普通物理实验
——基础性实验

主编◎王永胜 马永轩 周阿庚 主审◎戚大伟

哈尔滨工程大学出版社
Harbin Engineering University Press

普通物理实验

——基础性实验

主　编　王永胜　马永轩　周阿庚

主　审　戚大伟

哈尔滨工程大学出版社

内容简介

本书结合教学实际，在历年所用教材的基础上，精选了包括现代误差理论，以及力学、热学、光学和电学等方面的基本实验，重点强调基本知识、基本技能和基本方法的训练，使学生养成动手实验的好习惯，建立进一步学习的信心。

本书可作为农林及理工科院校各专业的大学物理实验教材，也可供其他相关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

普通物理实验：基础性实验/王永胜，马永轩，周阿庚主编. —哈尔滨：哈尔滨工程大学出版社，2008.3

ISBN 978-7-81133-207-0

Ⅰ.普… Ⅱ.①王…②马…③周… Ⅲ.普通物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 031561 号

出版发行 哈尔滨工程大学出版社
社　　址 哈尔滨市南岗区东大直街 124 号
邮政编码 150001
发行电话 0451-82519328
传　　真 0451-82519699
经　　销 新华书店
印　　刷 黑龙江省地质测绘印制中心印刷厂
开　　本 787mm×1 092mm 1/16
印　　张 8
字　　数 150 千字
版　　次 2008 年 3 月第 1 版
印　　次 2008 年 3 月第 1 次印刷
定　　价 14.00 元
http://press.hrbeu.edu.cn
E-mail:heupress@hrbeu.edu.cn

前　言

普通物理实验课是高等学校对学生进行科学实验基本训练的必修课程，也是学生接受系统实验方法与实验技能训练的开端。普通物理实验覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法和手段，是培养学生科学实验能力，提高科学素质的摇篮。它在激发学生创新意识和提高综合应用能力等方面具有其他课程不可替代的作用。

进入21世纪以来，普通物理实验课教学面临改革和创新，施行实验室开放式教学要求实验室对教学体系、教学内容、教学方法和教学手段进行深入改革。普通物理实验课担负了培养学生创新精神、创新意识和创新能力的任务。

自从2000年以来，东北林业大学物理实验中心对普通物理实验课教学体系进行了重大改革，施行了实验室开放式教学，对原有实验项目内容进行了整合，对相应实验仪器进行了更新换代，还增加了许多具有时代气息的新实验项目。本教材正是总结近几年工作的基础上编写而成的。

在编写过程中，我们力求实验目的明确，实验内容充实，遵循由浅入深，循序渐进的原则，以适合实验室开放式教学的要求。

参加本书编写工作的有王永胜（实验一、二、三、十、十一、十二、十三、十四、十五、十九），马永轩（绪论、实验五、八、十七），周阿庚（实验四、六、七、九、十六、十八），本书插图由王德洪老师绘制，戚大伟老师主审了全部书稿。

本实验教材的形成，凝聚了东北林业大学物理实验中心全体任课教师和实验技术人员的心血，是近几年教学改革成果的结晶。在编写过程中得到了许多同志的帮助，同时参阅了兄弟院校的有关教材，在此表示衷心的感谢。

由于我们水平有限，加之时间紧迫，书中难免存在疏漏和不妥之处，望读者和各位同仁批评指正。

编　者

2008年1月

目　　录

绪论　实验数据处理基础知识

一　大学物理实验课的地位和作用

科学实验是科学理论产生的源泉，是科学理论发展的动力，是工程技术进步的基础。21世纪的高科技人才，不仅应具备比较深广的理论知识，更应具备把科学理论运用到生产实践中的能力，以便适应科技进步和国家建设迅速发展的需要，因此，必须通过科学实验的系统训练，逐步养成把动脑和动手、理论和实际结合起来去分析问题、解决问题的良好习惯。大学物理实验课是专为理工类学生开设的一门独立的基础必修课，是对学生进行系统实验方法和实验技能训练的开端和入门向导，是以后一切科学实验工作的基础。每一个物理实验项目都是通过一定的实验方法把物理理论和测量任务联系起来，构成测量系统，并指导学生有计划地操作，可以由易到难地模拟一个科学实验全过程，从而使学生独立地在基本实验知识、基本实验方法和基本实验技能三方面受到全面训练，也加深了学生对物理学理论的理解，培养了实事求是的科学态度。

二　大学物理实验课的基本程序

科学实验大体有以下几个步骤：提出测量任务，设计实验方案，仪器安装和调试，取得实验数据，处理数据，分析结果，写出报告或论文。本课程所开设的实验项目是人为地创造出一种条件，按照预定计划，以确定顺序重现一系列物理现象。因此，本课程的多数实验对实验者着重于方法和技能上的严格训练，一般并不看重结果。上实验课的基本程序为网上选实验项目和时间，课前预习，课上进行实验，课后整理分析数据并写出实验报告。

（一）课前预习

为了能够在预定时间内顺利地完成实验，学生在上课前要认真阅读实验教材和有关参考书，明确实验目的，弄懂实验的理论依据和条件，领会实验方法，了解仪器的精度、工作原理和操作规程，掌握如何装配、连接和调整，了解实验步骤、并写出预习报告，在报告中画出必要的简图（如电路图、光路图），设计好数据记录表格，注明所有文字符号的物理量和单位。此预习报告就作为整个实验报告的前半部分，待实验做完后再续写出后半部分。未按要求写出预习报告，不允许做实验。

