全国优秀畅销书

ZHONGNANDIAN SHOUCE

重难点手册

★三千万学子的制胜宝典

★五省市名师的在线课堂

★十五年书业的畅销品牌

配人教A版

新课标

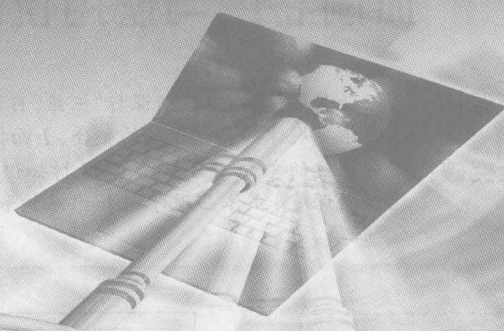
高中数学

选修 2-3

汪江松　主编

华中师范大学出版社

全国优秀畅销书



重难点手册

配人教A版

高中数学

选修 2-3

主　编　汪江松

★三千万学子的制胜宝典

★五省市名师的在线课堂

★十五年书业的畅销品牌

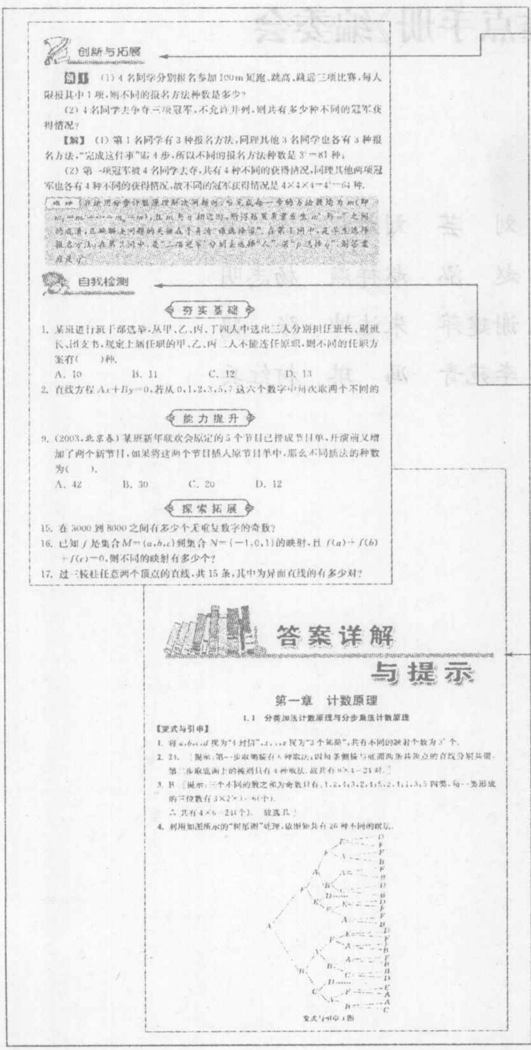
华中师范大学出版社

《数学重难点手册》编委会

——新课标《数学重难点手册》新突破

◎ **讲实用：** 完全同步于新教材，导－学－例－训四位一体，落实课程内容目标和考纲能力要求，揭密高考解题依据和答题要求，破解重点难点。

◎ **大品牌：** 十多年的知名教辅品牌，一千多万学子的全程参与，十余万名一线教师的倾力实验，堪称学习规律与考试技术深度融合的奇迹，缔造着使用效果显著、发行量惊叹的神话。



创新与拓展

例1 (1) 4名同学分别报名参加100m短跑、跳高、跳远三项比赛，每人限报其中1项，则不同的报名方法种数是多少？

(2) 4名同学去争夺三项冠军，不允许并列，则共有多少种不同的冠军获得情况？

【解】(1) 第1名同学有3种报名方法，同理其他3名同学也各有3种报名方法，"完成这件事"需4步，所以不同的报名方法种数是 $3^4=81$ 种；

(2) 第一项冠军被4名同学去夺，共有4种不同的获得情况，同理其他两项冠军也各有4种不同的获得情况，故不同的冠军获得情况是 $4\times4\times4=4^3=64$ 种。

