初中数学中考与竞赛复习指导

许 英 粟日鸿 黄德体 主编

气象出版社

前　言

传统的中考数学复习资料，是严格遵循初中数学教材各章节的知识顺序来编题，这样循序渐进的知识网络当然有它严谨的科学性，但也有它在使用上的局限性。因为前面章节的知识只有与后续知识结合才能充分发挥其使用功能，从而造成前面章节的练习题在知识和方法上大受限制，而显得贫乏和单调，也造成初中一、二年级同学难以超前选用这些复习资料，使初三同学在总复习阶段无暇应对各章节知识和运用方法如潮而至的大综合，造成大部分同学囫囵吞枣，老师也深感爱莫能助。

为了避开以上之不足，本书大胆地尝试一改传统的编题方式，冲破各章节的知识框架，让前面章节的练习题适当地插入后序知识，使本章知识及时地充分运用；并让初中各年级同学都能各取所需地选用本资料，直至初三毕业总复习时全部使用完毕。本书还可作为初中一、二年级同学参加数学竞赛的赛前训练，这一特点也是它的最大优点，相信老师和同学是欢迎的。

本书每讲基本上是按“知识网络、例题、选择题、填空题、解答题（证明和计算）”的次序安排；对每道例题和解答题都写出了详解或点评。每一讲的练习后都附有答案，且对其中较难题予以详解。

本书主要以近几年全国各省市的中考和部分数学竞赛题为知识载体，它包罗各类题型和解题思想，充分体现中考与竞赛的考点和出题动向。由于选题的中档题占较大比例，而且对知识的重点和难点的点拨较细，本书较适合我国中西部地区初中各年级师生使用。

本书编委会

《初中数学中考与竞赛复习指导》编委会

主　编： 许　英　粟日鸿　黄德体

副主编： 伍荣椿　马文渊　张习友　杨方华　陆　杰
梁宏辑　韦荣胜　韦华宽　王祖升　覃荣旺

编　委： 邵相所　张康平　杨　壮　黄大清　李志勇
陆晓民　陆桂花　马善洪　许华利　许荣华
李　龙　黄　健　赵礼怀　隆家盛

目　录

第一讲　实　数

[知识网络]

1. 分类—$\begin{cases}\text{有理数}—\begin{cases}\text{整数}\\\text{分数}\end{cases}\\\text{无理数}\end{cases}$

2. 数轴表示—相反数、倒数、绝对值—大小比较.

3. 实数运算$\begin{cases}\text{加}\\\text{减}\\\text{乘}\\\text{除}\\\text{乘方—近似数与科学记数法}\\\text{开方}—\begin{cases}\text{开平方}—\begin{cases}\text{平方根}\\\text{算术平方根}\end{cases}\\\text{开立方—立方根}\end{cases}\end{cases}$

4. 运算律(交换律、结合律、分配律)

[考点精要]

1. 整数和分数统称为有理数,无限________小数叫做无理数,有理数和无理数统称为________.

2. 数轴的三要素是________、________、________. ________数与数轴上的点一一对应.

3. 实数 a 的相反数为________,a 与 b 互为相反数$\Leftrightarrow a+b=$________. 0 的相反数是________.

4. 实数 $a(a\neq0)$ 的倒数记为________. a 与 b 互为倒数$\Leftrightarrow a\cdot b=$________. 0 没有倒数.

5. 在数轴上表示一个数的点到原点的________,叫做这个数的绝对值,实数 a 的绝对值记作________. $|a|=\begin{cases}\_\_\_\_\_\_\_\_ & (a>0)\\\_\_\_\_\_\_\_\_ & (a=0)\\\_\_\_\_\_\_\_\_ & (a<0)\end{cases}$.

6. 在数轴上表示的两个数,__________总比__________大,正数都________零,负数都________零,正数________一切负数,两个负数,绝对值大的________.

7. 一个近似数四舍五入到哪一位,就说这个近似数精确到哪一位,这时以左边第一个

不为________的数字起，到精确的数位止，所有的________都叫做这个数的有效数字.

8. 把一个数写成 $a\times10^n$ 的形式(其中 $1\leqslant|a|<10$，n 是整数)叫做________.

9. 正数 a 的平方根记作________，它的算术平方根记作________，0 的平方根是______，负数没有平方根；数 a 的立方根记作________.

10. 实数的运算法则：

①加法法则：同号两数相加，和取相同的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，和取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；互为相反的两个数相加得________，一个数同 0 相加，仍得这个数.

②减法法则：减去一个数等于加上这个数的________.

③乘法法则：两数相乘，同号得________，异号得________，并把绝对值相乘；任何数同 0 相乘，都得 0.

④除法法则：除以一个数等于乘上这个数的________.

⑤乘方：正数的任何次幂都是________，负数的偶数次幂是________，负数的奇数次幂是________.

11. 运算律：①交换律：$a+b=$________. $a\cdot b=$________.

②结合律：$(a+b)+c=$________. $(a\cdot b)\cdot c=$________.

③分配律：$d(a+b+c)=$________.

12. 运算顺序：先算乘方、开方、再算________，________，最后算________，________；同级运算按从________至________的顺序进行；如有括号，就先算括号内的，一般按小、中、大括号顺序进行.

13. 非负数的性质：如果几个非负数之和为 0，那么每个非负数都为______.

