全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

工程数学

主编　王国廷　塔怀锁

煤炭工业出版社

全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

工程数学

（线性代数 概率与数理统计）

主编 王国廷 塔怀锁

煤炭工业出版社

·北 京·

内 容 简 介

本书是全国煤炭高职高专“十一五”规划教材之一。

《工程数学》包括线性代数和概率与数理统计两部分．线性代数部分，主要内容有行列式、矩阵、向量与线性方程组、相似矩阵、二次型、线性规划、线性代数数学实验；概率与数理统计部分，主要内容有随机事件与概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、数理统计的基本概念、假设检验、回归分析与方差分析、概率与数理统计数学实验等．

本书是高等职业教育和高等专科教育“工程数学”课程的通用教材，也可作为成人教育和函授教育“工程数学”课程的数学用书．

图书在版编目(CIP)数据

工程数学／王国廷，塔怀锁主编．—北京：煤炭工业出版社，2008.1

全国煤炭高职高专“十一五”规划教材

ISBN 978-7-5020-3251-7

Ⅰ.工… Ⅱ.①王…②塔… Ⅲ.工程数学－高等学校：技术学校－教材 Ⅳ.TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 001615 号

煤炭工业出版社 出版
(北京市朝阳区芍药居 35 号 100029)
网址：www.cciph.com.cn
北京京科印刷有限公司 印刷
新华书店北京发行所 发行
*
开本 787mm×1092mm 1/16 印张 19
字数 440 千字 印数 1—6000
2008 年 1 月第 1 版 2008 年 1 月第 1 次印刷
社内编号 6052 定价 32.00 元

全国煤炭高职高专基础课程类“十一五”规划教材

编审委员会

前　言

《工程数学》(线性代数概率与数理统计)是全国煤炭高等职业教育基础课程数学类规划教材之一.

工程数学既是高等职业教育工程类各专业的基础课,也是经常用于解决工程技术中的实际问题的工具,因此,它又是高等职业教育院校工程类各专业的必修课程.

由于高等职业教育工程数学教材既要体现基础性,更要体现应用性,因此教材编写过程中从内容选取深浅程度把握,以及二者关系的协调等诸多方面,都有较大的难度.尤其是高等职业教育尚处于探索阶段,现存教材版本中真正体现高等职业教育特色、适合培养应用型人才要求的工程数学教材,进而可资借鉴的先例很少.就是在这样的背景下,我们组织了部分相关高等职业教育院校一些有工程数学教学经验的一线骨干教师,从高等职业教育教学需要出发编写了这套《工程数学》教材.

本套教材在充分调研我国高等职业教育现状及发展趋势,认真总结多家高等职业教育院校教学经验和教材建设经验的基础上,参考了国内外同类优秀教材,选取了两部分内容.在结构体系、内容安排、习题选择等方面,遵循"以应用为目的,以必需够用为度"的原则,适度淡化理论体系及逻辑论证,而将重点放在了基本概念的阐述、基础理论的解释以及基本方法的归纳和应用上.力争使读者不仅知道工程数学是什么,更知道工程数学能做什么,以便更好地实现工程数学"基础+应用"的双重教育功能.

本教材包括线性代数及概率与数理统计两部分内容.分为两篇,第一篇是线性代数部分,主要内容包括:行列式、矩阵、向量与线性方程组以及相似矩阵及二次型、线性规划、数学实验应用软件、建模及应用;第二篇是概率与数理统计部分,主要内容有:随机事件与概率、随机变量及其概率分布、随机变量的数字特征、参数估计与假设检验、回归分析与方差分析、数学建模及应用.本书中的许多例题和习题,是由生产生活中的实际问题提炼加工而成的.

