数分为三类：正数、0、负数，进行讨论.

3. 通常把正数和 0 统称为非负数，负数和 0 统称为非正数，正整数和 0 称为非负整数；负整数和 0 统称为非正整数.

案例剖析

例 1. 把下列各数填在相应的集合里：

$5,-2,4.6,-\frac{5}{6},0,-2.25,1\frac{2}{3},+0.34,+13,-3.1416,\frac{11}{12}$.

整数集合{ …}； 非负整数集合{ …}；

负分数集合{ …}； 正有理数集合{ …}.

【解析】 整数包括正整数、负整数、零；非负整数包括正整数与零；正有理数包括所有的正整数、正分数.

【解答】 整数集合{5，−2，0，+13，…}；

非负整数集合{5，0，+13，…}；

负分数集合{$-\frac{5}{6}$，−2.25，−3.1416，…}；

正有理数集合{5，4.6，$1\frac{2}{3}$，+0.34，$\frac{11}{12}$，…}.

【温馨提示】 0既不是正数，也不是负数，0是整数，任意有限小数和无限小数都可转化为分数，因此，可以把小数看作为分数.

例 2. 把下列各数填在相应的括号内：$-16,26,-12,-0.92,\frac{3}{5},0,3\frac{1}{4},0.1008,-4.95$.

正数集合{ }；负数集合{ }；

整数集合{ }；正分数集合{ }；

负分数集合{ }；

【解析】 根据正数、负数、整数和分数的定义，严格区别. 注意零既不是正数，也不是负数，但是整数.

【解答】 正数集合{26，$\frac{3}{5}$，$3\frac{1}{4}$，0.1008，……}；

负数集合{−16，−12，−0.92，−4.95，……}；

正分数集合{$\frac{3}{5}$，$3\frac{1}{4}$，0.1008，……}；

负分数集合{−0.92，−4.95}.

【温馨提示】 用大括号表示集合时，要注意省略号的使用. 如“正数集合”指的是包含所有正数的一个“集体”，因为是“所有的”，而具体填时仅能填写一部分，所以后面应加省略号.

亲身体验

一、填空题

1. 一个数既不是正数，也不是负数，则这个数是________.
2. 有理数集合中包含正有理数集合，还有________.
3. 有理数可以按两种不同的方法分类：(1)________和________. (2)________和________

4. 已知下列各数-15、0.003、$+\frac{5}{7}$、$-\frac{2}{3}$、4.32、-3、-2.4、0、π、-1,正数有________个,负数________个,整数有________个.

二、选择题

5. 下列说法不正确的是(　　).

A. 有理数可分为正有理数、零、负有理数

B. 分数都是有理数

C. 整数一定不是正数

D. 有理数可分为正整数、负整数、正分数、负分数和零

6. 下列说法中正确的有(　　).

①零是正数;②零是整数;③零是最小的有理数;④零是最大的负数;⑤零是偶数.

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

三、解答题

7. 把下列各数分别填在相应的集合里.

$+7, -6.5, -3\frac{1}{2}, -0.4, 0.2, \frac{3}{2}, 4.15, +1\frac{2}{3}, 0, -5$

正数集合:{　　　　…}　　分数集合:{　　　　…}

负数集合:{　　　　…}　　整数集合:{　　　　…}

8. 在数轴上从-2到2之间有哪几个整数,有多少个有理数?

知识拓展

阿拉伯数字与印度

阿拉伯数字是我们今天记数的基础,但实际发明者不是阿拉伯人,而是印度人.最古老的计数数目大概至多到“3”,为了要设想“4”这个数字,就必须把2和2加起来,5是2加2加1,3这个数字是2加1得来的.大概较晚才出现用手的5指表示“5”这个数字和用双手的10指表示“10”这个数字,这个原则实际上也是我们计数的基础.罗马的计数只有“V”的数字,“X”的数字是两个“V”的组合,同一数字符号根据它与其它数字符号的位置关系,而具有不同的量,这样就开始有了数字位置的概念.在数学上这个重要的贡献应归功于两河流域的古代居民,后来,古印度人在这个基础上加以改进,并发明了表示数字的1、2、3、4、5、6、7、8、9、0十个字符,这就成了我们今天计数的基础.八世纪印度出现了有“0”符号的最古老的刻板记录,当时称“0”为首那(*Sanya*),所谓马克斯哈利稿本(包括70张来源和年代不确定的桦木皮纸)是以一点代表零的,这个“印度计数法”,九世纪时为阿拉伯的花剌子模人穆罕·伊本·穆沙编入其825年左右问世的《代数学》,并加以解释,使十进位法完备起来,零不但可以表示最大的数目,并且便于计算,这些数字被阿拉伯人传入欧洲,因此称为阿拉伯数字.