[看一看，中考、竞赛都考了哪些题]

一、正数和负数

1.(2006 年四川省绵阳市)在电视上看到的天气预报中，绵阳王朗国家级自然保护区某天的气温为“-5 °C”，表示的意思是________.

2.(2005 年浙江省金华市)冬季的某一天，我市的最高气温为 7 °C，最低气温为 -2 °C，那么这天我市的最高气温比最低气温高________°C.

3.(2004 年广西区柳州市)冬季某天，A 市气温为 -5 °C，B 市气温为 -3 °C，则 A 市气温________B 市气温.(填“高于”或“低于”)

4.(2006 年浙江省温州市)计算 $2+(-3)$ 的结果是(　　).

(A)-1　　(B)1　　(C)-5　　(D)5

5.(2006 年浙江省绍兴市)冬季的一天，室内温度为 8 °C，室外温度是 -2 °C，则室内外温度相差(　　).

(A)4 °C　　(B)6 °C　　(C)10 °C　　(D)16 °C

6.(2006 年浙江省)全国中小学危房改造工程实施五年来，已改造农村中小学危房7 800 万平方米. 如果按一幢教学楼总面积是 750 平方米计算，那么该工程共修建教学楼大约有(　　).

(A)1 万幢　　(B)10 万幢　　(C)20 万幢　　(D)100 万幢

二、相反数与绝对值

1.(2006 年河北省)$|-2|$的值是(　　).

(A)-2　　(B)2　　(C)$\frac{1}{2}$　　(D)$-\frac{1}{2}$

2.(2006 年四川省成都市)$-|-2|$的倒数是(　　).

(A)2　　(B)$\frac{1}{2}$　　(C)$-\frac{1}{2}$　　(D)-2

3.(1984 年全国联赛)若$|-a|>-a$,则(　　).

(A)$a>0$　　(B)$a<0$　　(C)$a<-1$　　(D)$-1<a<0$

(E)以上结论都不对

4.(1996 年希望杯)若 $a<0$,则 a 与它的相反数的差的绝对值是(　　).

(A)0　　(B)a　　(C)$-2a$　　(D)$2a$

5.(1996 年希望杯)若 $x<-2$,那么$|1-|1+x||$等于(　　).

(A)$-2-x$　　(B)$2+x$　　(C)x　　(D)$-x$

6.(1994 年希望杯)绝对值比 2 大并且比 6 小的整数共有(　　)个.

7.(1992 年希望杯)若一个数的立方小于这个数的相反数,则这个数是(　　).

(A)正数　　(B)负数　　(C)奇数　　(D)偶数

8.(1992 年希望杯)有理数$-\frac{1}{a}$的值一定不是(　　).

(A)正整数　　(B)负整数　　(C)负分数　　(D)0

9.(1991 年希望杯)a 为有理数,则一定成立的关系式是(　　).

(A)$7a>a$　　(B)$7+a>a$　　(C)$7+a>7$　　(D)$|a|\geqslant 7$

10.(1995 年希望杯)已知$|a|=-a$,则化简$|a-1|-|a-2|$所得的结果是(　　).

(A)-1　　(B)1　　(C)$2a-3$　　(D)$3-2a$

三、实数与数轴

1.(2005 年陕西省)A 为数轴上表示-1 的点,将点 A 沿数轴向右平移 3 个单位长度到点 B,则点 B 所表示的实数为(　　).

(A)3　　(B)2　　(C)-4　　(D)2 或-4

2.(2006 年江苏省盐城市)数轴上到原点的距离为 2 的点所表示的数是(　　).

3.(2005 年湖南省长沙市)已知 a,b 两数在数轴上对应的点如图 1-1 所示,下列结论正确的是(　　).

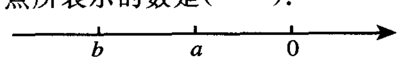

图 1-1

(A)$a>b$　　(B)$ab<0$　　(C)$b-a>0$　　(D)$a+b>0$

4.(2006 年辽宁省大连市)在图 1-2 的数轴上,用点 A 大致表示 $\sqrt{40}$.

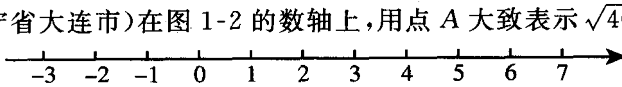

图 1-2

5.(2006 年江苏省南京市)写出一个有理数和无理数,使它们都是大于-2 的负数________.

6.(2006 年浙江省绍兴市)英寸是电视机常用规格之一,1 英寸约为拇指上面一节的长

度,则 7 英寸长相当于(　　).

(A)课本的宽度　(B)课桌的宽度　(C)黑板的高度　(D)粉笔的长度

7.(2006 年江苏省常州市)如果 $a<0,b>0,a+b<0$. 那么下列关系式中正确的是(　　).

(A)$a>b>-b>-a$　　(B)$a>-a>b>-b$

(C)$b>a>-b>-a$　　(D)$-a>b>-b>a$

8.(2006 年广东省广州市白云区)若 $a<0$,要使 $3a^n a^3<0$. 则 n(　　).

(A)应是偶数　　(B)应是奇数

(C)不论是奇数或偶数都不可能　　(D)不论奇数或偶数都成立

9.(2005 年山西省太原市)实数 x 在数轴上的位置如图 1-3 所示,化简 $|x+1|$ 的结果是(　　).

图 1-3

(A)$x+1$　(B)$-x+1$　(C)$x-1$　(D)$-x-1$

10.(1994 年希望杯)在图 1-4 的数轴上,表示数$(-2)-(-5)$的点是(　　).