《工程数学》教材由辽宁工程技术大学职业技术学院王国廷、北京工业职业技术学院塔怀锁统筹组织,并担任本教材主编,平顶山工业职业技术学院李骥昭、黑龙江科技学院关鲁玉担任副主编.参加教材编写的还有平顶山工业职业技术学院刘俊峰、李晓歌,辽宁工程技术大学职业技术学院赵文茹.教材编写大纲由主编提出,经集体讨论确定.具体编写任务为:第一篇的第一、二章由塔怀所编写;第三、四章由关鲁玉编写;第五、七章由刘俊峰编写;第六章及第二篇第七章由王国廷编写.第二篇的第一、二章由李骥昭编写;第三、四章由李晓歌编写;第五章、第六章及附录部分由赵文茹编写.全书由王国廷统稿.

本教材实际授课时数为60~80课时.带*的内容可供某些专业选学或学有余力的学生自学,这些内容虽有一定的难度,但都具有较强的实用性,建议教学过程中尽量不删减.

虽然我们力争做到既能为读者进一步学习打下良好基础,又能使读者初步掌握用工程数学基本方法解决实际问题的能力,但由于专业之间的差别而导致的对课程和教学内容要

求的差别,特别是编者对高等职业教育工程数学特色建设的探索还未臻完美,教材中仍难免存在不足之处,诚恳希望各相关高等职业教育院校和读者在使用本教材的过程中给予关注,并将意见及时反馈我们,以便修订时完善.

编　者

2007年3月

目　录

第一篇　线性代数

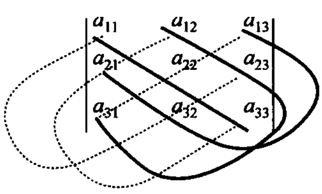
第二篇 概率与数理统计

第一篇

线性代数

线性代数是一门以行列式、矩阵为基础知识,研究线性函数性质的数学学科．随着线性代数理论的发展,其应用范围已涉及到工程科学及其他应用科学的许多领域,成为进行工程研究、项目分析、科学决策等必不可少的数学工具．

本篇介绍线性代数的基础理论,主要包括行列式及矩阵的概念与运算、向量组与向量组的秩、线性方程组、相似矩阵及二次型、线性规划简介,并简要介绍线性代数理论的应用、线性代数数学实验和数学建模及应用．



$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}$$

第一章　行列式

行列式是线性代数的重要基础知识，它在研究线性方程组的解、逆矩阵、讨论向量的线性相关性、求特征值及判定二次型正定性等方面具有重要意义．本章主要介绍 n 阶行列式的定义、基本性质及其计算方法．最后介绍利用 n 阶行列式求解 n 元线性方程组的一个重要方法——克拉默法则．

第一节　行列式定义

一、二阶行列式和三阶行列式

在中学数学里知道二元线性方程组，它的一般形式为

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \tag{1-1}$$

其中，a_{ij}表示第 i 个方程，第 j 个变量的系数，b_i 表示第 i 个方程的常数项．用消元法消去 x_2，得到

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12}$$

同理，消去 x_1，得到

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_2 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1$$

当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，方程组(1－1)的解为

$$x_1 = \frac{b_1a_{22} - b_2a_{12}}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}, x_2 = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}. \tag{1-2}$$

分母是由方程组四个系数确定的，为了便于理解和记忆，引入二阶行列式定义．

定义 1　由四个数排成两行两列(横排称行，竖排称列)的数表

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix} \tag{1-3}$$

叫做二阶行列式，它表示算式 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$，并记作$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \tag{1-4}$$

其中，$a_{ij}(i=1,2;j=1,2)$称为该行列式位于第 i 行、第 j 列的元素．式(1－4)右端的式子又称为二阶行列式的**展开式**．行列式通常用字母 D 表示．

二阶行列式的特点：二阶行列式是两项的代数和，每一项是取自不同行不同列两个元素的乘积．其中带“＋”号和带“－”号各一项．

二阶行列式的计算——对角线法则：从左上角到右下角这条对角线称为主对角线；从右上角到左下角这条对角线称为副对角线．于是，二阶行列式等于主对角线两个元素的乘

积 $a_{11}a_{22}$与副对角线两个元素的乘积 $a_{12}a_{21}$的代数和．其中主对角线两元素之积赋予“+”号，副对角线两元素之积赋予“-”号．即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

