PEI PU TONG GAO ZHONG KE CHENG BIAO ZHUN SHI YAN JIAO KE

初高中数学

衔接读本

（配普通高中课程标准实验教科书）

CHU GAO ZHONG SHU XUE XIAN JIE DU BEI

凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

JIANGSU EDUCATION PUBLISHING HOUSE

初高中数学衔接读本

（配普通高中课程标准实验教科书）

南京市中小学教学资源研发中心　策划
初高中数学衔接读本编写组　编写

凤凰出版传媒集团
江蘇教育出版社

书　　名　初高中数学衔接读本
作　　者　本书编写组
责任编辑　陈康持
出版发行　凤凰出版传媒集团
　　　　　江苏教育出版社（南京市马家街 31 号 210009）
网　　址　http://www.1088.com.cn
集团网址　凤凰出版传媒网 http://www.ppm.cn
经　　销　江苏省新华发行集团有限公司
照　　排　南京水晶山制版有限公司
印　　刷　常熟市兴达印刷有限公司
厂　　址　常熟市赵市镇何村路 106 号（邮编 215518）
电　　话　0512－52381162
开　　本　787×1092 毫米　1/16
印　　张　5.25
字　　数　134 000
版　　次　2008 年 6 月第 4 版
　　　　　2008 年 6 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978－7－5343－6596－6
定　　价　6.30 元
盗版举报　025－83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

编写说明

普通高中教育，是与九年义务教育相衔接的高一层次的基础教育. 2003 年，教育部制定了《普通高中数学课程标准（实验）》. 2004 年，我省 13 个大市全部进入实验区.

课改带来的衔接问题是多方面的：课标的问题——因为处于实验阶段，新课标本身存在着高初中不够衔接的问题；教材的问题——课改后的新编教材与初中教材的衔接问题. 有的内容在初中要求过低或不做要求，但是在高中学习中却是需要或者要求较高.

鉴于高初中课程功能、课程内容的要求及能力发展要求的不同，教法与学法也存在较大的差别. 尤其是高中刚进入课改实验，课标和教材存在着较大的衔接不畅的问题. 初中学生进入高中后在教法、学法和知识等方面需要衔接，我们在充分调查和研究的基础上编写了本书.

本书中练习共分两类：练习、习题.

练习：以复习相应章节的教学内容为主，供课堂练习用.

习题：每小节后均配有习题，供课内、课外选用. 习题分 A 组、B 组、C 组三个层次. A 组属于基本要求，B 组侧重技能要求，C 组则属于较高要求，为不同的学生发展提供了较大的选择空间.

使用建议：本书既可集中学习，也可以结合学习进程穿插学习使用. 教师可以根据学生实际和教学进程，科学合理地指导学生学习本书，完成衔接；学生也可以自学.

书中带有 * 的部分供使用时选用.

本书由初高中衔接读本编写组编写，王红兵主持编写. 参加编写的有王红兵、刘明、徐昌根、董永、陈辉、张爱萍等，责任编辑为陈康持.

本书由特级教师肖林元主审，参加审定的有陈光立、徐永忠、潘俊文、张松年等.

本书在编写过程中，我们得到有关领导、教育专家、广大教师和同学们的大力支持和帮助，在此表示诚挚的感谢，并恳请专家、教师和同学们批评指正.

编　者

2007 年 6 月

目录

CONTENTS

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

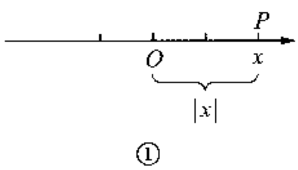
第一讲 数 与 式

1.1 数与式的运算

1.1.1 绝对值

我们知道：$|5|=5$，$|0|=0$，$|-3|=3$，…，那么，正数、零、负数的绝对值分别是什么呢？

为了研究这一问题，我们首先来研究绝对值的几何意义. 对于数轴上的任意一点 P，它表示的数为 x，则 $|x|$ 表示点 P 到原点 O 的距离（如图 1.1－1 所示）.



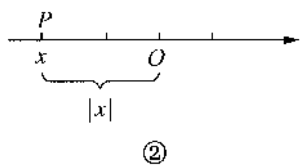


图 1.1－1

由图 1.1－1 可知：

（1）当 $x>0$ 时，点 P 到原点 O 的距离就为 x，所以，$|x|=x$；

（2）当 $x=0$ 时，点 P 到原点 O 的距离就为 0，所以，$|x|=0$；

（3）当 $x<0$ 时，点 P 到原点 O 的距离就为 $-x$，所以，$|x|=-x$.