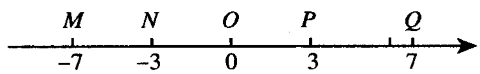

图 1-4

(A)M　(B)N

(C)P　(D)Q

11. (1995 年希望杯)如图 1-5 的数轴上,表示$(-5)\div|-2|$的值的点是(　　).

(A)P　(B)Q　(C)M　(D)N

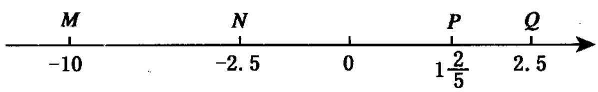

图 1-5

12.(1996 年希望杯)a,b 为有理数,在数轴上如图 1-6 所示,则(　　).

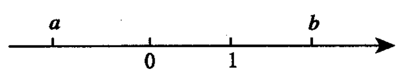

图 1-6

(A)$\frac{1}{a}<1<\frac{1}{b}$　　(B)$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<1$

(C)$\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<1$　　(D)$1<\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$

13.(1994 年希望杯)a,b 在数轴上的位置如图 1-7,则在 $a+b,b-2a,|a-b|,|b|-|a|$ 中负数的个数是(　　).

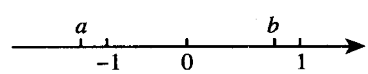

图 1-7

(A)1　(B)2

(C)3　(D)4

14.(1994 年希望杯)a,b,c 在数轴上的位置如图 1-8,则在$-\frac{1}{a},-a,c-b,c+a$ 中最大的一个数是(　　).

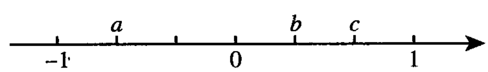

图 1-8

(A)$-a$　(B)$c-b$　(C)$c+a$　(D)$-\frac{1}{a}$

15.(1995 年希望杯)有理数$-\left(\frac{95}{a-19}\right)$的值一定不是(　　).

(A)19　(B)-19　(C)0　(D)1

16.(1996 年希望杯)已知有理数 a,b 的和 $a+b$ 及差 $a-b$ 在数轴上如图 1-9 所示,则化简 $|2a+b|-2|a|-|b-7|$ 得到的值是(　　).

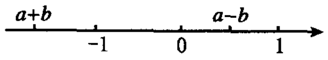

图 1-9

四、近似数、有效数字和科学记数法

1.(2004 年广西区南宁市)南宁国际会展中心是即将举办的中国一东盟博览会的地址,其总建筑面积为 112 100 平方米,用科学记数法表示为________平方米(保留三个有效数字).

2.(2005 年河北省)生物学家发现一种病毒的长度约 0.000 043 毫米,用科学记数法表示的结果为________.

3.(2006 年福建省南安市)某种感冒病毒的直径是 0.000 000 12 米,用科学记数法表示为______米.

4.(2006 年福建省泉州市)废电池是一种危害严重的污染源,一粒纽扣电池可以污染 600 000 升水,用科学记数法表示为________升水.

5.(2006 年福建省晋江市)晋江市慈善总会自创立以来,已累计募集慈善基金 110 000 000元人民币,用科学记数法表示为________元.

6.(2006 年广东省广州市白云区)已知空气的单位体积质量是 0.001 239 克/平方厘米,用科学记数法表示(保留三位有效数字)为________克/平方厘米.

7.(2006 年黑龙江省哈尔滨市)据新华网消息,去年我国城镇固定资产投资为 75 096 亿元,用科学记数法表示(保留两位有效数字)为________亿元.

五、计算题

1.(2005 年四川省)计算 $\sqrt{8}-\left|-2\sqrt{2}\right|+\sqrt{3}\cdot\tan 60°$.

2.(2005 年四川省绵阳市)计算 $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{3}\right)^{0}-\frac{1}{4}$ 得(　　).

(A)1　　(B)$\frac{11}{4}$　　(C)$\frac{15}{4}$　　(D)$\frac{19}{4}$

3.(2004 年内蒙古区呼和浩特市)计算 $0.125\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}+(\pi-4)^{0}+\tan 60°$

4.(1990 年希望杯)计算 $1-2+3-4+5-6+7-8+\cdots+4\,999-5\,000$

5.(1993 年希望杯)$\frac{1}{0.1}-\frac{1}{0.01}-\frac{1}{0.001}-\frac{1}{0.000\,1}$ 的值是(　　).

(A)$-11\,110$　　(B)$-11\,101$　　(C)$-11\,090$　　(D)$-11\,909$

6.(1996 年希望杯)计算 $-40\frac{1}{2}\times\left(1\frac{1}{4}+\frac{109}{144}\right)\div(-0.5)\div\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-\frac{4}{3}[(-2)^2-2^2]$.

7.(2004 年上海市)化简 $\sqrt{18}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}-4\sqrt{\frac{1}{8}}$.

六、中考新题型

随着《数学课程标准》的实施和课标版教材的广泛使用,近年来中考和竞赛都出现了新的题型.如“无理数”中就有考查以下几种类型的题:

(一)估算、开放类问题

1.(2005 年湖南省常德市)写出一个 3 到 4 之间的无理数________.

2.(2005 年安徽省)一批货物总重 1.4×10^7 千克.下列要将其一次性运走,合适运输工具是(　　).