自我检测

夯实基础

1. 某班进行班干部选举，从甲、乙、丙、丁四人中选出三人分别担任班长、副班长、团支书，规定上届任职的甲、乙、丙三人不能连任原职，则不同的任职方案有(　　)种.
A. 10　B. 11　C. 12　D. 13

2. 直线方程 $Ax+By=0$，若从0，1，2，3，5，7这六个数字中每次取两个不同的

能力提升

9. (2003，北京春)某班新年联欢会原定的5个节目已排成节目单，开演前又增加了两个新节目，如果将这两个节目插入原节目单中，那么不同插法的种数为(　　).
A. 42　B. 30　C. 20　D. 12

探索拓展

15. 在3000到8000之间有多少个无重复数字的奇数？

16. 已知 f 是集合 $M=\{a,b,c\}$ 到集合 $N=\{-1,0,1\}$ 的映射，且 $f(a)+f(b)+f(c)=0$，则不同的映射有多少个？

17. 过三棱柱任意两个顶点的直线，共15条，其中为异面直线的有多少对？

答案详解与提示

第一章　计数原理

1.1　分类加法计数原理与分步乘法计数原理

【变式与引申】

4. 利用如图所示的"树形图"处理，依图知共有26种不同的赋法。

变式与引申4图

创新与拓展

体现特色栏目的全新面貌，融入新课程的全新理念，给出具有探究性的命题，为学生提供自主探索、相互交流的专有平台。

自我检测

立足于消化教材，注重基本题型的训练，以中档题为出发点，帮助同学们更深刻地领会相应知识点，逐步养成灵活的解题能力和应用能力，并精心挑选了少量高考拔高题与奥赛题，使学生在收到立竿见影的学习效果的同时，体验到探究创新的广阔空间。

答案详解与提示

附有自我检测题和各单元综合评价测试题的参考答案，并对全部的试题给出了提示和解答过程。

体例特色与使用说明

- **新课标：** 贯彻新课标精神，定位新课标“三维”目标，贴近新课标高考大纲要求，注重学习规律和考试规律的整合，全面提升考试成绩和综合素质。
- **大突破：** 突破传统的单向学习模式，将教材知识、拓展知识和隐性方法类知识植入新课堂，立体凸现学科知识结构和解题方法规律，破解高考“高分”瓶颈。

课程目标三维点击

全面展示每课(节)的“知识与技能、过程与方法以及情感态度与价值观”三位一体的目标要求，使同学们明确努力的方向和应达到的程度，便于自我评价和相互评价。

重点难点疑点突破

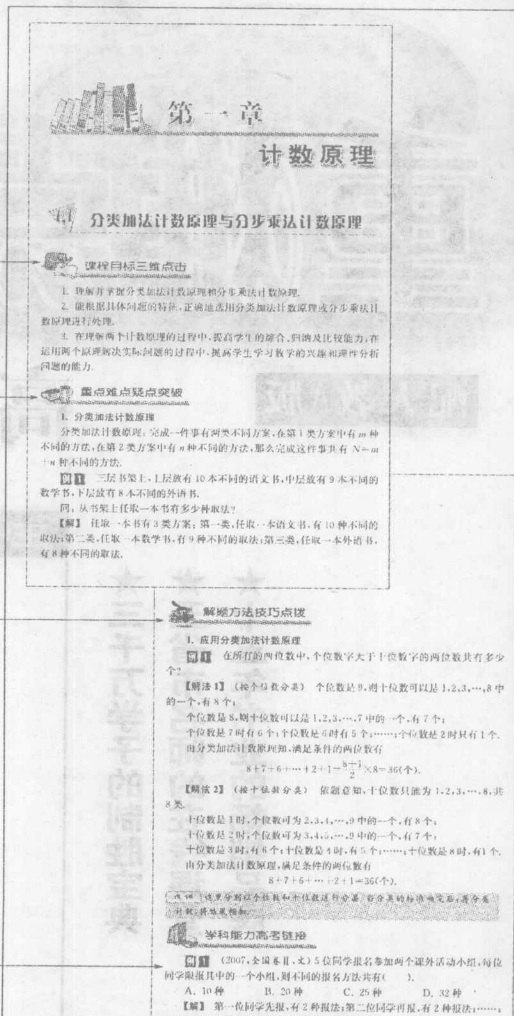
把握学生思维情感的发展脉络，恰到好处地指出每课(节)的重点、难点与疑点，各个击破，扫清学生学习中的一切障碍，全力提高学生的学习效率。