（二）课上实验操作

指导教师对学生预习质量的检查完成后，学生方可进行实验。

1. 仪器的安装和调整

首先通过指导书、说明书或挂图熟悉各主要仪器，了解仪器的工作原理、使用方法和注意事项，然后进行安装和调试仪器，使其处于正常工作状态（如水平、铅直等）。未把仪器仔细地调到正常状态，而忙于测量是不会得到正确的实验结果的。仪器使用过程中须按操作规程进行，如果不是测量要求，在不明确操作规程的情况下，切勿乱动仪器。在仪器的使用

过程中还要注意以下几点：

(1)仪器的量程要符合实验要求，弄清最小分度的读数；注意仪器零点，必要时应调零；

(2)拧动仪器上的旋钮或转动部分时，不要用力过猛，应缓慢匀速进行，受到阻碍则立即停止；

(3)灵敏度高的仪器(如分析天平、灵敏检流计等)都有制动器，不测量时应使仪器处于制动状态；

(4)对透镜、光栅等光学元件及砝码等，为了保持其性能和光洁，不许用手直接摸其表面，也不许随便用布或纸去擦；

(5)使用电学仪器时，要注意额定电源电压、连接时的极性和人身安全，并必须经教师允许后方可接通电源。

(6)实验结束后要整理仪器，并恢复到实验前的状态。

2. 观测与记录

观测时要精力集中，不受外界干扰，也不要影响别人。对实验中出现的不同现象要勤于动脑，用所掌握的物理学规律和原理给予解释，能查找出异常现象的原因。

记录就是如实地记录所观察到的现象、过程和测量的数据。必须将数据记录在预习报告的数据表内或实验记录本上。数据之间要留有间隙，以便补充。要求记录得简单、清楚，标明单位，不得随便涂改，更不允许按标准数据或他人数据修改自己的数据。若发现记录的数据有误应用笔划掉，并将正确数据写在旁边，不要在原数据上涂改。

记录内容包括时间、地点、合作者、室温、气压、仪器及其编号、简图、简单的过程、原始数据、有关现象和随时发现的问题等。

总之，观测和记录实验数据时要特别仔细，以保证读数和记录准确无误，因为它决定本次实验工作的成败。记录数据须经指导教师检查认定合格后方可结束实验，否则要重新测量。

(三) 数据处理与实验报告

实验报告是本次实验工作的全面总结，是科学技术交流不可缺少的方式。通过它学生可以巩固实验基本知识及物理学原理，以及正确表达实验结果和对结果的评价，为将来进行科学实验、写好科技论文打下基础。

实验报告应包括：实验名称、目的、原理摘要及计算公式、简图、仪器、实验的主要步骤、记录及数据表格、数据处理(必要时可编程序上微机处理)、不确定度估计、实验结论和讨论、回答思考题等。

实验报告要求一律使用统一印制的实验报告用纸，画曲线须用坐标纸。报告要求叙述上文字通顺，简单明了，用语准确，字迹工整，图表规矩，结果表达正确，把实验中遇到的问题和见解作力所能及的分析、讨论，也可提出改进实验设计及方法的建议。

三　测量与误差

(一)测量

在物理实验过程中要定量地测出各有关的物理量，而这种以确定被测对象量值为目的的操作就叫做测量。测量可分为直接测量和间接测量两类。

1. 直接测量

为了进行测量，每个物理量都规定有相应的计量单位。直接测量就是用带有计量单位

刻度的量具和仪器与待测量直接比较，其倍数即为测量值。例如，用米尺测量某一单摆的摆线长，它是 1 m 的 0.986 5 倍则可直接读出摆线长为 0.986 5 m。

2. 间接测量

大多数物理量不能直接用计量仪器把待测量的大小测出来，而需依据待测量和某几个直接测量值的函数关系，求出待测量，这种测量叫做间接测量。如测重力加速度 g，需测量单摆的长度 l 和周期 T，并根据单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 计算出来。

（二）误差

1. 测量误差的定义和误差的分类

任何一个物理量都是客观存在的，在一定的条件下，它具有与给定特定量的定义一致的固定量值，这个客观量值就定义为待测量的真值。但在测量的过程中，由于仪器的灵敏度和分辨率有限、方法不完善、环境不稳定、人员不熟练等诸多因素的影响，被测量的真值是不可能测得的，因此一般将测量值或经修正的算术平均值作为测量结果。而测量结果和待测量真值之间总会存在或多或少的偏差，这种偏差就称为测量误差。

设被测量的真值为 a，测量值为 x，误差为 ε，则

$$\varepsilon = x - a \tag{0-1}$$

一切测量所得的数据，毫无例外地都包含一定的误差。由于真值一般是未知的，所以一般误差也不知道，但可分析其产生的主要因素，尽可能地消除或减小某些误差分量对测量结果的影响，以求出待测量的最近真值，并对结果中未能消除的误差估计出其限值或分布范围。为此必须研究误差的性质、来源，以便采取措施，达到最佳测量结果。根据对测量值影响的性质，误差可分为三类：可定系统误差、随机误差和过失（粗大）误差。