(A)一艘万吨巨轮　　(B)一架飞机　　(C)一辆汽车　　(D)一辆板车

(二)数形结合题型

1.(2005 年江西省)图 1-10,在正方形网格中,每个小正方形的边长为 1,则网格上的三角形 ABC 中,边长为无理数的边数是(　　).

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

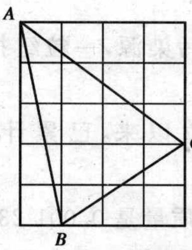

图 1-10

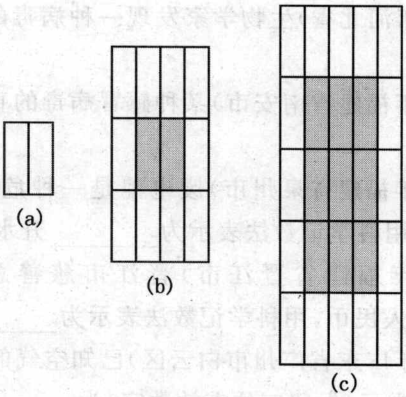

图 1-11

2.(2004 年四川省)某体育馆用大小相同的长方形木块镶嵌地面.第 1 次铺 2 块,如图 1-11 中图(a),第 2 次把第 1 次铺的完全围起来,如图(b).第 3 次把第 2 次铺的完全围起来,如图(c).依此方法,第 n 次铺完后,用字母 n 表示第 n 次镶嵌所使用的木块数为________.

3.(2005 年湖北省黄冈市)某同学在电脑中打出如下图排列的若干个圆(图中●表示实心圆,○表示空心圆)

●○●●○●●●○●●●●○●●●●●○●●●●●●○

若将上面一组圆依此规律连续复制得到一系列圆,那么前 2005 个圆中,有________个空心圆.

4.(2006 年黑龙江省哈尔滨市)观察图 1-12.它们是按一定规律排列的,依照此规律,第 8 个图形共有________枚五角星.

图 1-12

(三)根据题目中所给数据、数字、等式找规律的考题

1.(2004 年青海省西宁市)观察下列算式:$2^1=2,2^2=4,2^3=8,2^4=16,2^5=32,2^6=64,2^7=128,2^8=256,\cdots$,通过观察,用你所发现的规律写出 2^{1995} 的末位数字是________.

2.(2005 年山东省威海市)一组按规律排列的数:$\frac{1}{4},\frac{3}{9},\frac{7}{16},\frac{13}{25},\frac{21}{36},\cdots$,请你推断第 9 个

数是什么?

3.(2004 年北京市海淀区)观察下列各等式:$\frac{2}{2-4}+\frac{6}{6-4}=2$,$\frac{5}{5-4}+\frac{3}{3-4}=2$,$\frac{7}{7-4}+\frac{1}{1-4}=2$,…,$\frac{10}{10-4}+\frac{-2}{-2-4}=2$.依照以上各式成立的规律,在括号内填入适当的数,使$\frac{20}{20-4}+\frac{(\quad)}{(\quad)-4}=2$成立.

4.(2005 年福建省福州市)瑞士中学教师巴尔末成功地从光谱数据$\frac{9}{5}$,$\frac{16}{12}$,$\frac{25}{21}$,$\frac{36}{32}$,…,中得到巴尔末公式,从而打开了光谱奥妙的大门.请你按这种规律写出第 7 个数据是______.

(四)新定义问题

1.(2005 年北京市海淀区)如用“$\overset{\circ}{\wedge}$”,“$\overset{\bullet}{\wedge}$”定义新运算.对于任意实数 a,b 都有:$a\overset{\circ}{\wedge}b=a$ 和 $a\overset{\bullet}{\wedge}b=b$.例 $3\overset{\circ}{\wedge}2=3$,$3\overset{\bullet}{\wedge}2=2$.则$(2006\overset{\bullet}{\wedge}2005)\overset{\circ}{\wedge}(2004\overset{\bullet}{\wedge}2003)=$________.

2.(2004 年云南省昆明市)观察下列等式(式子中的“!”是一种数学运算符号).1! =1,2! =2×1,3! =3×2×1,4! =4×3×2×1,…,计算,$\frac{100!}{98!}=$________.

3.(2004 年湖南省常德市)对于整数 a,b,c,d 符号$\begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix}$表示运算 $ac-bd$.已知:$1<\begin{vmatrix} 1 & b \\ d & 4 \end{vmatrix}<3$,则 $b+d$ 的值是多少?

(五)智力问题

1.(2005 年广西区南宁市)从图 1-13 中可找出规律.在“?”处应填的数字是(　　).

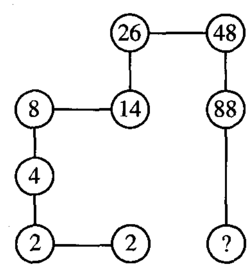

图 1-13

(A)128　　(B)136　　(C)162　　(D)188

2.(2004 年湖南省长沙市)图 1-14 是一个正方体纸盒的展开图,在其中的四个正方形内标有数字 1,2,3 和 −3.要在其余正方形内分别填上 −1,−2,使得按虚线折成正方体后,相对面上的两个数互为相反数,则 A 处应填________.