解题方法技巧点拨

精选典型例题，通透讲解，并从中总结解题方法与技巧，点拨解题规律，启发学生思维，使学生深刻透彻地把握知识结构，培养学生灵活运用知识的能力。

学科能力高考链接

多角度深入剖析各类考题，加深学生对所学知识的理解，激发学生深入探究学习的兴趣。


第一章

计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

课程目标三维点击

1. 理解并掌握分类加法计数原理和分步乘法计数原理.

2. 能根据具体问题的特征，正确地选用分类加法计数原理或分步乘法计数原理进行处理.

3. 在理解两个计数原理的过程中，提高学生的综合、归纳及比较能力；在运用两个原理解决实际问题的过程中，提高学生学习数学的兴趣和理性分析问题的能力.

重点难点疑点突破

1. 分类加法计数原理

分类加法计数原理：完成一件事有两类不同方案，在第1类方案中有 m 种不同的方法，在第2类方案中有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法.

例1 三层书架上，上层放有10本不同的语文书，中层放有9本不同的数学书，下层放有8本不同的外语书.

问：从书架上任取一本书有多少种取法？

【解】 任取一本书有3类方案：第一类，任取一本语文书，有10种不同的取法；第二类，任取一本数学书，有9种不同的取法；第三类，任取一本外语书，有8种不同的取法.

解题方法技巧点拨

1. 应用分类加法计数原理

例1 在所有的两位数中，个位数字大于十位数字的两位数共有多少个？

【解法1】（按个位数分类） 个位数是9，则十位数可以是1，2，3，…，8中的一个，有8个；

个位数是8，则十位数可以是1，2，3，…，7中的一个，有7个；

个位数是7时有6个；个位数是6时有5个；……；个位数是2时只有1个.

由分类加法计数原理知，满足条件的两位数有

$$8+7+6+\cdots+2+1=\frac{8+1}{2}\times 8=36(\text{个}).$$

【解法2】（按十位数分类） 依题意知，十位数只能为1，2，3，…，8，共8类.

十位数是1时，个位数可为2，3，4，…，9中的一个，有8个；

十位数是2时，个位数可为3，4，5，…，9中的一个，有7个；

十位数是3时，有6个；十位数是4时，有5个；……；十位数是8时，有1个.

由分类加法计数原理，满足条件的两位数有

$$8+7+6+\cdots+2+1=36(\text{个}).$$

点评 这里分别以个位数和十位数进行分类，若分类的标准有变化，各分类计数，结果相同.

学科能力高考链接

例1 （2007，全国卷Ⅱ，文）5位同学报名参加两个课外活动小组，每位同学限报其中的一个小组，则不同的报名方法共有（　　）.

A. 10种　　B. 20种　　C. 25种　　D. 32种

【解】 第一位同学先报，有2种报法；第二位同学再报，有2种报法；……；依分步乘法计数原理知共有 $2^5=32$ 种方法. 选D.

MULU 目录

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理

课程目标三维点击

1. 理解并掌握分类加法计数原理和分步乘法计数原理.

2. 能根据具体问题的特征,正确地选用分类加法计数原理或分步乘法计数原理进行处理.

3. 在理解两个计数原理的过程中,提高学生的综合、归纳及比较能力;在运用两个原理解决实际问题的过程中,提高学生学习数学的兴趣和理性分析问题的能力.

重点难点疑点突破

1. 分类加法计数原理

分类加法计数原理:完成一件事有两类不同方案,在第1类方案中有 m 种不同的方法,在第2类方案中有 n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法.

例1 三层书架上,上层放有10本不同的语文书,中层放有9本不同的数学书,下层放有8本不同的外语书.

问:从书架上任取一本书有多少种取法?