所以，绝对值的意义为：**正数的绝对值是它的本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值仍是零**，即

$$|a|=\begin{cases}a, & a>0;\\ 0, & a=0;\\ -a, & a<0.\end{cases}$$

再看下面这个问题：

若 A，B 是数轴上的两点，它们表示的数分别是 x_1 和 x_2，则 A，B 之间的距离 $|AB|$ 与 x_1，x_2 有何关系呢？

(1) 若 x_1 和 x_2 中有一个为零，不妨设 $x_1=0$，则 $|AB|=|x_2|$，所以，A，B 之间的距离为

$$|AB|=|x_2|=|x_2-0|=|x_2-x_1|;$$

(2) 若 x_1 和 x_2 同号，不妨设 $|x_2|\geqslant|x_1|$，则 A，B 之间的距离为

$$|AB|=|x_2|-|x_1|=|x_2-x_1|;$$

(3) 若 x_1 和 x_2 异号，不妨设 $x_1<0<x_2$，则 A，B 之间的距离为

$$|AB|=|x_2|+|x_1|=x_2-x_1=|x_2-x_1|.$$

所以，若 A，B 是数轴上的两点，它们表示的数分别是 x_1 和 x_2，则 A，B 之间的距离为

$$|AB|=|x_2-x_1|.$$

例 1 解不等式：

(1) $|x-2|>4$；

(2) $|2x-1|\leqslant 3$.

解 (1) 解法一 不等式可变为

$$x-2>4，或 x-2<-4，$$

即 $x>6$，或 $x<-2$.

∴原不等式的解为

$$x>6 或 x<-2.$$

解法二 若 A，B 是数轴上的两点，它们表示的数分别是 x 和 2，则不等式 $|x-2|>4$ 的几何意义是点 A 到点 B 的距离大于 4(如图 1.1-2)，∴ $x>6$，或 $x<-2$.

∴ 原不等式的解为 $x>6$，或 $x<-2$.

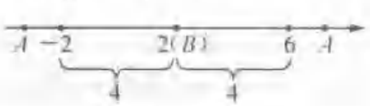


图 1.1-2

(2) 不等式可变为

$$-3\leqslant 2x-1\leqslant 3,$$

即 $-2\leqslant 2x\leqslant 4$，

∴ $-1\leqslant x\leqslant 2$.

∴原不等式的解为 $-1\leqslant x\leqslant 2$.

试一试 你能模仿(1)的解法二来求解第(2)小题吗？

说明 若第(1)小题改为 $|2-x|>4$，可首先将 x 的系数变为正数，即将不等式变为 $|x-2|>4$，然后再去解不等式.

例 2 化简下列函数，并分别画出它们的图象：

(1) $y=|x|$；

(2) $y=-|2x-3|$.

解 (1) 函数 $y=|x|$ 可变为

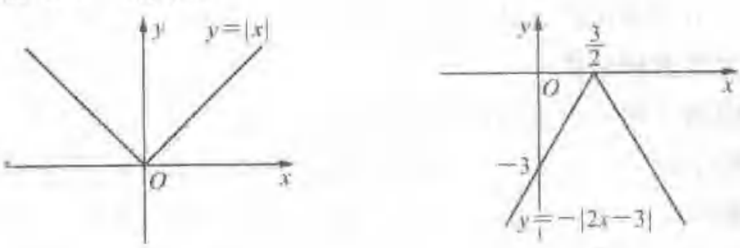
$$y=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0.\end{cases}$$

其图象如图 1.1-3①所示.

(2) 函数 $y=-|2x-3|$ 式可变为

$$y=\begin{cases}-2x+3, & x\geqslant \dfrac{3}{2},\\ 2x-3, & x<\dfrac{3}{2}.\end{cases}$$

其图象如图 1.1-3②所示.



① ②

图 1.1-3

练 习

1. 填空：

(1) 若 $|x|=5$，则 $x=$ ________；

(2) 如果 $|a|+|b|=5$，且 $a=-1$，则 $b=$ ______；若 $|1-c|=2$，则 $c=$ ______.