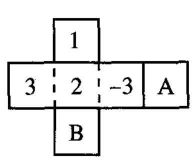

图 1-14

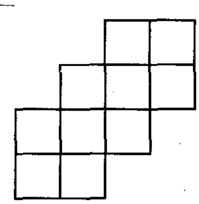
图 1-15

3.(1992 年希望杯)将 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 这 10 个自然数填到图 1-15 中 10 个格子里,每个格子中只填一个数,使得田字形的 4 个格子中所填数字之和都等于 P,则 P 的最大值是________.

4.(1993 年希望杯)图 1-16 是中国古代著名的“杨辉三角形”的示意图,图中填入的所有数的总和等于(　　).

(A)126　　(B)127　　(C)128　　(D)129

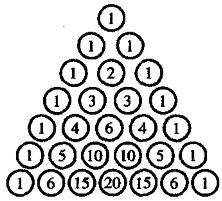

图 1-16

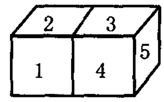

图 1-17

5.(1994 年希望杯)两个同样大小的正方体形状的积木,每个正方形上相对的两个面上写的数之和都等于−1.现将两个正方体并列放置,看得见的五个面上的数字如图 1-17 所示,则看不见的七个面上的数的和是________.

6.(2004 年山东省聊城市)将 $1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},-\frac{1}{4},\frac{1}{5},-\frac{1}{6},\cdots$,按一定规律如图 1-18 排放,请你写出第 20 行从左到右的 10 个数是________.

第 1 行　　1

第 2 行　　$-\frac{1}{2}\quad \frac{1}{3}$

第 3 行　　$-\frac{1}{4}\quad \frac{1}{5}\quad -\frac{1}{6}$

第 4 行　　$\frac{1}{7}\quad -\frac{1}{8}\quad \frac{1}{9}\quad -\frac{1}{10}$

第 5 行　　$\frac{1}{11}\quad -\frac{1}{12}\quad \frac{1}{13}\quad -\frac{1}{14}\quad \frac{1}{15}$

图 1-18

(六)游戏问题

1.(2005 年湖北省恩施市)你会玩“24 点”游戏吗?从一副扑克牌(去掉大、小王)中任意抽取 4 张,根据牌面上的数字添加+、−、×、÷和括号进行运算,每张牌只能用 1 次,使运算结果为 24,其中 A,J,Q,K 分别代表 1,11,12,13.小明抽到的是如下 4 张牌,如图 1-19.你凑成 24 的算式是________.

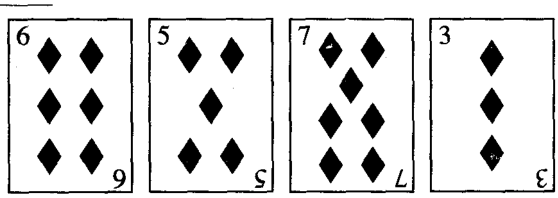

图 1-19

2.(2005 年云南省)某班同学玩报数游戏,从 1 开始报数,当报到 5 的倍数时,则必须跳过该数,报下一个数.如表 1-1.

表 1-1

位置	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	……
报出的数	1	2	3	4	6	7	8	9	11	12	……

依次类推,第 25 位置上的同学应报出的数是________.

3.(2004 年湖北省武汉市)阳阳和明明玩上楼梯游戏，规定一步只能上一级或二级台阶，玩着玩着两人发现：当楼梯的台阶数为一级、二级、三级……逐步增加时楼梯的上法数依次为 1,2,3,5,8,13,21,…(这就是著名的斐波那契数列)，请你仔细观察这列数中的规律后回答：上 10 级台阶共有________种上法.

4.(2004 年山东省烟台市)现有编号为 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{2004}$ 的盒子，按编号从小到大的顺序排放，已知 a_1 中有 7 个球，a_4 中有 8 个球，且任意四个相连盒子装球总数为 30 个，那么 a_{2004} 盒中有________个球.

5.(2005 年辽宁省大连市)甲对乙说："有一种游戏，规则是：任想一个数，把这个数乘以 2，结果加上 8，再除以 2，最后减去所想的数，此时我就知道结果"，请你解释甲为什么能知结果.

6.(2004 年浙江省嘉兴市)有一种游戏，可以产生"黑洞数"，操作步骤如下；第一步，任意写出一个自然数(以下称原数)，第二步，再写出一个三位数，它的百位数上的数字是原数中的偶数数字的个数，十位数字是原数中奇数数字的个数，个位数字是原数的位数，以下每一步，都对上一步得到的数，按照第二步的规则继续操作，直至这个数不再变化为止，不管你开始写的是一个什么数，几步之后变成的自然数总是相同的，最后这个相同的数就叫它的"黑洞数"，请你以 2 004 为例尝试一下(可选另一个自然数作检验，不必写出检验过程). 一步之后变为________，再变为________，再变为________……"黑洞数"是________.

(七)类型相同模仿问题

1.(2004 年江西省南昌市)欣赏下面各等式 $3^2+4^2=5^2$，$10^2+11^2+12^2=13^2+14^2$，请你写出下一个由 7 个连续正整数组成且前 4 个数的平方和等于后 3 个数的平方和的等式.

2.(竞赛题)观察等式 $1^3=1^2$，$1^3+2^3+3^3=6^2$，$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$，…，的规律，请你按此规律写出：$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=$________.