（1）可定系统误差

指在重复性的条件下，对被测量多次测量时，总是使测量结果向一个方向偏离，或按某一确定的规律变化，即是符号和绝对值已经确定的误差分量。所谓重复性条件是指相同的测量程序，相同的观测者，在相同的条件下用相同的测量仪器，在相同地点，短时间内重复测量。研究可定系统误差产生的原因，并确定其大小，以尽量消除此分量对测量结果的影响，使测量结果更趋于正确和可靠，是数据处理中的一个非常重要的内容。

不计其他误差时设真值为 N_0，测量值为 $\overline{N}$，则可定系统误差定义为 $\Delta_N = \overline{N} - N_0$，$\Delta_N$ 可正可负。由于可定系统误差的存在，就要对测量结果加以修正，即真值为测量结果 $\overline{N}$ 加上修正值 δ_N，即 $N_0 = \overline{N} + \delta_N$，比较两式可知 $\delta_N = -\Delta_N$，即要将可定系统误差取反号，加入 $\overline{N}$ 中就得到了修正后的结果。

可定系统误差的出现一般有较明确的原因，常见的原因有如下四个方面。

1）仪器误差。这是由于所用器具本身缺陷或未按规定条件使用而产生的误差。如仪器的刻度不准，零点的刻度未调好，砝码的标称质量未校准等。

2）方法误差（理论误差）。这是由于实验方法和理论不完善引起的误差，如电学测量中未考虑电表内阻的影响；又如单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 是在认为摆角很小时取 $\theta \approx \sin\theta$ 的条件下导出的，当摆角较大时，就会引入周期误差。例如当 $\theta = 10.0°$ 时，$\Delta_T/T \approx 0.20\%$；$\theta = 15.0°$ 时，$\Delta_T/T \approx 0.40\%$；$\theta = 30.0°$ 时，$\Delta_T/T \approx 1.7\%$。

3）装置误差。这是由于所用装置调整不完善而产生的误差。如天平未调水平，光路不同轴，电磁学测量中存在接触电阻、接触电势等。

4)个人误差。这是由于观测者感觉器官和运动器官反应灵敏度引入的误差。如秒表停表操作有误时，就会造成超前或滞后的时间误差。

为了减少可定系统误差对实验结果的影响，应在实验中不断地改进和提高实验者的实验技术，积累经验，找出误差产生的原因，并设法将其减小到最低限度。在某些情况下一些消除和减小可定系统误差的方法如下。

1)对测量结果引入修正量，常用的方法有如下两种。

① 检定修正法。将量具或仪器与标准件或精确度更高的仪器相比较，得出修正量或修正曲线。

② 理论分析法。由理论分析导出修正公式，如精密称衡的空气浮力修正，量热学实验中的热量补正等。

2)选择适当的测量方法，使可定系统误差相互抵消而不带入测量值中，方法如下。

① 对换法。如用滑线式电桥测电阻时，把被测电阻与标准电阻交换位置进行测量，使产生可定系统误差的因素在测量中起相互抵消作用。

② 补偿法。如量热计实验中，采用加冰降温，使其初温低于室温，而末温高于室温，两者温差相等时，即可补偿升温时的散热损失。

③ 替代法。用一已知量替代被测量以达到消除可定系统误差的目的。

④ 半周期偶数测量法。某些仪器的可定系统误差按正弦规律变化，如度盘仪器(普通物理实验中的分光计、旋光计等)的偏心差，在任何差半周期的两对应点处的可定系统误差绝对值相等，符号相反。若每次测量都在相差半周期处测两个值，以其平均值为结果，即可消除可定系统误差。

(2) 随机误差

在重复性条件下多次测量同一被测量时，测量值也会有稍许差异，而且变化不定，即使在消除可定系统误差之后依然如此。这部分绝对值和符号经常变化的误差称为随机误差。

产生随机误差的原因很多，如人的感官分辨力不同，每个人对仪器示值的估读能力不同，实验仪器所在的环境温度的变化，电源电压的波动和气流、噪声、振动等对测量结果的影响等。这些影响因素一般是微小的，并且是随机出现的，因而无法从结果中扣除。虽然这种误差的大小和符号不知道，但在同一量的多次测量中，它们的分布常常满足一定的统计规律。

设对某量 x 做 n 次测量值分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，其误差为 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n$，真值为 a，则 $(x_1-a)+(x_2-a)+\cdots+(x_n-a)=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n$，则很容易得出

$$\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)-a=\frac{1}{n}(\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n) \tag{0-2}$$

则由式(0-2)不难得出以下的结论：

1)在确定的测量条件下，减小测量结果随机误差的办法是增加测量次数，这是因为测量值的误差有正有负，相加后可抵消一部分，且 n 值越大，相消的机会越多；

2)一系列测量值的算数平均值与真值之差随测量次数的增加而减小，因此可取多次测量的算术平均值作为被测量的最近真值。

虽然增加测量次数对提高平均值的可靠性有利，但增加测量次数对保持稳定的测量条件造成困难，长时间的测量会使观测者疲劳，又可能引起较大的观测误差。所以测量的次数不必太多，一般科学研究中取 10 次到 20 次，大学物理实验中取 4 次到 10 次。