【解】 任取一本书有3类方案:第一类,任取一本语文书,有10种不同的取法;第二类,任取一本数学书,有9种不同的取法;第三类,任取一本外语书,有8种不同的取法.

所以从书架上任取一本书共有

$$10+9+8=27$$

种不同的取法.

点评 分类加法计数原理中的每一类方案都能独立完成“这件事”，而且每一类方案中的每一种方法也能独立完成“这件事”.

一般地，完成一件事，有 n 类方案，在第 1 类方案中有 m_1 种不同的方法，在第 2 类方案中有 m_2 种不同的方法，……，在第 n 类方案中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1+m_2+\cdots+m_n$ 种不同的方法.

2. 分步乘法计数原理

分步乘法计数原理：完成一件事需要两个步骤，做第 1 步有 m 种不同的方法，做第 2 步有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m\times n$ 种不同的方法.

例 2 三层书架上，上层放有 10 本不同的语文书，中层放有 9 本不同的数学书，下层放有 8 本不同的外语书.

问：从书架上任取语、数、外各 1 本，有多少种不同的取法？

【解】 完成这件事可分为三个步骤：第 1 步取语文书，有 10 种不同的方法；第 2 步取数学书，有 9 种不同的方法；第 3 步取外语书，有 8 种不同的方法.

这三个步骤缺一不可，依分步乘法计数原理知，从书架上任取语、数、外各 1 本，共有

$$10\times9\times8=720$$

种不同的取法.

点评 分步乘法计数原理中的任何一步都不能完成“这件事”，并且每一步无论采用哪种方法都不影响其他步方法的选取，即步与步之间保持“独立性”，但完成整个事件时，步与步之间又保持“连续性”(一步也不能少).

一般地，完成一件事，需要分成 n 个步骤，做第 1 步有 m_1 种不同的方法，做第 2 步有 m_2 种不同的方法，……，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$ 种不同的方法.

3. 应用两个原理应注意的问题

(1) 正确区别分类与分步

完成某件事有两类方案，每类方案彼此都能独立完成这件事，这时就用分类加法计数原理；

完成某件事有两个步骤，各个步骤都不可缺少，且需依次完成所有的步骤方能完成这件事，这时就用分步乘法计数原理.

简单地说：完成这件事的过程中，“分类互斥”、“分步互依”，并且做到“分类不重不漏”，“分步要步骤完整”.

(2) 两个原理的综合运用

例 3 三层书架上，上层放有 10 本不同的语文书，中层放有 9 本不同的数学书，下层放有 8 本不同的外语书.

问：从书架上任取两本书，且这两本书属不同的学科，共有多少种取法？

【解法 1】 完成这个事件可分为三种类型：取语文、数学书各一本；取语文、外语书各一本；取数学、外语书各一本.

每一类中，完成事件又分两个步骤，如第一类中先取语文书 1 本，第二步取数学书 1 本，依分步乘法计数原理，第一类中有 10×9 种不同的取法；

同理，第二类中有 10×8 种不同的取法；

第三类中有 9×8 种不同的取法.

再依分类加法计数原理知，从书架上任取两本属不同学科的书的方法共有

$$10\times9+10\times8+9\times8=242(\text{种}).$$

【解法 2】 完成这个事件可分为两种类型：取语文书和不取语文书.

取语文书时，可分两步：第一步先取语文书，有 10 种不同的方法；第二步取数学书或外语书(再次分类)，有 $9+8$ 种方法. 依分步乘法计数原理，有 $10\times(9+8)$ 种不同的方法.

不取语文书时，第一步取数学书，有 9 种不同的方法，第二步取外语书，有 8 种不同的方法，依分步乘法计数原理，有 9×8 种不同的方法.

再依分类加法计数原理，共有方法数为

$$10\times(9+8)+9\times8=242(\text{种}).$$

点评 解法 1 是先分类，再对每一类中进行分步；解法 2 也是先分类再分步，但对某些类中的分步过程还得分类. 像这种分类、分步混合题，无论是分类还是分步，必须做到标准明确，不重不漏.