[考点精要]答案

1. 不循环　实数　2. 原点　方向　长度单位　实　3. $-a$　0　0　4. $\frac{1}{a}$　1　5. 距离　$|a|$　a　0　$-a$　6. 右边的点表示的实数　左边的点表示的实数，大于　小于　大于　反而小　7. 0　数字　8. 科学计数法　9. $\pm\sqrt{a}$　$\sqrt{a}$　0　$\sqrt[3]{a}$　10. ①0　②相反数　③正　负　④倒数　⑤正数　正数　负数
11. ①$b+a$　ba　②$a+(b+c)$　$a(b\cdot c)$　③$da+db+dc$　12. 乘　除　加　减　左　右　13. 0

[看一看，中考、竞赛都考了哪些题]答案

一、正数和负数

1. 零下 5 ℃　2. 9　3. 低于　4. (A)　5. (C)　6. (B)

二、相反数与绝对值

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	(B)	(C)	(A)	(C)	(A)	6	(B)	(D)	(B)	(A)

部分题详解：

3. 解：若 $a>0$，则 $|-a|>0$，$-a<0$. 因此 $|-a|>-a$ 成立. 故选(A).

4. 解：a 的相反数为 $-a$. 所以 a 与它的相反数的差的绝对值是：$|a-(-a)|=|-2a|=-2a$(其中 a

$<0)$ 故选(C).

5. 解：$\because a<-2$

$\therefore |1-|1+x||=|1+1+x|=-2-x$. 故选(A).

6. 解：∵绝对值比 2 大而比 6 小的整数有 $-5,-4,-3,3,4,5$,

∴共有 6 个.

7. 解：设该数为 a，由题意 $-a$ 为 a 的相反数，且有 $a^3<-a$，

$\therefore a^3+a<0,\quad a(a^2+1)<0$.

$\because a^2+1>0$，$\therefore a<0$，即该数一定是负数，故选(B).

8. 解：$\because -\frac{1}{a}$为有理数，$\therefore a\neq 0$. 若 $a=-1$，$-\frac{1}{a}=1$，排除(A).

若 $a=1$，$-\frac{1}{a}=-1$，排除(B). 若 $a=2$，$-\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$是负分数，排除(C)，故选(D).

9. 解：若 $a=0$，$7\times 0=0$，排除(A)；$7+0=7$，排除(C)；$|0|<7$，排除(D). 事实上因为 $7>0$，必有 $7+a>0+a=a$. 故选(B).

10. 解：$\because |a|=-a$，$\therefore a\leqslant 0$.

$\therefore |a-1|-|a-2|=-(a-1)+(a-2)=-1$. 故选(A).

三、实数与数轴

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	(B)	± 2	(A)	6～7	-1 $-\sqrt{2}$	(A)	(D)	(A)	(D)	(C)	(D)	(B)	(B)	(D)	(C)	-7

部分题详解：

7. 解：本题综合考查了绝对值及有理数的运算.

由 $a<0,b>0,a+b<0$，得 $|a|>|b|$.

又 $\because a<0$. $\therefore -a>b>-b>a$，故选(D).

8. 解：由幂的乘法法则可知，$3a^n\cdot a^3=3a^{n+3}<0$. 必有 $n+3$ 为奇数，此时 n 只能是偶数(解决此类题时常用特殊值法)如令 $n=4$ 时，满足题意，可知 n 可为偶数，令 $n=3$ 时，$3a^{n+3}>0$ 与题有矛盾，可知 n 必不为奇数，从而确定(A)正确.

9. 解：由图中可看出 $x<-1$，则 $x+1<0$，

$\therefore |x+1|=-(x+1)=-x-1$. 故选(D).

10. 解：$\because (-2)-(-5)=-2+5=3$，所以在数轴上对应的是点 P.

11. 解：$\because (-5)\div|-2|=(-5)\div 2=-\frac{5}{2}=-2.5$，　∴对应的是数轴上的点 N. 故选(D).

12. 解：由图中可知 $a<0,b>1$，$\therefore \frac{1}{a}<0,0<\frac{1}{b}<1$，因此$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<1$. 故选(B).

13. 解：由图中可见，$a<0,b>0,|a|>|b|$，

$\therefore a+b<0,b-2a>0,|a-b|>0,|b|-|a|<0$. 故选(B).

14. 解：从图中可知 $-1<a<0,0<b<c<1$，　$\therefore -1<c+a<1$，又 $c-b<1-0=1$.

$\because -1<a<0\Rightarrow 0<-a<1$，　$\therefore -\frac{1}{a}>1$.

$\therefore -\frac{1}{a},-a,c-b,c+a$ 中最大的一个数是 $-\frac{1}{a}$. 故选(D).

15. 解：当 $a=14$ 时，$-\frac{95}{a-19}=19$，排除(A)；当 $a=24$ 时，$-\frac{95}{a-19}=-19$，排除(B)；

当 $a=-76$ 时，$-\frac{95}{a-19}=1$，排除(D). 因此选(C). 事实上对任意 $a\neq 19$ 时，$-\frac{95}{a-19}$一定不是 0.

16. 解：由图中可见，$0<a-b<1$，$a+b<-1$.

$\therefore 2a<0$，因此 $a<0$， 若 $b\geqslant 0$，则 $a-b<0$ 与 $a-b>0$ 不符， $\therefore b<0$.