(3)过失误差

在测量过程中很可能出现在测量时的客观条件不能合理解释的那些误差,称为过失误差。这是由于测量者在观测、记录和整理数据的过程中粗心大意、疲劳等原因造成的。它的出现会明显歪曲实验结果,应在实验中尽量避免,如果出现应及时剔除。

2. 绝对误差和相对误差

虽然真值是一理想概念,但在若干具体实验中,如果某一物理量有标称值或公认值,测量结果只和标称值比较即可衡量测量质量,为此我们引入绝对误差和相对误差的概念。

(1)绝对误差

设某被测量 x 的公认值为 a',测量结果为 x,则

$$\varepsilon' = |x - a'| \tag{0-3}$$

ε' 就称为绝对误差。

(2)相对误差

绝对误差和公认值之比称为相对误差,通常用百分数表示,即

$$E(x) = \frac{\varepsilon'}{a'} \times 100\% \tag{0-4}$$

在具体实验中,用绝对误差可以表示一个测量结果的可靠程度,而比较几个不同量的测量结果的可靠程度可用相对误差表示。

从以上情况可以看出,测量结果不可避免地含有误差,如何估计和表达这种含有误差的实验结果就成为研究误差理论首要的一个问题。对于可定系统误差,可以设法消除或从实验结果中扣除(修正),下面将讨论包含随机误差的测量结果的科学表达方法。

四　测量结果的表达(报告)方法

(一)测量结果的科学表达方法和不确定度的概念

测量结果不可避免地含有误差,为了估计测量结果的可靠程度,我们把测量结果表达成如下形式

$$X = \overline{X} \pm \Delta(\text{单位}) \tag{0-5}$$

其中,X 代表待测量,$\overline{X}$为该物理量的测量值,它既可以是相同条件下多次直接测量的算术平均值,也可以是单次的直接测量值,还可以是经过公式计算得到的间接测量值。$\overline{X}$应表达为带有一位整数的小数与10的若干次幂之积。Δ 是一个恒正的量,称为“不确定度”,是对 X 的真值所处量值范围的评定,它表示由于测量误差的存在而对被测量值 X 的不能肯定的程度,它反映了可能存在的随机误差分量的分布范围。

式(0-5)表示测量结果以一定的概率落在($\overline{X}-\Delta,\overline{X}+\Delta$)范围内,即误差一般落在此区间外的可能性很小。在一定的条件下,Δ 越大表示测量结果可信赖程度越低;Δ 越小,测量结果的可信赖程度越高。

值得注意的一点是,误差和不确定度是两个完全不同的概念,误差是指测量值和真值之差,在一般情况下它是未知的确定的量;不确定度是指误差可能存在的范围,这一范围的大小能够用数值表达,两者不应混淆。要完整地表达一个物理量应该有被测量值、不确定度和单位这三个要素。当然,对于实验精度要求不高的测量,或者被测量结果的不确定度对实验

结果的影响很小时，可以不做不确定度的估计。

为了比较两个量测量结果质量的优劣，常用到相对不确定度的概念。相对不确定度 $E(X)$ 定义为不确定度与测量结果之比，即 $E(X)=\Delta/\overline{X}\times100\%$。$E(X)$ 愈大，表征测量结果的质量愈低；$E(X)$ 愈小，表征测量结果的质量愈高。

（二）直接测量结果的不确定度估计和表达

1. 测量列、平均值与残差

（1）测量列。是指在重复性条件下对某量进行测量后所得的一组测量值。假设只存在随机误差，各测量值间稍有不同。

（2）平均值。一测量列 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 的算术平均值为

$$\overline{X}=(X_1+X_2+\cdots+X_n)/n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i \tag{0-6}$$

统计理论指出，$\overline{X}$ 为测量列的最佳估计值，又称最近真值。我们就取 $\overline{X}$ 为测量结果，它的可靠性要高于任何测量值。

（3）残差。残差是指测量值 X_i 与平均值 $\overline{X}$ 之差，即

$$\nu_i=X_i-\overline{X} \tag{0-7}$$

2. 实验标准偏差

根据数理统计理论，当实验次数为 n 时总体标准误差的估计值用贝赛尔公式计算，用 S 表示，即

$$S=\sqrt{\frac{(\sum(X_i-\overline{X})^2}{(n-1)}} \tag{0-8}$$

式（0－8）也称为实验标准偏差，它反映了测量列的分散性，即反映了测量列的随机误差的分布特性。标准偏差 S 大，表示测量值比较分散；相反 S 小表示测量值比较密集，随机误差小。

现在很多袖珍计算器（如 SHARP 函数型）具有计算实验标准偏差的统计功能，具体步骤如下：①开机；②按“2ndF”键；③按“STAT”键；④每输入一个数据 x_i，按一次“M＋”键；⑤数据全部输入后，按“$S(\sigma)$”键得 S；按“$\overline{X}$”键得 $\overline{X}$。数据处理中要计算 S 时，只需将 n 个测量值按上述规定的操作步骤输入计算器，即可得出 $\overline{X}$ 及 S。