利用二阶行列式的概念，方程组(1-1)中 x_1, x_2 的分子也可以用二阶行列式表达．

$$b_1a_{22} - b_2a_{12} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},\ a_{11}b_2 - a_{12}b_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

若记 $D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$，$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$，$D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{12} & b_2 \end{vmatrix}$，那么方程组(1-1)的解可表示为

$$x_1 = \frac{D_1}{D},\ x_2 = \frac{D_2}{D}.$$

因为 D 是由方程组(1-1)未知量的四个系数确定的二阶行列式，故称 D 为方程组(1-1)的系数行列式．D_1, D_2 分别是 D 的第 1、2 列元素换成常数项所得到的行列式．

例 1　求解二元线性方程组

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 = -2. \end{cases}$$

解　由于 $D = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -11 \neq 0$，$D_1 = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 13$，$D_2 = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -10$，因此方程组的解为

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = -\frac{13}{11},\ x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{10}{11}.$$

与二阶行列式类似，引入三阶行列式定义．

定义 2　设有 9 个元素排成 3 行 3 列的数表

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \tag{1-5}$$

叫做三阶行列式，记作 D．它代表算式

$$a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32},$$

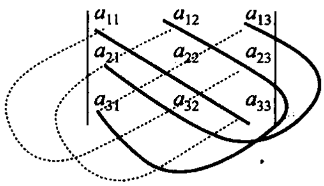
$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \tag{1-6}$$

其中 $a_{ij}(i=1,2,3; j=1,2,3)$为三阶行列式位于第 i 行、第 j 列的元素．式(1-6)右端的式子又称为三阶行列式的**展开式**．

三阶行列式的特点：三阶行列式是六项的代数和，每一项是取自不同行不同列三个元素的乘积，其中三项取“+”号，三项取“-”号．

三阶行列式的计算——对角线法则：主对角线(从左上角到右下角这条对角线)三个元

素乘积取正号,平行主对角线连线的三个元素乘积取正号．副对角线(从右上角到左下角这条对角线)三个元素乘积取负号,平行副对角线连线的三个元素乘积取负号．如图1－1所示,带正号的项用实线连接,带负号的项用虚线连接．



$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}$$
$$-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}$$

图1－1

说明:(1) 以上称为二阶行列式和三阶行列式的对角线法则;

(2) 对角线法只适用于二阶行列式和三阶行列式.

根据二阶行列式的定义,三阶行列式可以改写为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

三阶行列式等于第一行每个元素乘上划去该元素所在的行、列后剩下的二阶行列式(带有一定符号)的和,也称为按第一行展开定义.

例 2　计算三阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}.$$

解法 1　对角线法

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =3\times4\times3+(-1)\times1\times0+2\times(-2)\times(-3)$$
$$-0\times4\times2-(-2)\times(-1)\times3-3\times(-3)\times1=51$$

解法 2　按第一行展开

$$D=\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =3\begin{vmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} -(-2)\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} +0\times\begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =3\times15+2\times3=51$$

与二元线性方程组类似,对于三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3. \end{cases} \tag{1-7}$$

的系数行列式可记为

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

类似地,记

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\ D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},\ D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

当 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\neq 0$ 时,方程组有唯一解:

$$x_1=\frac{D_1}{D},\ x_2=\frac{D_2}{D},\ x_3=\frac{D_3}{D}.$$

这与用消元法解线性方程组的结果相一致,请读者自己验证.

例 3　解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ 3x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$

解　计算三阶行列式

$$D=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-10\neq 0,\ D_1=\begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-19,$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}=3,\qquad D_4=\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}=17.$$

故方程组的解为

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{19}{10},\ x_2=\frac{D_2}{D}=-\frac{3}{10},\ x_3=\frac{D_3}{D}=-\frac{17}{10}.$$

二、n 阶行列式

前面定义了二、三阶行列式,并将三阶行列式转化为二阶行列式来计算.仿此,可以把行列式推广到一般情形.