1.2.2　数　轴

目标导航

1. 了解数轴的概念和数轴的画法，掌握数轴的三要素.
2. 会用数轴上的点表示有理数.

知识梳理

1. 数轴的概念.

(1)规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

这里包含两个内容：一是数轴的三要素：原点、正方向、单位长度缺一不可. 二是这三个要素都是规定的.

(2)数轴能形象地表示数，所有的有理数都可用数轴上的点表示，但数轴上的点所表示的数并不都是有理数.

数轴是理解有理数概念与运算的重要工具. 有了数轴，数和形得到初步结合，数与表示数的图形(如数轴)相结合的思想是学习数学的重要思想.

2. 数轴的画法.

(1)画直线(一般画成水平的)、定原点，标出原点“0”.

(2)取原点向右方向为正方向，并标出箭头.

(3)选适当的长度作为单位长度，并标注数字.

案例剖析

例 1. 下列各图中，表示数轴的是(　　).

【解析】 A 图没有指明正方向；

B 图中，1 和 −1 表示的一个单位长度不相等，在同一数轴上，单位长度必须一致；

C 图中没有原点；

D 图中三要素齐全.

∴A、B、C 三个图画的都不是数轴，只有 D 图画的是数轴.

【解答】 D

【温馨提示】 画数轴时，数轴的三要素——原点、正方向、单位长度是缺一不可的，所以应当用这三要素检查每个图形，判断是否画的正确.

例 2. 指出如图所示的数轴上 A、B、C、D 四个点分别表示的数.

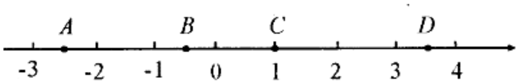

图 1.2.2—1

【解析】 要读出数轴上的点所表示的数，首先要看点在原点的左侧还是右侧，从而确定符号，然后再看点离开原点几个长度单位，从而确定数.

【解答】 点 A 表示的数是 -2.5；点 B 表示的数是 -0.5；

点 C 表示的数是 1；点 D 表示的数是 3.5；

【温馨提示】 先确定符号，再确定长度.

例 3. 在所给的数轴上画出表示下列各数的点.

$$2、-5、0、-3\frac{1}{3}、+3.5、-\frac{3}{4}$$

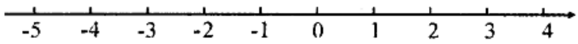

图 1.2.2—2

【解析】 第一步画数轴，第二步在数轴上找出相对应的点，每个正有理数都可用数轴上原点右边的一个点来表示，例如 2、3.5，可用数轴上分别位于原点右边 2 个单位，3.5 个单位的点表示. 每一个负有理数都可用数轴上原点左边的一个点来表示.

【解答】

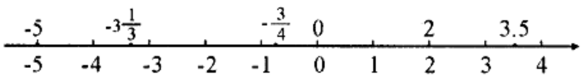

图 1.2.2—3

【温馨提示】 数轴上表示数的点可用大写字母标出，写在数轴上方所对应数的上面，原点用 0 标出，它表示数 0. 数轴上原点的位置要根据需要来确定，不一定要居中. 单位长度应根据需要来确定，1cm 的长度可以表示 1 个单位长度，也可以表示 2 个，5 个，10 个…单位长度，但在同一数轴上，单位长度必须一致，不可随意改变.

亲身体验

一、填空题

1. 数轴上，离开原点 4 个单位长度的数是________.