3. 直接测量结果的不确定度估计

（1）相同条件下多次测量的情形

1）在直接测量公式 $X=\overline{X}\pm\Delta$ 中，Δ 可分为两类分量，一是用统计学方法计算的 A 类分量 Δ_A（即随机误差分量部分）；二是用其他方法评定的 B 类分量 Δ_B。应明确两种计算方法得到的分量在本质上没有区别，这两种方法都是基于概率分布，两类分量用方和根法合成，即

$$\Delta=\sqrt{\Delta_A^2+\Delta_B^2} \tag{0-9}$$

2）A 类分量 Δ_A 的评定

$$\Delta_A=\frac{S}{\sqrt{n}} \tag{0-10}$$

即
$$\Delta_A=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n(n-1)}}=S(\overline{X}) \tag{0-11}$$
Δ_A 也称为平均值的实验标准偏差。

3) B 类分量的评定。不确定度 B 类分量是指用非统计方法估计出的不确定度。它对应于无法确定的系统误差，主要包含仪器未校准误差。对 B 类分量估计时需要确定分布规律，同时要参照标准，更需要估计者的实践经验、学识水平，因此对于 B 类分量来说是因而不同的估计者可能有不同的结论。

在物理实验教学中我们约定 B 类不确定度是将测量仪器的误差限折合成近似的标准偏差。仪器的误差限一般在仪器的说明书中注明，即已给出了一个保证不被超出的范围，它是在正确使用仪器的条件下，测量值和被测量物理量的真值之间可能产生的最大误差。如给出仪器的误差限 $\Delta_{仪}$ 的范围在 $[-\delta,+\delta]$ 之内，若估计误差概率分布均匀分布，根据均匀分布理论，其不确定度 B 类分量 Δ_B 为
$$\Delta_B=\frac{a}{\sqrt{3}} \tag{0-12}$$
如果认为误差更可能接近这个范围中心，则可估计误差概率分布是三角分布，其不确定度 B 类分量为
$$\Delta_B=\frac{a}{\sqrt{6}}$$
如果认为误差概率分布在这个范围内更接近正态分布，则不确定度 B 类分量为
$$\Delta_B=\frac{a}{3}$$
在教学中为简化起见，我们约定误差概率分布按均匀分布考虑，B 类不确定度用式 (0-12) 来计算。在教学中我们约定正确使用仪器时的仪器误差限 $\Delta_{仪}$ 可按如下原则来确定。

1) 对可估读测量数据的仪器，$\Delta_{仪}$ = 最小刻度的 1/2。比如，米尺的最小刻度为 1 mm，则米尺的仪器误差限 $\Delta_{仪}=0.5$ mm。

2) 对不可估读测量数据的仪器，$\Delta_{仪}$ = 仪器最小分辨读数。比如，分辨率为 0.05 mm 的游标卡尺，其 $\Delta_{仪}$ 为 0.05 mm；分辨率为 0.02 mm 的游标卡尺，其 $\Delta_{仪}$ 为 0.02 mm；分辨率为 1′ 的分光计，其 $\Delta_{仪}$ 为 1′；各类数字式仪表，$\Delta_{仪}$ 为仪器最小读数。

3) 对有仪器说明书或注明仪器精度等级的仪器 $\Delta_{仪}$ 按仪器说明书计算。比如，螺旋测微器（0~50 mm），$\Delta_{仪}=0.004$ mm；电磁仪表（指针式电流表、电压表），$\Delta_{仪}=AK\%$（A 为量程，K 为仪表精度等级）。

其他情形，$\Delta_{仪}$ 由实验室给出。

4) 两类分量用方和根法合成

总不确定度
$$\Delta=\sqrt{\frac{S^2}{n}+\Delta_B^2} \tag{0-13}$$
总相对不确定度
$$E(X)=\frac{\Delta}{X}\times 100\% \tag{0-14}$$
例 1 用一台数字电压表测某一高稳定度恒压源，输出电压 V，重复测量次数 $n=7$，电压表分辨率为 1 μV，测量范围为 1 V。生产厂说明书给出表的准确度在量程 $V_m=1$ V 时，$\Delta_{仪}$ = 15 μV，七次测得值如下：

$V_1 = 0.928\ 570$ V; $V_2 = 0.928\ 534$ V; $V_3 = 0.928\ 606$ V; $V_4 = 0.928\ 599$ V;
$V_5 = 0.928\ 591$ V; $V_6 = 0.928\ 585$ V; $V_7 = 0.928\ 572$ V

设测量过程中可定系统误差为0,可以算得 $\bar{V} = \sum V_i/n = 0.928\ 579\ 6$ V

实验标准偏差 $$S = \sqrt{\sum (V_i - \bar{V})^2/(n-1)} = 24\ \mu\text{V}$$

A 类分量 $$\Delta_A = \frac{1}{\sqrt{7}} \times 24 = 9.1\ \mu\text{V}$$

B 类分量 $$\Delta_B = \frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}} = 8.7\ \mu\text{V}$$

总不确定度 $$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = 12.6\ \mu\text{V}$$

结果表示为 $$V = \bar{V} \pm \Delta = 0.928\ 58 \pm 0.000\ 013\ \text{V} = (9.2858 \pm 0.00013) \times 10^{-1}\ \text{V}$$