解题方法技巧点拨

1. 应用分类加法计数原理

例 1 在所有的两位数中，个位数字大于十位数字的两位数共有多少个？

【解法 1】 (按个位数分类) 个位数是 9，则十位数可以是 1,2,3,…,8 中的一个，有 8 个；

个位数是8,则十位数可以是1,2,3,…,7中的一个,有7个;

个位数是7时有6个;个位数是6时有5个;……;个位数是2时只有1个.

由分类加法计数原理知,满足条件的两位数有

$$8+7+6+\cdots+2+1=\frac{8+1}{2}\times 8=36(个).$$

【解法2】（按十位数分类） 依题意知,十位数只能为1,2,3,…,8,共8类.

十位数是1时,个位数可为2,3,4,…,9中的一个,有8个;

十位数是2时,个位数可为3,4,5,…,9中的一个,有7个;

十位数是3时,有6个;十位数是4时,有5个;……;十位数是8时,有1个.

由分类加法计数原理,满足条件的两位数有

$$8+7+6+\cdots+2+1=36(个).$$

点评　这里分别以个位数和十位数进行分类.当分类的标准确定后,再分类计数,将结果相加.

2. 应用分步乘法计数原理

例2　将5封信投入3个邮筒,不同的投法共有多少种?

【解】 不妨将5封信分5步进行投放.

第1步,第一封信有3种投入邮筒的方法;

第2步,第二封信有3种投入邮筒的方法;

……

第5步,第五封信也有3种投入邮筒的方法.

根据分步乘法计数原理,不同的投法总数共有3^5种.

答:共有3^5种不同的投法.

点评　本例关键是将5封信视为有序的分步投放.

变式与引申1　已知集合$A=\{a,b,c,d\}$,$B=\{x,y,z\}$,则求从集合A到集合B的映射个数最多有多少个?

例3　要排一份5天的值班表,每天有一个人值班,共有5个人,每个人可以值多天或不值班,但相邻两天不能由同一人值班.问此值班表共有多少种不同的排法?

【解】 先排第一天,可排5人中的任一人,有5种排法;再排第二天,此时不能排第一天已排的人,有4种排法;再排第三天,此时不能排第二天已排的人,仍有4种排法;同理,第四、五两天均各有4种排法.由分步乘法计数原理可得值班表共有不同排法数为:$5\times4\times4\times4\times4=1280$(种).

答:共有1280种排法.

点评 这里的完成一件事是排值日表,因而需一天一天地排,用分步乘法计数原理,但应注意题设中相邻两天不能由同一人值班的条件.

变式与引申2 若把两条异面直线看成"一对",如图1.1-1,正六棱锥中的12条直线组成的异面直线共有________对.

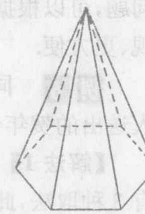


图1.1-1

3. 两个计数原理的综合应用

例4 某外语组有9人,每人至少会英语和日语中的一门,其中7人会英语,3人会日语,从中选出会英语和日语的各一人,有多少种不同的选法?

【解】 由题意得有1人既会英语又会日语,6人只会英语,2人只会日语.

第一类:从只会英语的6人中选1人说英语有6种方法,

则说日语的有$2+1=3$种.此时共有$6\times3=18$种.

第二类:不从只会英语的6人中选1人说英语有1种方法,

此时选会日语的有2种.故共有$1\times2=2$种方法.

所以由分类加法计数原理知共有$18+2=20$种选法.

点评 这里也可根据只会日语的人进行分类,在分类中再进行分步.

例5 已知直线$ax+by+c=0$中,a,b,c的值是集合$\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$中的3个不同的元素,并且该直线的倾斜角为锐角,求这样的直线的条数.

【解】 设直线的倾斜角为θ,因θ为锐角,所以$\tan\theta=-\dfrac{a}{b}>0$,即$a,b$异号.

(1) 当$c=0$时,$\because$ a、b异号,$\therefore$ a有3种取法,b有3种取法,排除2个重复($3x-3y=0$,$2x-2y=0$与$x-y=0$为同一直线).故这样的直线有$3\times3-2=7$(条).

(2) 当$c\neq0$时,a有3种取法,b有3种取法,c有4种取法,其中任两条直线均不相同.故这样的直线有$3\times3\times4=36$(条).