2. 把 -3 在数轴上对应的点沿数轴移动 5 个单位长度后，所得的点对应的数是________.

3. 不小于 -4，又不大于 0 的整数是________.

4. 已知点在数轴上对应的有理数为 a，将向左移 4 个单位长度后，再向右移动 1 个单位长度得到点，点对应的数为 -3.5，则有理数 $a=$________.

5. 若 a 为有理数，在 $-a$ 与 a 之间有 2001 个整数，则 a 的取值范围是________.

二、选择题

6. 数轴上有两点，它们与表示 3 的点的距离都等于 4，那么这两点所表示的数(　　).

A. 都是 7　　B. 都是 4　　C. 是 7 或 -1　　D. 是 -4 或 4

三、解答题

7. 一个数从数轴的原点开始，先向右移动 2 个单位长度，再向左移动 3 个单位长度，又向右移动 3 个单位长度，这时它表示的数是多少？

8. 在数轴上有三个点 A、B、C，如图 1.2.2—4.

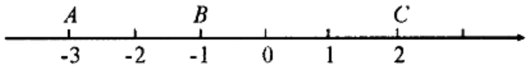

图 1.2.2—4

请回答：

(1)将点 B 向左移动 3 个单位后，三个点所表示的数谁最小？是多少？

(2)将 A 点向左移动 4 个单位后，三个点所表示的数谁最小？是多少？

(3)怎样移动 A、B、C 中的两个点，才能使三个点表示的数相同？移动方法惟一吗？

知识拓展

“0”和“零”的创始

我们经常采用一些假定的符号和词语；数学中的大量符号和术语，是经过千百年演化而形成并为人们所逐渐习惯了的. 词“零”和符号“0”提供了这类演化最好的例子. 零的概念的实际演变有着它自身的历史，而我们这里只是概略地讨论它的词和符号的历史发展.

符号“0”最初出现在公元 870 年前后印度人的著作. “0”有许多说法——如数零(英语 *zero*)，数轴的始点，我们数体系的位置持有者，对于加法能使之得到本身的元素，等等. 起初，印度人用词“*sunya*”，即“空白”和“缺乏”的意思. 到了公元 9 世纪，则用它作为数体系的一个位置持有者. 阿拉伯人把这个词翻译到阿拉伯时写为“*as*—*sifr*”. 到了 13 世纪，这个阿拉伯词“*sifr*”由内莫雷留斯介绍到德国，写为“*cifra*”. 这个词后来译为拉丁文“*zephirum*”. 在意大利，该词变成“*zeuero*”，它已经很像英语中的词“*zero*”了，而“*zero*”译成中文就是“零”.

1.2.3　相反数

目标导航

借助数轴了解相反数的意义，会求有理数的相反数.

知识梳理

1. 相反数的意义.

(1)只有符号不同的两个数叫做互为相反数，如－1999 与 1999 互为相反数.

(2)从数轴上看,位于原点两旁,且与原点距离相等的两点所表示的两个数叫做互为相反数.如5与-5是互为相反数.

(3)0的相反数是0.也只有0的相反数是它的本身.

(4)相反数是表示两个数的相互关系,不能单独存在.

2. 相反数的表示.

在一个数的前面添上“$-$”号就成为原数的相反数.若a表示一个有理数,则a的相反数表示为$-a$.在一个数的前面添上“$+$”号仍与原数相同.例如,$+7=7$,特别地,$+0=0$,$-0=0$.

3. 相反数的特性.

若a,b互为相反数,则$a+b=0$,反之若$a+b=0$,则a,b互为相反数.

案例剖析

例1. 下面说法中正确的是(　　).

A. 一个数的相反数一定是负数

B. $-\frac{12}{5}$与2.4是互为相反数

C. π的相反数是-3.14

D. 在大小不同的两数中,大数的相反数仍较大

【解析】 本题考查相反数的概念,及相反数在数轴上的意义.对于C选项中的π,在一般近似计算中通常取3.14,但π决不能理解为就是3.14,对于D选项中相反数的大小比较可用例子判断其不正确.

【解答】 B.