2. 选择题：

(1) 实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，化简 $|a+b|-|a-b|$ 的结果是 (　　)

A. $-2b$　　B. $-2a$　　C. $2b$　　D. $2a$

(第 2 题(1))

(2) 下列叙述正确的是 (　　)

A. 若 $|a|=|b|$，则 $a=b$

B. 若 $|a|>|b|$，则 $a>b$

C. 若 $a<b$，则 $|a|<|b|$

D. 若 $|a|=|b|$，则 $a=\pm b$

3. 化简：$|x-5|-|2x-13|$ $(x>5)$.

4. 解不等式：

(1) $|4-x|<1$；　　(2) $|4-3x|\geqslant 1$.

5. 化简函数 $y=|x+2|$，并画出它的图象.

1.1.2 乘法公式

我们已经学过下列一些乘法公式：

(1) 平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；

(2) 完全平方公式 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

我们先来计算 $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 等于多少？

由多项式与多项式的乘法法则，可以得到：

$(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$

$=a^3+b^3$，

于是，就有

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3.$$

我们称之为**立方和公式**.

我们可以得到下列一些常用的乘法公式：

(1) 立方和公式 $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$；

(2) 立方差公式 $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$；

(3) 三数和平方公式 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$.

对上面列出的其他两个公式，有兴趣的同学可以自己去证明.

例1 计算：$(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

解 **解法一** 原式$=(x^2-1)[(x^2+1)^2-x^2]$

$=(x^2-1)(x^4+x^2+1)$

$=x^6-1$.

解法二 原式$=(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$=(x^3+1)(x^3-1)$

$=x^6-1$.

例2 若 $x+\dfrac{1}{x}=3$，求 $x^2+\dfrac{1}{x^2}$的值.

解 $\because x+\dfrac{1}{x}=3$，$\therefore \left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=9$，

即 $x^2+2+\dfrac{1}{x^2}=9$，即 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$.

试一试 你能求出 $x-\dfrac{1}{x}$的值吗？

例3 已知 $a+b+c=4$，$ab+bc+ac=4$，求 $a^2+b^2+c^2$ 的值.

解 $a^2+b^2+c^2$

$= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ac)$
$= 8.$

练 习

1. 填空：

(1) $\left(\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b\right)(\qquad\qquad) = \frac{1}{9}a^2 - \frac{1}{4}b^2$；

(2) $(4m+\qquad)^2 = 16m^2 + 4m + (\qquad)$；

(3) $(a+2b-c)^2 = a^2+4b^2+c^2+(\qquad\qquad\qquad)$；

(4) $(x-2y)(\qquad\qquad) = x^3 - 8y^3$.

2. 选择题：

(1) 若 $x^2+\frac{1}{2}mx+k$ 是一个完全平方式，则 k 等于 (　　)

A. m^2　　B. $\frac{1}{4}m^2$　　C. $\frac{1}{3}m^2$　　D. $\frac{1}{16}m^2$

(2) 不论 a, b 为何实数，$a^2+b^2-2a-4b+8$ 的值 (　　)

A. 总是正数　　B. 总是负数

C. 可以是零　　D. 可以是正数也可以是负数

3. 若 $l=a+b$, $m=a-b$, $n=ab$.

(1) 试写出 l, m, n 的关系式；

(2) 用 l, m 分别表示 $\frac{a^3-b^3}{a^2-b^2}$ 和 a^4-b^4.

1.1.3 二次根式

一般地，形如 $\sqrt{a}\ (a\geqslant 0)$ 的代数式叫做**二次根式**. 根号下含有字母、且不能够开得尽方的式子称为**无理式**. 例如 $3a+\sqrt{a^2+b}+2b$, $\sqrt{a^2+b^2}$ 等是无理式，而 $\sqrt{2}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x+1$, $x^2+\sqrt{2}xy+y^2$, $\sqrt{a^2}$ 等是有理式.

1. 分母有理化

把**分母中的根号化去**，叫做**分母有理化**. 为了进行分母有理化，需要引入**有理化因式**的概念. 两个含有二次根式的代数式相乘，如果它们的积不含有二次根式，我们就说这两个代数式互为有理化因式，例如 $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}$, $3\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}$, $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{3}-\sqrt{6}$, $2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$ 与 $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$，等等. 一般地，当 a, b 为有理式（或有理数）时，$a\sqrt{x}$ 与 $\sqrt{x}$, $a\sqrt{x}+b\sqrt{y}$ 与 $a\sqrt{x}-b\sqrt{y}$, $a\sqrt{x}+b$ 与 $a\sqrt{x}-b$ 互为有理化因式.