从而符合条件的直线有$7+36=43$(条).

答:符合条件的直线共有43条.

点评 这里根据c是否为0来进行分类,其中当$c=0$时注意排除重复的直线,当$c\neq0$时注意分步计数,是处理问题的关键.

变式与引申3 (2006,北京)在1,2,3,4,5这五个数字组成的没有重复数字的三位数中,各位数字之和为奇数的共有( ).

A. 36 个　　　　B. 24 个　　　　C. 18 个　　　　D. 6 个

4. 合理选用"树形图"与"表格法"

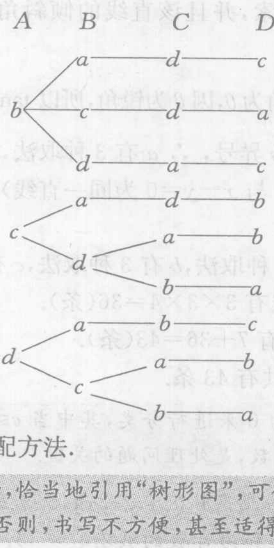
对于既要用分类加法计数原理，又要用分步乘法计数原理的较为复杂的问题，可以根据题意恰当合理地画出"树形图"或列表格，使问题的解决更直观、更方便.

例 6　同室四人各写一张贺年卡，先集中起来，然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡，则四张贺年卡不同的分配方法有多少种？

【解法 1】　设四人 A、B、C、D 依次拿一张别人送出的贺年卡. 如果 A 先拿有 3 种取法，此时被 A 拿走的那张贺年卡的书写者也有 3 种取法，接下来的两人就各只有一种取法(因为此时剩下的两张贺年卡中至少有一张是其中一人所写，他就只能取另一张). 根据分步乘法计数原理知有：$3\times3\times1\times1=9$(种)不同的分配方法.

【解法 2】　设四人 A、B、C、D 所写的贺年卡分别是 a、b、c、d. 当 A 拿贺年卡 b 时，则 B 可拿 a、c、d 中任何一张，即 B 拿 a，C 拿 d，D 拿 c；或 B 拿 c，C 拿 d，D 拿 a；或 B 拿 d，C 拿 a，D 拿 c，所以 A 拿 b 时有三种不同的分配方法，同理 A 拿 c，d 时都各自有三种不同的分配方法，这时对 A 的分类完成. 用分类加法计数原理，共有 $3+3+3=9$(种)不同的分配方法.

【解法 3】　设四个人 A、B、C、D 所写的贺年卡分别是 a、b、c、d. 用"树形图"表示如下：



故共有 9 种不同的分配方法.

点评　由上面 3 种解法知，恰当地引用"树形图"，可使复杂问题直观化、简单化；当然，数据不能太大，否则，书写不方便，甚至适得其反.

变式与引申 4　如图 1.1-2，设 $ABCDEF$ 为正六边形，一只青蛙开始在顶点 A 处，它每次可随意地跳到相邻两顶点之一，若在 5 次之内跳到 D 点，则停止跳动．若在 5 次之内不能跳到 D 点，则跳完 5 次也停止跳动，那么这只青蛙从开始到停止，可能出现的不同跳法共有多少种？