此时，$2a+b<0$，$b-7<0$.

$$\begin{aligned}\therefore |2a+b|-2|a|-|b-7|&=-(2a+b)-2(-a)-[-(b-7)]\\&=-2a-b+2a+b-7\\&=-7.\end{aligned}$$

四、近似数、有效数字和科学记数法

1. 1.12×10^5 2. 4.3×10^{-5} 3. 1.2×10^{-7} 4. 6×10^5 5. 1.1×10^8 6. 1.24×10^{-3}
7. 7.5×10^4

五、计算题

1. 3 2. (D) 3. $\sqrt{3}$ 4. $-2\ 500$ 5. (C) 6. 289 7. 3

部分题详解：

9. 解：$1-2+3-4+5-6+7-8+\cdots+4\ 999-5\ 000$

$=(1-2)+(3-4)+(5-6)+(7-8)+\cdots+(4\ 999-5\ 000)$

$=\underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{2\ 500个}=-2\ 500$

10. 解：$\frac{1}{0.1}-\frac{1}{0.01}-\frac{1}{0.001}-\frac{1}{0.000\ 1}=10-100-1\ 000-10\ 000=-11\ 090$，故选(C).

11. 解：原式$=-\frac{81}{2}\times\frac{289}{144}\div\left(-\frac{1}{2}\right)\div\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}-\frac{4}{3}[4-4]=-\frac{81}{2}\times\frac{289}{144}\times(-2)\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{3}=289.$

六、中考新题型

(一)估算、开放类问题

1. $\sqrt{11}$，$\sqrt{13}$，π 等等 2. 解：$\because 1.4\times10^7$ kg$=14\ 000$ 吨. 故应选(A).

(二)数形结合题型

1. 解：利用勾股定理可得：$AC=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$AB=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，$BC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，
故边长为无理数的是 AB 和 BC. 选(C).

2. 解：直接计算每次所铺的木块比较难，因此应从整体上进行分析.

就是把每次镶嵌后的图形与前面图形比较，第 n 次镶嵌后，横向有 $2n$ 块，纵向有 $2n-1$ 块，木块总数为 $2n(2n-1)=4n^2-2n$. 第$(n-1)$次镶嵌后的木块总数为 $4(n-1)^2-2(n-1)=4n^2-10n+6$. $\therefore$ 第 n 次镶嵌所用的木块为 $4n^2-2n-(4n^2-10n+6)=8n-6$.

3. 解：用分组法，如以上 27 个为一组，则有 $2\ 005\div27=74\cdots7$ 个，而每组有 6 个空心球，所以空心球有 $6\times74=444$ 个.

又$\because$余下 7 个中有 2 个是空心，$\therefore$空心球共有 $444+2=446$ 个.

4. 解：观察可知，横排五角星关于最中间一个五角星对称，而最中间五角星左、右、下边五角星个数相等且等于 n，所以第 8 个图形共有：$3\times8+1=25$ 个.

(三)根据题目中所给数据、数字、等式找规律的考题

1. 解：本题是探究数字的变化规律问题. 可以发现，个位数字是 4 次一循环.

$\because 2^{1995}=2^{498\times4}\times2^3$. $\therefore 2^{1995}$的末位数字与 2^3 的末位数字相同. 故填 8.

2. 解：由这组数的分母依次是 $2^2,3^2,4^2,5^2,6^2,\cdots$，分子依次比分母减少 $3,6,9,12,15,\cdots$，因此第 n 个数的分母是$(n+1)^2$. 它的分子是：$(n+1)^2-3n=n^2-n+1$，$\therefore$第 n 个数是$\frac{n^2-n+1}{(n+1)^2}$，第 9 个数是$\frac{73}{100}$.

3. 解：观察发现，各等式左边的分子和为 $2+6=5+3=7+1=10+(-2)=8$. 分母为 $n-4$ 和$(8-n)-4$. 得到等式规律为$\frac{n}{n-4}+\frac{8-n}{(8-n)-4}=\frac{n}{n-4}+\frac{8-n}{4-n}=\frac{n-(8-n)}{n-4}=\frac{2n-8}{n-4}=2$.

$\therefore$ 当 $n=20$ 时，有等式 $\frac{20}{20-4}+\frac{8-20}{(8-20)-4}=\frac{20}{20-4}+\frac{-12}{-12-4}=2.$

4. 解：从数据中可以写成：$\frac{3^2}{3^2-4}$，$\frac{4^2}{4^2-4}$，$\frac{5^2}{5^2-4}$，$\frac{6^2}{6^2-4}$，…所以第七个数据 $\frac{9^2}{9^2-4}=\frac{81}{77}.$

(四)新定义问题

1. 简析：解答关键是读懂新定义的运算符号“$\overset{\circ}{人}$”和“$\overset{\bullet}{人}$”的运算法则. $\therefore(2006\ \overset{\bullet}{人}\ 2005)\ \overset{\circ}{人}\ (2004\ \overset{\bullet}{人}\ 2003)=2005\ \overset{\circ}{人}\ 2003=2005.$

2. 解：$\frac{100!}{98!}=\frac{100\times99\times98\times97\times\cdots\times2\times1}{98\times97\times96\times\cdots\times2\times1}=100\times99=9\ 900.$

3. 解：$\because \begin{vmatrix}1 & b\\ d & 4\end{vmatrix}=4-bd$，则 $1<4-bd<3$，那么 $-3<-bd<-1$. 即 $1<bd<3$.

又 b,d 为整数，$\therefore bd=2$，$\therefore b=1,d=2$ 或 $b=2,d=1$ 或 $b=-1,d=-2$ 或 $b=-2,d=-1$，故 $b+d=3$ 或 $b+d=-3$.