分母有理化的方法是分母和分子都乘以分母的有理化因式，化去分母中的根号的过程. 在高中数学中，有时需要把分式的分子进行有理化，即分式的分子和分母都乘以分子的有理化因式，化去分子中的根号.

在二次根式的化简与运算过程中，二次根式的乘法可参照多项式乘法来进行运算，运算过程中要运用公式$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$；而对于二次根式的除法，通常先写成分式的形式，然后通过分母有理化进行运算；二次根式的加减法与多项式的加减法类似，应在化简的基础上去括号与合并同类二次根式.

2. 二次根式$\sqrt{a^2}$的意义

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a, & a\geqslant 0,\\ -a, & a<0.\end{cases}$$

例1 将下列式子化为最简二次根式：

(1) $\sqrt{12b}$； (2) $\sqrt{a^2b}$ $(a\geqslant 0)$； (3) $\sqrt{4x^6y}$ $(x<0)$.

解 (1) $\sqrt{12b}=2\sqrt{3b}$；

(2) $\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b}=a\sqrt{b}$ $(a\geqslant 0)$；

(3) $\sqrt{4x^6y}=2|x^3|\sqrt{y}=-2x^3\sqrt{y}$ $(x<0)$.

例2 把下列各式分母有理化：

(1) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$； (2) $\dfrac{6}{3-\sqrt{3}}$.

解 (1) $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

(2) $\dfrac{6}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{6\cdot(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{6(3+\sqrt{3})}{9-3}$

$=3+\sqrt{3}$.

例3 试比较下列各组数的大小：

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$和$2-\sqrt{3}$； (2) $\sqrt{12}-\sqrt{11}$和$\sqrt{11}-\sqrt{10}$.

(1) **分析** 对$\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$进行分母有理化得$\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，再与$2-\sqrt{3}$比较仍然困难. 可考虑将$2-\sqrt{3}$化为$\dfrac{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$再进行大小

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

比较.

解 $2-\sqrt{3}=\dfrac{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$，又 $2+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{2}$，∴ $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}<\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

即 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}>2-\sqrt{3}$.

说明 这样将分子中根式化去的过程，叫做**分子有理化**. 它与**分母有理化**是无理式变形的两种重要方法.

(2) ∵ $\sqrt{12}-\sqrt{11}=\dfrac{(\sqrt{12}-\sqrt{11})(\sqrt{12}+\sqrt{11})}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{11}}$,

$\sqrt{11}-\sqrt{10}=\dfrac{(\sqrt{11}-\sqrt{10})(\sqrt{11}+\sqrt{10})}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}=\dfrac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{10}}$,

又 $\sqrt{12}+\sqrt{11}>\sqrt{11}+\sqrt{10}$,

∴ $\sqrt{12}-\sqrt{11}<\sqrt{11}-\sqrt{10}$.

例4 化简：

(1) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$； (2) $\sqrt{x^2+\dfrac{1}{x^2}-2}$ $(0<x<1)$.

解 (1) 原式 $=\sqrt{4-4\sqrt{5}+5}$

$=\sqrt{(2)^2-2\times2\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$

$=|2-\sqrt{5}|$

$=\sqrt{5}-2$.

(2) 原式 $=\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2}$

$=\left|x-\dfrac{1}{x}\right|$,

∵ $0<x<1$,

∴ $x<1<\dfrac{1}{x}$.

所以，原式 $=\dfrac{1}{x}-x$.

练　习

1. 填空：

(1) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=$________；

(2) 若$\sqrt{(5-x)(x-3)^2}=(x-3)\sqrt{5-x}$，则 x 的取值范围是________；

(3) $4\sqrt{24}-6\sqrt{54}+3\sqrt{96}-2\sqrt{150}=$________________；

(4) 若 $x<3$，则 $\sqrt{9-6x+x^2}-|x-6|=$________________；

(5) $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 成立的条件是________.

2. 选择题：

二次根式$\sqrt{a^2}=-a$ 成立的条件是　　　　（　　）

A. $a>0$　　　　B. $a<0$　　　　C. $a\leqslant 0$　　　　D. a 是任意实数

3. 化简下列各式：

(1) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$；

(2) $\sqrt{(1-x)^2}+\sqrt{(2-x)^2}$ $(x\geqslant 1)$.