【温馨提示】 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.相反数是成对出现的.

例2. 填空.

(1)$-(-1\frac{2}{7})$的相反数是________,倒数是________;

(2)如果$-x=+(-80.5)$,那么$x=$________;

(3)如果$\frac{1}{m}=-3$,那么$-m=$________.

【解析】 (1)因为$-(-1\frac{2}{7})=1\frac{2}{7}$,所以此题就是求$1\frac{2}{7}$的相反数和倒数;(2)是已知$x$的相反数求原数$x$的问题;(3)是已知$m$的倒数,求$m$的相反数的问题.

【解答】 (1)$\because -(-1\frac{2}{7})=1\frac{2}{7}$,

$\therefore -(-1\frac{2}{7})$的相反数是$-1\frac{2}{7}$,倒数是$\frac{7}{9}$.

(2)$\because -x=+(-80.5)=-80.5$,$\therefore x=80.5$.

(3)$\because \frac{1}{m}=-3$,$\therefore m=-\frac{1}{3}$,$\therefore -m=-(-\frac{1}{3})=\frac{1}{3}$.

【温馨提示】 要注意区别相反数与倒数:如果a、b互为相反数,则$a+b=0$,a、b是符号不同“数值”相同的两个数;如果a、b互为倒数,则$ab=1$,a、b是符号相同“数值”不同(±1例外)的两个数.

例3. 化简下列各数.

(1)$-(+3)$;　　(2) $-(-2)$;　　(3)$-[-(-5)]$;

(4)$-[-(+5)]$；　(5)$-(-m)$；　(6)$+(-a)$；

(7)$-(a-b)$；　(8)$-(a+b)$.

【解析】 在一个数前面加上“+”号，所得数还是原来的数；在一个数前面加上“-”号，表示求这个数的相反数. 如：(1)题表示求+3 的相反数；(2)题表示求-2 的相反数；(3)题表示求-5 的相反数的相反数；(6)题表示仍为$-a$ 自身；(7)题表示求 $a-b$ 的相反数.

【解答】 (1) $-(+3)=-3$；

(2)$-(-2)=+2$；

(3)$-[-(-5)]=-(+5)=-5$；

(4)$-[-(+5)]=-(-5)=+5$；

(5)$-(-m)=m$；

(6)$+(-a)=-a$；

(7)$-(a-b)=-a+b=b-a$；

(8)$-(a+b)=-a-b$.

【温馨提示】 所谓简化一个数的符号，就是把多重符号化成单一符号，如果是正号则可省略不写.

亲身体验

一、填空题

1. -4.6 的相反数是________；________的相反数为 3，$\frac{4}{7}$是________的相反数.

2. $+2\frac{1}{5}$的相反数是________，$-(+2)$是________相反数.

3. 如果 $a=-1\frac{1}{3}$，那么$-a=$________，如果$-a=-8.3$，那么 $a=$________.

4. 化简下列各式：

$-(+7\frac{1}{3})=$________；　$-(-5\frac{2}{3})=$________；

$+(+3)=$________；　$+(-3.7)=$________.

二、选择题

5. 下面说法中正确的是(　　).

A. $\frac{2}{3}$和$\frac{3}{2}$是互为相反数　　B. $\frac{1}{8}$和-0.125 互为相反数

C. $-a$ 的相反数是正数　　D. 两个表示相反意义的数是相反数

6. 一个数的相反数是最小的正整数，那么这个数是(　　).

A. -1　　B. 1　　C. ±1　　D. 0

三、解答题

7. 分别写出下列各数的相反数，并在数轴上把它们表示出来.

$$-2,\quad +3\frac{1}{2},\quad 0,\quad -2\frac{1}{3},\quad 0.5,\quad -(-1)$$

8. 已知$-(-a)=-2003$,求 a 的值.

9. 什么数的相反数比它本身大? 什么数的相反数比它本身小? 什么数的相反数等于它本身?