(五)智力问题

1. 解：本题解答的关键是读懂圆圈中数字的变化规律，从第四个数 8 开始，每个数都是前三个数的和，$2+2=4,2+2+4=8,2+4+8=14,4+8+14=26,8+14+26=48,14+26+48=88$，由此可知“?”处应填的数是：$26+48+88=162$，选(C).

2. -2

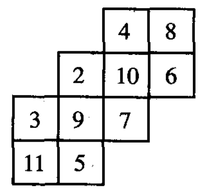

图 1-20

3. 解：将 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11 填入图 1-20 的 10 个格子中，按田字格 4 个数之和均等于 P，其总和应为 $3P$，其中居中两个格子所填之数设为 x 与 y，则 x,y 均被加了两次，所以这 3 个田字形所填数的总和为：$2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+x+y=65+x+y$. 于是得 $3P=65+x+y$. 要 P 最大，必须 x,y 最大. 由于 $x+y\leqslant10+11=21$，所以：$3P=65+x+y\leqslant65+21=86$，解得 $P\leqslant\frac{86}{2}=28\ \frac{2}{3}$，所以 P 取最大整数值为 28.

4. 解：第 1 行只有 $1=2^0$，第 2 行 $1+1=2=2^1$，第 3 行 $1+2+1=4=2^2$，

第 4 行 $1+3+3+1=8=2^3$，第 5 行 $1+4+6+4+1=16=2^4$，

第 6 行 $1+5+10+10+5+1=32=2^5$，第 7 行 $1+6+15+20+15+6+1=64=2^6$.

图中填入所有数之和为 $1+2+4+8+16+32+64=127$. 故选(B).

5. 解：由于正方体上相对两个面上写的数之和都等于 -1，所以每个正方体六个面上写的数之和等于 -3，两个正方体共十二个面上写的数之总和等于 -6. 因此，看不见的七个面上所写数的和等于 $(-6)-15=-21$.

6. 解：观察分析发现：①分母为奇数的分数为“+”，分母为偶数的分数为“-”；②第 n 行有 n 个分数，前 n 行分数个数的和为 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个，则前 19 行共有 $\frac{19(19+1)}{2}=190$ 个分数，且最后一个分数为 $-\frac{1}{190}$. $\therefore$ 第 20 行从左到右的 10 个分数依次是：

$\frac{1}{191},-\frac{1}{192},\frac{1}{193},-\frac{1}{194},\frac{1}{195},-\frac{1}{196},\frac{1}{197},-\frac{1}{198},\frac{1}{199},-\frac{1}{200}.$

(六)游戏问题

1. 简析：本题取材于人们常玩的“24 点”游戏，是开放性题型，答案不唯一. 如：$(7+5)\div3\times6=24$，$(6+7-5)\times3=24$，$(6\div3)\times(5+7)=24$ 等.

2. 解：这些同学报出的数与所在位置之差依次为 0,0,0,0,1,1,1,1,2,2,…，由此可见，如果按照位置顺序依次把 4 个人分一组，那么第 n 组的人所报的数比他的真实位置增加 $(n-1)$，第 25 位置上的同学分在

第 7 组，他所报的数是 $25+(7-1)=31$.

3. 解：观察后发现，$5=2+3$，$8=3+5$，$13=5+8$，…，每一种台阶数的上法数是前两种台阶数的和，所以接下来的数是 34，55，89，到上 10 级台阶时共有上法数是 89.

4. 解：由题意排放为 $7, a_2, a_3, 8, a_5, a_6, a_7, a_8, \cdots, a_{2004}$，发现：$7+a_2+a_3+8=30$，$\therefore a_2+a_3=15$，$a_2+a_3+8+a_5=30$，$\therefore a_5=7$.

$a_3+8+a_5+a_6=30$，$a_3+a_6=15$，$8+a_5+a_6+a_7=30$，$\therefore a_6+a_7=15$.

$a_5+a_6+a_7+a_8=30$，$a_8=8$. 则这列数中从左到右每 4 个数为一组，每组的第一个数与第四个数分别为 7 和 8，而 2 004 能被 4 整除，所以，a_{2004} 中有 8 个球.

5. 解：设这个数为 a，由题意得：$\frac{2a+8}{2}-a=\frac{2a+8}{2}-\frac{2a}{2}=\frac{2a+8-2a}{2}=4$.

6. 解：这是一道典型的探究型问题，只要掌握“奇数”“偶数”的概念，按指定的规律，就可以找出“黑洞数”为 123. 答案为：404，303，123，123.

（七）类型相同模仿问题

1. 解：这些等式类型相同，关键是求中间的那个正整数 n，先从已知等式入手，探索解题规律，对于第一个等式，设 $(n-1)^2+n^2=(n+1)^2$ 化简得 $n^2-4n=0$，$\therefore$ 所求的正整数 $n=4$，这个方法也适用于第二个等式，再用来找所求的等式.

若 $(n-3)^2+(n-2)^2+(n-1)^2+n^2=(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$，

则 $n^2-24n=0$，$\therefore$ 所求的正整数 $n=24$.

$\therefore$ 所求的等式为 $21^2+22^2+23^2+24^2=25^2+26^2+27^2$.

2. 解：从第二、第三个等式可以看出，左边底数的和等于右边底数，由此规律可得：

$1^3+2^3+3^3+4^3+\cdots+n^3=(1+2+3+\cdots+n)^2$ 或 $\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$.