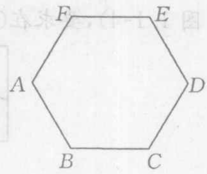


图 1.1-2

5. 简单涂色问题

例 7　如图 1.1-3，用 5 种不同的颜料给 4 块(A、B、C、D)涂色，要求共边两块颜色互异，求有多少种不同的涂色方案？

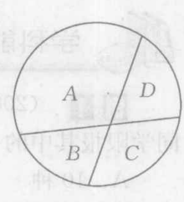


图 1.1-3

【解】　**方法 1**　按涂色种类进行分类．

第一类：涂 4 种颜色，接下来分步，分四步：A 有 5 种涂法，B 有 4 种涂法，C 有 3 种涂法，D 有 2 种涂法．

∴ 共有 $5\times4\times3\times2=120$(种)．

第二类：涂 3 种颜色，则 A、C 颜色相同或 B、D 颜色相同．

若 A、C 颜色相同，有 5 种涂法；B 有 4 种涂法，D 有 3 种涂法．

∴ 共有 $5\times4\times3=60$(种)．

若 B、D 颜色相同，同理也有 60 种不同涂法．

∴ 共有 $60+60=120$(种)．

第三类：涂 2 种颜色，则 A、C 颜色相同且 B、D 颜色也相同．

∴ A、C 有 5 种涂色方法，B、D 有 4 种涂色方法．

∴ 共有 $5\times4=20$(种)．

根据分类加法计数原理，共有 $120+120+20=260$(种)不同涂色方案．

方法 2　按 A、C 颜色相同或不同进行分类．

(1) 若 A、C 颜色相同：A 有 5 种涂色方法，B 有 4 种涂色方法，D 有 4 种涂色方法，故共有 $5\times4\times4=80$(种)．

(2) 若 A、C 颜色不同，A 有 5 种涂色方法，C 有 4 种涂色方法，B 有 3 种涂色方法，D 有 3 种涂色方法，故共有 $5\times4\times3\times3=180$(种)．

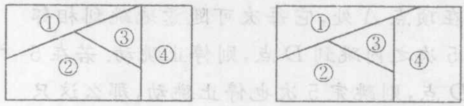
∴ 根据分类加法计数原理，共有 $80+180=260$(种)．

答：共有 260 种不同的涂色方案．

点评　这里涉及的是简单的涂色问题，根据不同要求(一般配图)可以采用分类法，也可以采用分步法，往往两种方法同时运用．因此，一定要处理好“类中有步”，“步中有类”(如例 5)的关系．

变式与引申 5　用 n 种不同色的颜料为下列两块广告牌涂色(如

图 1.1-4),要求在①②③④区域中相邻的区域(有公共边界)用不同颜色.



甲　　　　乙

图 1.1-4

(1) 若 $n=6$,为甲涂色时共有多少种不同方法?

(2) 若为乙涂色共有 120 种不同方法,求 n.

学科能力高考链接

例 1　(2007,全国卷Ⅱ,文) 5 位同学报名参加两个课外活动小组,每位同学限报其中的一个小组,则不同的报名方法共有(　　).

A. 10 种　　B. 20 种　　C. 25 种　　D. 32 种

【解】 第一位同学先报,有 2 种报法;第二位同学再报,有 2 种报法;……;依分步乘法计数原理知共有 $2^5=32$ 种方法. 选 D.

点评　也可以用树形图或表格法.

例 2　(2007,福建,文) 某通讯公司推出一组手机卡号码,卡号的前七位数字固定,从"×××××××0000"到"×××××××9999"共 10000 个号码. 公司规定:凡卡号的后四位带有数字"4"或"7"的一律作为"优惠卡",则这组号码中"优惠卡"的个数为(　　).

A. 2000　　B. 4096　　C. 5904　　D. 8320

【解】 卡号后四位每位上数字从 0～9 有 10 种选择,其中不带"4"且不带"7"的有 8 种.

依分步乘法计数原理知,卡号后四位不带"4"且不带"7"的共有 $8\times8\times8\times8=4096$(个),

所以符合"优惠卡"条件的号码个数为 $10000-4096=5904$(个). 选 C.

点评　这里是用排除法,从反面来进行思考.

例 3　(2005,福建) 从 6 人中选 4 人分别到巴黎、伦敦、悉尼、莫斯科四个城市游览,要求每个城市有 1 人游览,每人只能游览一个城市,且这 6 人中甲、乙两人不去巴黎游览,则不同的选择方案共有(　　).

A. 300 种　　B. 240 种　　C. 144 种　　D. 96 种

【解析】 能去巴黎的有 4 人,依次能去伦敦,悉尼,莫斯科的有 5 人,4 人,3 人. 根据分步乘法计数原理共有 $4\times5\times4\times3=240$(种)不同选择方案. 选 B.

点评　在分步的过程中有时优先考虑某些特殊情况(如本例中甲、乙两人不去巴黎).