定义 3　设有 n^2 个数 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$,排成 n 行 n 列的数表

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

称为 n 阶行列式,通常记为 D_n.其中 $a_{ij}(i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,n)$称为 n 阶行列式位于第 i 行、第 j 列的元素.n 阶行列式表示一个按以下运算关系对 n^2 个数运算得到的数.

当 $n=1$ 时,

$$D_1=|a_{11}|=a_{11}$$

当 $n\geqslant 2$ 时,

$$D_n = a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+\cdots+a_{1n}A_{1n}=\sum_{j=1}^{n}a_{1j}A_{1j} \tag{1-8}$$

即将行列式按第一行展开.类似地,也可将其按任意一行(或列)展开.

定义 4 M_{ij}为n阶行列式D_n中,把元素a_{ij}所在的第i行和第j列划去后余下的元素按原来的位置构成的$n-1$阶行列式,称为元素a_{ij}的**余子式**.$A_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$称为元素a_{ij}的**代数余子式**.

从定义看出,一个n阶行列式是一个数值,这个数值等于第一行所有元素与其对应的代数余子式乘积之和.此定义也称为按第一行展开定义,式(1-8)右端称为n阶行列式的**展开式**.

例 4 计算行列式D_3第一行各元素的代数余子式,并计算D_3.

$$D_3=\begin{vmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

解 $A_{11}=(-1)^{1+1}M_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}=-13,$

$A_{12}=(-1)^{1+2}M_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}=-1,$

$A_{13}=(-1)^{1+3}M_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=19.$

由定义

$$D_3=(-2)\times A_{11}+0\times A_{12}+1\times A_{13}=(-2)\times(-13)+19=45.$$

例 5 计算四阶行列式

$$D_4=\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & -2 \\ 4 & -7 & -1 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

解 由定义

$$\begin{aligned} D_4 &=0\times A_{11}+2\times A_{12}+1\times A_{13}+0\times A_{14} \\ &=0+2\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \end{vmatrix}+1\times(-1)^{1+3}\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 4 & -7 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}+0 \\ &=50+21=71 \end{aligned}$$

通过上面例题看出,行列式第一行的零元素越多,按第一行展开时计算就越简单.

例 6 计算下三角行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

解 由n阶行列式定义,依次降低阶数,得到

$$D_n=a_{11}\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}D_{n-1}=a_{11}a_{22}D_{n-2}=\cdots=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

特殊情况,对角行列式

$$D_n=\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}\cdots a_{nn},$$

例 7 证明

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ c_{11} & c_{12} & b_{11} & b_{12} \\ c_{21} & c_{22} & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}.$$

证 等式左边按定义,得

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ c_{11} & c_{12} & b_{11} & b_{12} \\ c_{21} & c_{22} & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}=a_{11}\times(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & 0 \\ c_{12} & b_{11} & b_{12} \\ c_{22} & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}+a_{12}\times(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} a_{21} & 0 & 0 \\ c_{11} & b_{11} & b_{12} \\ c_{21} & b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

$$=a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{12} & b_{22} \end{vmatrix}-a_{12}a_{21}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}$$

$$=(a_{11}a_2-a_{12}a_{21})\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix}.$$

一般地,用数学归纳法可以证明:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1s} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & \cdots & a_{ss} & 0 & \cdots & 0 \\ c_{11} & \cdots & c_{1s} & b_{11} & \cdots & b_{1t} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{t1} & \cdots & c_{ts} & b_{t1} & & b_{tt} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1s} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{s1} & \cdots & a_{ss} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1t} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{t1} & \cdots & b_{tt} \end{vmatrix}.$$

习题 1.1

1. 计算下列行列式:

(1) $\begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$; (2) $\begin{vmatrix} a & -2 \\ 1 & 2a \end{vmatrix}$; (3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$;