4. 比较大小：$2-\sqrt{3}$________$\sqrt{5}-2$.（填“$>$”或“$<$”）

5. 已知：$\dfrac{x+y}{x-y}=\sqrt{2}$，求$\dfrac{x}{y}$的值.

6. 分别用分母有理化、分子有理化两种方法证明：

对任意实数 x 总有：$\sqrt{x^2+1}-x=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$.

1.1.4　分式

形如 $\dfrac{A}{B}$的式子，若 B 中含有字母，且 $B\neq 0$，则称 $\dfrac{A}{B}$为分式. 当 $M\neq 0$ 时，分式$\dfrac{A}{B}$具有下列性质：

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M};$$

$$\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}.$$

上述性质被称为**分式的基本性质**.

像 $\dfrac{\frac{a}{b}}{c+d}$，$\dfrac{m+n+p}{\frac{2m}{n+p}}$ 这样分子或分母中又含有分式的分式叫做**繁分式**. 化简繁

分式时，通常利用分式的基本性质，在分式的分子、分母中，同乘以分子、分母的最简公分母. 如

$$\frac{2+\frac{1}{x+1}}{1-\frac{1}{x^2-1}}=\frac{(x^2-1)\left(2+\frac{1}{x+1}\right)}{(x^2-1)\left(1-\frac{1}{x^2-1}\right)}=\frac{2x^2-2+x-1}{x^2-1-1}=\frac{2x^2+x-3}{x^2-2}.$$

例1 若 $\frac{5x+4}{x(x+2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}$，求常数 A, B 的值.

解 $\because \frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}=\frac{A(x+2)+Bx}{x(x+2)}=\frac{(A+B)x+2A}{x(x+2)}=\frac{5x+4}{x(x+2)}$,

$\therefore \begin{cases} A+B=5, \\ 2A=4. \end{cases}$

解得 $A=2$, $B=3$.

例2 设 $e=\frac{c}{a}$，且 $e>1$, $2c^2-5ac+2a^2=0$，求 e 的值.

解 在 $2c^2-5ac+2a^2=0$ 两边同除以 a^2，得

$$2e^2-5e+2=0,$$

$\therefore (2e-1)(e-2)=0$,

$\therefore e=\frac{1}{2}$(舍去)；或 $e=2$.

$\therefore e=2$.

例3 已知 $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$, $R_1\neq R$，试写出用 R_1, R 表示 R_2 的公式.

解 解法一 去分母得 $R_1R_2=RR_2+RR_1$, $R_2(R_1-R)=RR_1$.

$\because R_1\neq R$, $\therefore R_2=\frac{RR_1}{R_1-R}$.

解法二 原等式可化为 $\frac{1}{R_2}=\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}=\frac{R_1-R}{RR_1}$.

$\because R_1\neq R$, $\therefore R_2=\frac{RR_1}{R_1-R}$.

练习

1. 填空题：

对任意的正整数 n, $\frac{1}{n(n+2)}=$ ____ $\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$.

2. 选择题：

(1) 若 $\frac{2x-y}{x+y}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{x}{y}=$ ( )

A. 1　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{6}{5}$

(2) 若分式$\frac{x^2-4}{x+2}$的值为 0，则 x 的值为　　(　　)

A. ± 2　　B. 2　　C. -2　　D. 0

3. 化简：$\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{x-y}-\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$.

***4.** 计算：$\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\cdots+\frac{1}{99\times 100}$.

习题 1.1

A 组

1. 解不等式：

(1) $|x-1|>3$；　　(2) $|1-2x|\leqslant 2$.

2. 已知 $x+y=1$，求 x^3+y^3+3xy 的值.

3. 填空：

(1) $(2+\sqrt{3})^{18}(2-\sqrt{3})^{19}=$ ________；

(2) 若$\sqrt{(1-a)^2}+\sqrt{(1+a)^2}=2$，则 a 的取值范围是________；

(3) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=$ ________.

B 组

1. 填空：

(1) 若 $a=\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{3}$，则$\frac{3a^2-ab}{3a^2+5ab-2b^2}=$ ________；

(2) 若 $x\neq 0$ 是 $x^2+xy-2y^2=0$，则$\frac{x^2+3xy+y^2}{x^2+y^2}=$ ________.

2. 已知 $x=\frac{1}{2}$，$y=\frac{1}{3}$，求$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$ 的值.