(2) 单次测量结果的不确定度估计

实验过程中一般出现以下几种情况才进行单次测量。

1)在有些实验中,由于是动态测量的,因此不容许对被测量做重复测量。

2)有些实验的准确程度要求不高,或经实验室事前分析 A 类分量远远小于仪器的误差限,即 $\Delta_A \ll \Delta_{仪}$;在间接测量时,其中某一物理量相对不确定度对最后的结果影响很小,在这些情况下可以对被测量只测一次。对于单次测量获得的测量值 X,一般来说,不可避免地含有随机误差以及可能存在的显著的系统误差。但公式中的 S 只能用贝塞耳公式计算,$n=1$ 时的 S 值发散,因而单次测量不能用统计方法计算 A 类分量,而简单地取总不确定度等于 B 类分量,即 $\Delta = \Delta_B$,这是一种粗略的简化的数据处理方法。

例如,用米尺测一单摆摆长时,主要误差来源是刻度不准和估读能力有限,误差限值是此两项误差的总和,可取为 $\Delta_{仪} = 0.5$ mm。

在电磁学实验中,单次直接测量用得较多,例如用电表测量电流、电压或者其他量,其值都是根据电表指针偏离零位的角度大小来度量的。设对电流进行测量,其指针指示为 7.20 mA,为了估计电流值的不确定度,必须知道电表的级别,若电表的级别为 1.0 级,表示指示值带有不大于满量程 1% 的系统误差,设此表满量程的电流值为 10.0 mA,根据一级表的要求,则电流表的仪器误差限为

$$\Delta_{仪} = 10.0 \times 0.01 = 0.10\ \text{mA}$$

虽然指针的位置可读到 0.01 mA,但是级别告诉我们电流值只准确到小数点后第一位,因此若作为最终结果则应表达成 $I = (7.2 \pm 0.1/\sqrt{3})$ mA。由于通常计量仪器的最小分度值是按仪器的基本误差限来确定的,因此读数时按最小分度值读取就可以了。对于那些需要作进一步运算的读数,可在最小分度间再估读一位,估读值根据实验者的判别能力来确定,一般可估读到最小分度的 1/10,1/4 或 1/2。当指针处于表盘最小分度值的 1/4 处时,应读最小分度值的 0.2 或 0.3,而不应读成 0.25,这是因为小数点第一位已是估计值,再读第二位毫无意义。同样指针处于最小分度值 3/4 处时,应读为最小分度值的 0.7 或 0.8。

应当指出,无论使用指针式仪表还是数字式仪表,在测量时其读数值应尽可能处于满量程的 1/2 到 3/4 间,以减小由仪表的误差限带来的误差。如上例 $I = (7.2 \pm 0.10)$ mA 的相对不确定度 $E = 1.4\%$。但若指针指于 1 mA 处,则有 $I = (1.00 \pm 0.10)$ mA,其相对不确定度 $E = 10\%$。

如果重复测量所得的各测量值均相同,表示仪器精度不够,揭示不出随机误差,其不确定度的估计可参照单次测量时的不确定度估计。

(3)测量列中异常数据的取舍

在重复性条件下得一测量列,有时会出现某个值与其余各值的差异特大,但又找不到确切的理由说明它是测错的数据时,可以根据随机误差的分布规律决定它的取舍。较常用的方法是肖维涅准则。

肖维涅准则是在标准偏差为 S 的测量列中,对于 n 次测量,求出残差的极限值 ks(k 由表 0-1 查得),凡测量值的残差绝对值超过 ks 的应舍去,并把剩余的测量值重新求平均值和残差,再用肖维涅准则处理,直至所有剩余测量值的残差不大于 ks 为止。

例如有如下一组长度测量值(单位:cm):98.28,98.26,98.24,98.29,98.21,98.26,98.17,98.25,98.23,98.25,其平均值为 98.244 cm,$S=0.035$ cm,$n=10$。按肖维涅准则(表1),残差的极值 $ks=0.068$ cm,发现 98.17 cm 的残差的绝对值 0.074 大于 0.068,因此应予舍去。其余 9 个测量值的平均值为 98.252 cm,$S=0.024$ cm,$ks=0.047$ cm,余下的各测量值残差的绝对值均小于 0.047 cm,均予保留。

表1 肖维涅准则表

次数 n	残差的极值 ks	n	ks	n	ks
4	1.53s	10	1.96s	16	2.16s
5	1.65s	11	2.00s	17	2.18s
6	1.73s	12	2.04s	18	2.20s
7	1.79s	13	2.07s	19	2.22s
8	1.86s	14	2.10s	20	2.24s
9	1.92s	15	2.13s		

(三)间接测量结果的不确定度估计和表达

前面已经谈到多数物理量是由间接测量获得最终结果的,而间接测量结果是由若干直接测量量按照一定的函数关系求出的。例如,测量圆柱体的体积时,要对其直径 d 和柱长 l 进行测量,分别求出他们的算术平均值,然后按 $V=\pi d2l/4$ 的函数关系求出 V 值,即 $\overline{V}=\pi\overline{d}^2\overline{l}/4$。