知识拓展

名人的生日

众所周知,名人、伟人都有不寻常的个人特性.如果你学代数,算一算他们的生日,你就会发现,所有的名人和伟人的生日都具有如下的一个特点:如爱因斯坦的生日是 1879 年 3 月 14 日,将年月日写在一起是 1879314.把这个数随意排列一下,可得到另一个数,比如:4187139.用大的数减去小的数得到一个差 $4187139-1879314=2307825$.将差的各个位数相加得到一个数,$2+3+0+7+8+2+5=27$,再将这个数的位数相加,其和是 9.即最后得到一个最大的一位数 9.按上述方法来计算数学家高斯的生日:高斯生于 1867 年 11 月 7 日,于是可得一个数 1867117,重新排列后的数比如是 1167781,差数为 $1867117-1167781=669336$,算其位数和可得:$6+9+9+3+3+6=36$,再算位数之和,最后得 $3+6=9$.同样,最后得到一个最大的一位数 9.

所有的著名人物的生日都有这样的特点.这是成为著名人物的“必要条件”.同学们,算算你的生日够不够成为著名人物的“必要条件”呢?赶快动手算一下吧!知道为什么吗?

1.2.4　绝对值(1)

目标导航

借助数轴初步理解绝对值的概念,能求一个数的绝对值.

知识梳理

1. 绝对值的代数定义.

一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;零的绝对值是零.

2. 绝对值的几何定义.

在数轴上表示一个数的点离开原点的距离,叫做这个数的绝对值.

3. 绝对值的主要性质.

(1)代数定义表达式:$|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$

(2)一个实数的绝对值是一个非负数，即$|a|\geqslant 0$，因此，在实数范围内，绝对值最小的数是零.

(3)两个相反数的绝对值相等.

案例剖析

例 1. 求下列各数的绝对值.

$-6,\frac{4}{5},-\frac{2}{3},0,-2.5,1.20.$

【解析】 求一个数的绝对值根据“正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0”，直接得出结果.

【解答】 $|-6|=6,\left|\frac{4}{5}\right|=\frac{4}{5},\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3},$

$|0|=0,|-2.5|=2.5,|1.20|=1.2.$

【温馨提示】 一个数的绝对值是指这个数所表示的点离开原点的距离，因此，它的值是一个非负数.

例 2. 求下列各数的绝对值.

(1)$a(a<0)$；(2)$3b(b>0)$；(3)$a-2(a<2)$；(4)$a-b$.

【解析】 欲求一个数的绝对值，关键是确定绝对值符号内的这个数是正数还是负数，然后根据绝对值的代数定义去掉绝对值符号，(4)题没有给出 a 与 b 的大小关系，所以要进行分类讨论.

【解答】 (1)$\because a<0,\therefore |a|=-a$；

(2)$\because b>0,\therefore 3b>0,|3b|=3b$；

(3)$\because a<2,\therefore a-2<0,|a-2|=-(a-2)=2-a$；

(4)$|a-b|=\begin{cases}a-b & (a>b)\\ 0 & (a=b)\\ b-a & (a<b)\end{cases}$

【温馨提示】 分类讨论是数学中的重要思想方法之一，当绝对值符号内的数(用含字母的式子表示时)无法判断其正、负时，要化去绝对值符号，一般都要进行分类讨论.

例 3. 合肥出租车司机小王某天营运全在长江路上进行的，如果规定向东为正，向西为负，他这天行车的行车里程(单位：千米)如下：

$$15,-2,5,-1,10,-3,-2,12,4,-5,6$$

若汽车耗油量为 0.2 千克/千米，这天小王的出租车共耗油多少千克？

【解析】 本题所求的是出租车的耗油量，而耗油多少与出租车所行的路程有关系，与行使方向无关，因此，本题只需先求出各段绝对值的和，再乘以 0.2 千克/千米即可.

【解答】 $|15|+|-2|+|5|+|-1|+|10|+|-3|+|-2|+|12|+|4|+|-5|+|6|$

$=15+2+5+1+10+3+2+12+4+5+6$

$=65$(千米)

$65\times 0.2=13$(千克)

答：这天小王的出租车共耗油 13 千克.

【温馨提示】 解决本题应把握住出租车的耗油量，而耗油多少与出租车所行的路程有关系，与行使方向无关.