例4　(2005,全国)在由数字0,1,2,3,4,5所组成的没有重复数字的四位数中,不能被5整除的有______个.

【解法1】(间接法)能被5整除的分两类:

第一类:个位数字为0,则十位数字有5种取法,百位数字有4种取法,千位数字有3种取法.

∴共有$5\times4\times3=60$(种);

第二类:个位数字为5,则千位数字有4种取法(不能为0),百位数字有4种取法,十位数字有3种取法.

∴共有$4\times4\times3=48$(种).

而由0,1,2,3,4,5组成的没有重复数字的四位数共有$5\times5\times4\times3=300$(种).

∴满足条件的四位数共有$300-48-60=192$(个).

【解法2】(直接法)不能被5整除的四位数分四类:

第一类:个位数字为1,千位数字有4种取法,百位数字有4种取法,十位数字有3种取法.

∴共有$4\times4\times3=48$(种).

第二类:个位数字为2,同理有48种;

第三类个位数字为3,第四类个位数字为4,分别都有48种.

根据分类加法计数原理有$48+48+48+48=192$(种).

即共有满足条件的四位数192个.

点评　对于数字较多时,一般选用间接法较为简单.

例5　(2007,天津,文)如图1.1-5,用6种不同的颜色给图中的4个格子涂色,每个格子涂一种颜色,要求相邻的两个格子颜色不同,且两端的格子的颜色也不同,则不同的涂色方法共有______种(用数字作答).

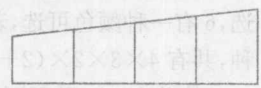


图1.1-5

【解】　不妨将图中的4个格子依次编号①②③④.当①③同色时,有$6\times5\times1\times5=150$种方法;当①③异色时,有$6\times5\times4\times4=480$种方法.

所以共有$150+480=630$种方法.　填630.

点评　这里抓住①③同色与异色来进行分类,然后逐格涂色进行分步,使解题思路清晰,易于理解.

创新与拓展

例1 (1) 4名同学分别报名参加100m短跑、跳高、跳远三项比赛，每人限报其中1项，则不同的报名方法种数是多少？

(2) 4名同学去争夺三项冠军，不允许并列，则共有多少种不同的冠军获得情况？

【解】 (1) 第1名同学有3种报名方法，同理其他3名同学也各有3种报名方法，"完成这件事"需4步，所以不同的报名方法种数是$3^4=81$种；

(2) 第一项冠军被4名同学去夺，共有4种不同的获得情况，同理其他两项冠军也各有4种不同的获得情况，故不同的冠军获得情况是$4\times4\times4=4^3=64$种.

点评 在运用分步计数原理解决问题时，当完成每一步的方法数均为m(即$m_1=m_2=\cdots=m_n=m$)，且m与n相近时，所得结果常常发生m^n与n^m之间的混淆，正确解决问题的关键在于弄清"谁选择谁". 在第1问中，是学生选择报名方法；在第2问中，是"三项冠军"分别去选择"人". 若"p选择q"，则答案应是q^p.

例2 (2003，江苏) 某城市在中心广场建造了一个花园，花园分为6个部分(如图1.1-6)，现要栽种4种不同颜色的花，每部分栽种一种且相邻部分不能栽种同样颜色的花，不同的栽种方法有________种.(用数字作答)

图1.1-6

【解】 根据6个部分的对称性，按同色、不同色进行分类：

(1) 4、6同色，1有四种颜色可选，5有三种颜色可选，4有两种颜色可选，2有两种颜色可选，3只有一种颜色可选，共有$4\times3\times2\times2\times1=48$(种)；

(2) 4、6不同色，1有四种颜色可选，5有三种颜色可选，4有两种颜色可选，6有一种颜色可选，若2与4同色，则3有两种，若2与4不同色，则3有一种，共有$4\times3\times2\times(2+1)=72$(种).

故共有120种不同的栽种方法.

点评 着色问题中，抓住图形的对称特点，按对称图形的同色、不同色进行分类，每一类再分步计算.

自我检测

夯实基础

1. 某班进行班干部选举，从甲、乙、丙、丁四人中选出三人分别担任班长、副班