由于直接测量值都有一定的不确定度,因此求得的间接测量结果也必然有一定的不确定度。其不确定度的大小取决于各直接测量值不确定度的大小,以及函数关系的具体形式。

表达各直接测量值不确定度和间接测量值不确定度之间的关系的式子,称为不确定度的传递公式。设间接测量值 Y 和直接测量值 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 之间具有的函数关系式为 $Y=f(X_1,X_2,\cdots,X_n)$。则 Y 的最佳估计值为

$$\overline{Y}=f(\overline{X}_1,\overline{X}_2,\cdots,\overline{X}_n)$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是互相独立的量,它们的不确定度分别是 $\Delta_{X_1},\Delta_{X_2},\cdots,\Delta_{X_n}$,由于它们的值很微小,相当于数学中的"增量",因此它们与数学中的微分有相类似的性质,可以用类似于求全微分的方法来求间接测量结果的不确定度。由多元函数微分学可知,Y 的全微分表达

式为

$$d_Y = \sum \frac{\partial f}{\partial X_k} dX_k \tag{0-15}$$

但须注意,各量的不确定度又具有统计性质,各分量要用方和根法进行合成,故可近似地计算 Δ_Y,即

$$\Delta_Y = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial f}{\partial x_k}\Delta_{X_k}\right)^2} \tag{0-16}$$

但是当函数 $f(X_k)$ 中各量间是积商形式时,用上式计算就会不太方便,因此宜改用相对不确定度的合成(传递)公式来计算,即

$$E(Y) = \frac{\Delta_Y}{Y} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial \ln f}{\partial X_k}\right)^2 \Delta_{X_k}^2} \tag{0-17}$$

而总不确定度 $\Delta_Y = \overline{Y}E(Y)$

间接测量结果不确定度的计算过程可分为如下三步:

1)先估计各直接测量量 X_k 的不确定度 Δ_{X_k};

2)根据函数关系 $Y=f(X_k)$,由 Y 的全微分式,写出不确定度传递公式;

3)计算 Y 的不确定度 Δ_Y 或者相对不确定度 $E(Y)$,并表达结果

$$Y = \overline{Y}[1 \pm E(Y)] = \overline{Y} \pm \Delta_Y \tag{0-18}$$

下面给出几种函数的间接测量不确定度传递公式:

1)$Y = x_1 \pm x_2$,则

$$\Delta_Y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial x_2}\Delta_{x_2}\right)^2} = \sqrt{(\Delta_{x_1})^2 + (\Delta_{x_2})^2} \tag{0-19}$$

2)$Y = x_1x_2$,则

$$\frac{\Delta_Y}{\overline{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln Y}{\partial x_1}\Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln Y}{\partial x_2}\Delta_{x_2}\right)^2}$$

其中

$$\ln Y = \ln x_1 + \ln x_2$$

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial x_1} = \frac{1}{x_1}, \quad \frac{\partial \ln Y}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2}$$

故

$$E(Y) = \frac{\Delta_Y}{\overline{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{x_1}}{\overline{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{x_2}}{\overline{x}_2}\right)^2} \tag{4-16}$$

3)$Y = \dfrac{x_1}{x_2}$,则

$$\frac{\Delta_Y}{\overline{Y}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{x_1}}{\overline{x}_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_{x_2}}{\overline{x}_2}\right)^2} \tag{0-21}$$

4)$N = \dfrac{6x^2}{y^3/\sqrt{z}}$,则

$$\frac{\Delta_N}{\overline{N}} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta_x}{\overline{x}}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta_y}{\overline{y}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_z}{2\overline{z}}\right)^2} \tag{0-22}$$

五　有效数字及运算法则

实验中总是要记录很多数据，并进行计算，但是记录时应取几位，算术平均值取几位，实验标准偏差 S 取几位，运算后的间接测量结果取几位，不确定度取几位，这些都是实验数据处理时遇到的重要问题。

任何一个物理量的测量都是存在误差的，但是测量结果的位数却是有限的，因此引入有效数字的概念。能正确而有效地表示测量和运算结果的数字称为有效数字。正确地读取和保留有效数字，一方面可以保证不致牺牲仪器的精度，另一方面可避免不适当的取舍带来非测量的附加误差，还可以保证不致因保留过多的数字位数而做的无用功。

（一）原始记录的有效数字

有效数字由直接从度量仪器最小分度以上的若干位准确数值与最小分度的下一位（有时是在同一位）估读（或称可疑）数值构成。

1）对于 10 分度的仪器，读数要取到最小分度的 1/10。例如，最小分度是毫米的尺，测量时一定要估读到 1/10 mm 那一位。最小分度是 0.1 A 的安培计，测量时一定要估读到 1/100 A 那一位。但是有的指针式仪表的分度较窄，而指针较宽（大于最小分度的 1/5），这时要读到最小分度的 1/10 有些困难，可以读到最小分度的 1/5 或 1/2。

2）对于其他分度的器具或仪表，应取到最小分格的一位。如 0.05 mm 卡尺（20 分度），只读到 1 /100 mm 位上的 0.05，其中的“5”就是可疑数字。

3）如仪表本身标明精度等级，则末位应是产生误差限 $\Delta_{仪}$ 的一位。如量限 1A 的 0.5 级表，$\Delta_{仪}=1\times0.5\%=0.005$ A，有效数字末位应在千分位上。

有效数字位数的多少不仅与被测对象本身有关，还与所选用的测量仪器的精度有关。通常情况下，仪器的精度越高，对于同一被测对象，所得结果的有效数字位数越多。

有效数字中的“0”不同于其他 1，2，…，9 九个数字，需注意下面的两种情况。

1）有效数字的位数从第一个不是“0”的数字开始算起，末位为“0”和数字中间出现的“0”都属于有效数字。

2）有效数字的位数与小数点位置或单位换算无关。如 1.28 m 可以写成 128 cm，但不能写成 1280 mm，因为前面的是三位有效数字，而 1280 mm 则是四位有效数字，它们表示测量的精度不相同。它可以写成 1.28×10^3 mm，即用科学记数法表示。