C 组

1. 选择题：

(1) 若 $\sqrt{-a-b-2\sqrt{ab}}=\sqrt{-b}-\sqrt{-a}$，则　　(　　)

A. $a\leqslant b$　　B. $a\geqslant b$

C. $a \leqslant b \leqslant 0$　　　　D. $b \leqslant a \leqslant 0$

(2) 计算 $a\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 等于　　　　(　　)

A. $\sqrt{-a}$　　B. $\sqrt{a}$　　C. $-\sqrt{-a}$　　D. $-\sqrt{a}$

2. 化简：$\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-4a+4}\,(a>2)$.

3. 已知：$\sqrt{x}=\frac{1}{\sqrt{a}}-\sqrt{a}$，试用 a 表示 $\sqrt{4x+x^2}$.

1.2　分解因式

因式分解的主要方法有：十字相乘法、提取公因式法、公式法、分组分解法等.

1. 十字相乘法

当我们展开 $(x+a)(x+b)$，可得

$$\begin{aligned}(x+a)(x+b) &= x^2+ax+bx+ab\\ &= x^2+(a+b)x+ab;\end{aligned}$$

反过来，$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$.

这就是说，对于多项式 x^2+px+q，如果能把常数项 q 分解成两个因数 a，b 的积，并使 a，b 之和等于第二项的系数 p，即

$$q=ab,\ a+b=p,$$

那么，这个多项式 x^2+px+q 就可以因式分解，即

$$\begin{aligned}x^2+px+q &= x^2+(a+b)x+ab\\ &= (x+a)(x+b).\end{aligned}$$

例如，要因式分解 x^2+5x+6，第一项 x^2 的因式为 x，x，而将常数项 6 分解成两个因数的积，可得 1×6，$(-1)\times(-6)$，2×3，$(-2)\times(-3)$ 等，其中只有 2×3 这组数的和等于第二项的系数 5，即 $6=2\times3$，$2+3=5$，所以

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3).$$

我们把以上的过程，用下图表示：

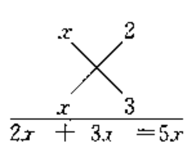


图 1.2-1

即将 x^2+5x+6 的第一项 x^2 的因式 x，x 写在左列，将常数项 6 的因数写在右

行，然后按斜线交叉相乘，将积写于最下一列，再把所得的积相加，若它们的和正好等于第二项 $5x$，那么图中的第一列 $(x+2)$ 及第二列 $(x+3)$ 就是 x^2+5x+6 的因式．这种通过画交叉线帮助因式分解的方法，叫做**十字相乘法**．

例1　分解因式：

(1) x^2-3x+2；

(2) $x^2+4x-12$；

(3) $x^2-(a+b)x+ab$；

(4) $2x^2+7x+3$.

解　(1) $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$（如图 1.2－2）；

(2) $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$（如图 1.2－3）；

(3) $x^2-(a+b)x+ab=(x-a)(x-b)$（如图 1.2－4）；

(4) $2x^2+7x+3=(2x+1)(x+3)$（如图 1.2－5 所示）.

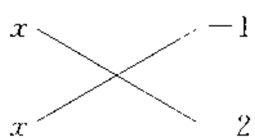


图 1.2－2

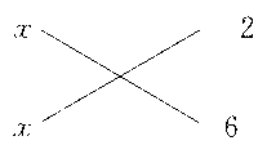


图 1.2－3

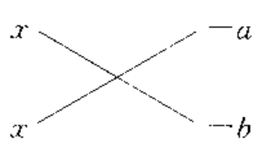


图 1.2－4

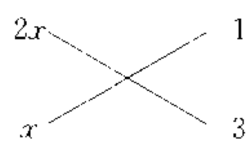


图 1.2－5

2. 分组分解法

例2　分解因式：

我们看一看怎样把 $ax+ay+bx+by$ 分解因式.

这个多项式的各项没有公因式，但前两项有公因式 a，后两项有公因式 b，若把它们分成两组，则得

$$(ax+ay)+(bx+by),$$

然后从各组中提取公因式，得

$$a(x+y)+b(x+y),$$

该两组中又出现公因式 $(x+y)$，于是可以再一次提取公因式，从而分解成 $(x+y)(a+b)$，即

$$\begin{aligned} ax+ay+bx+by &= a(x+y)+b(x+y) \\ &= (x+y)(a+b). \end{aligned}$$

把一个多项式的各项经过适当分组，使各组都能各自因式分解，分解后，如各组

试读结束：需要全本请在线购买：　www.ertongbook.com