（二）运算后的有效数字位数

1. 实验后不评定不确定度时结果的位数确定法则

（1）加减运算。以参与运算各量的末位数中最高的那一位为结果的末位，其余各数及和、差均比该位多取一位，运算结果与该末位取齐，下一位按“四舍六入五凑偶”原则决定舍入。如 7.625 75 取两位为 7.6，取三位为 7.62，取四位 7.626，取五位 7.625 8，即遇 5 的舍或入由其前一位（结果的末位）决定，如果前一位是奇数，则进位将其变成偶数，如果其前位是偶数，则将 5 舍去。

（2）乘除运算。以参与运算的有效位数最少的数为准，其余各数及积、商均比该数多取一位，最后结果位数一般以该数为准，如果存在进位且结果的第一位数是 1，2，3 时，可多留一位。如 $9.81\times16.24=159.3$，按前述结果应取 159，但结果首位是 1，故结果应取159.3。

因计算器已经普及使用，运算过程中的数和中间结果也可不作取舍，或适当多取几位。

计算公式中常数 π,e,$\sqrt{2}$ 等有效数字位数可认为是无限的,需要取几位就取几位。

2. 评定不确定度时结果的位数确定

此时总原则是由不确定度来决定结果的位数。

(1) 总不确定度的有效数字位数。对于直接测量,平均值先多取几位,继之计算的实验标准偏差取 S,Δ_A 及 Δ_B 的 1 ~2 位,合成总不确定度 Δ 后规定取一位或两位。

1) 当 Δ 的首位数字小于4(即1,2,3)时取两位,第三位非零即进。

2) 当 Δ 的首位数字大于或等于4时取一位,第二位非零即进。当首位数字是9时看下一位,是0则取一位9,非0则取两位10。相对总不确定度取两位,下一位非零即进。直接测量结果的末位应与总不确定度的首位取对齐,下一位按"四舍六入五凑偶"的原则舍入。绝对误差位数取法与总不确定度位数取法相同。

(2) 对于间接测量的平均值 $\overline{Y}$ 可先多取几位,经不确定度传递公式合成 Δ_Y 后,仍按上述规定只取一或两位。

确定测量结果 $\overline{Y}$ 的有效数字位数,原则上要保留的最后一位应与总不确定度的首位对齐,下一位按"四舍六入五凑偶"原则决定舍入。最后要以 $Y = \overline{Y} \pm \Delta$ 表达测量结果,如 $g = 975.4\ \mathrm{cm/s^2}$,$\Delta = 8.1\ \mathrm{cm/s^2} = 9\ \mathrm{cm/s^2}$,则 $g = (975 \pm 9)\ \mathrm{cm/s^2}$。

六　实验曲线的描绘

实验结果的表示可采用表格、经验公式和曲线。其中用曲线表示实验结果具有简明直观,便于比较,易于显示变化规律等优点,同时还能校正个别观测点或计算的错误。在曲线的应用范围内,可以找到必要的数据以及对曲线内插外推。根据图线的形状可确定物理量间的函数关系,并可对已定系统误差进行初步分析和校正。但曲线法一般只限于单变量的函数关系,其精度较差,测量值不超过四位有效数字,如图0-1所示为锗晶体管的输入特性曲线。绘制曲线时应注意下列问题。

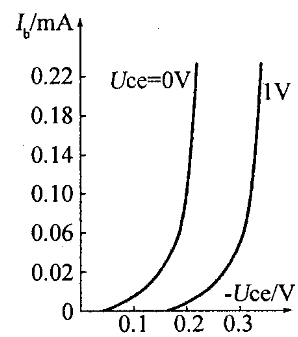

图0-1　锗晶体管输入特性曲线

(1) 选择合适种类的坐标纸。常用的坐标纸有直角(方格)坐标纸、对数或半对数坐标纸、极坐标纸等,最常用的是直角坐标纸。

(2) 选定坐标。规定以横轴为自变量,纵轴为因变量。一般以被测量为变量,但是为了获得直线,常将被测量作某种变换后的数值作为变量,这样不仅可以使直线容易描绘,更重要的是直线的斜率和截距所包涵的物理内容正是我们所需要的。如测得单摆的摆长 l 和周期 T,若以 l 为自变量,T 为因变量作图时,将得到一曲线,如图0-2(a)所示,而以 T^2 作因变量时,将得一直线,如图0-2(b)所示,这就很容易从该直线的斜率求得重力加速度 g 值。

(3) 坐标原点。要根据实验数据(变量)的分布范围确定坐标轴的起始值(坐标原点)和终了值。坐标的原点不一定要和变量的零点一致。一般坐标原点选在变量的绝对值最小值附近,且要取比较整齐的数值。

(4) 坐标的分度和曲线的变化范围。坐标轴的分度要和测量的有效数字对应,若坐标纸足够大,坐标纸的一小格可表示被测量的最后一位的一个、两个或五个单位,不要用一小格