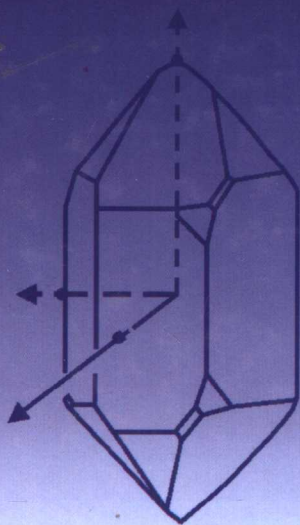


应|用|物|理|学|丛|书

晶体振荡器

赵声衡 赵 英 编著



科学出版社

www.sciencep.com

内 容 简 介

本书系统地阐述了低老化率晶体振荡器、低噪声晶体振荡器、压控晶体振荡器、集成电路晶体振荡器、温度补偿晶体振荡器和 MEMS 振荡器的工作原理和设计方法. 为了帮助读者能深入理解各种类型的振荡电路, 书中对谐振器的性能、电噪声和低噪声电子电路、频率稳定度的表征等问题, 都作了较为详细的叙述.

本书可供从事时间频率控制的工程技术人员、大专院校有关专业的教师和学生参考, 也可作为压电技术、通信技术、仪器仪表、计量测试、导航雷达和航空航天等行业专业人员的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

晶体振荡器/赵声衡, 赵英编著. —北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-020407-3

I. 晶… II. ①赵… ②赵… III. 晶体振荡器 IV. TN752.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008) 第 031082 号

责任编辑: 王飞龙 胡 凯 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 王 浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双 青 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年5月第 一 版 开本: B5(720×1000)

2008年5月第一次印刷 印张: 24 1/4

印数: 1—3 000 字数: 457 000

定价: 62.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<双青>)

《应用物理学丛书》编委会

主 编：吴自勤 杨国桢

编 委：（按姓氏笔画）

王之江 王业宁 王 琛 叶朝辉

华中一 肖定全 张泰永 冼鼎昌

姜承烈 莫 党 章 综 阎守胜

前 言

自作者所写《石英晶体振荡器》一书出版到现在,已经整整十年了.和十年前相比,如今的石英晶体振荡器发生了很大的变化.现在觉得有必要把这十年来新增的资料整理出来,奉献给大家.这些资料所包含的内容,绝大多数都是作者亲身经历过的,是经过生产和应用检验的,对于解决生产实践中的一些问题,是切实可行的.希望这些资料对那些步入晶体稳频领域不久的年轻朋友,能有些微的帮助,这是写作本书的基本动机.

不仅石英晶体振荡器自身的发展变化迅速,而且来自外部的挑战也非常激烈.早在 20 世纪 60 年代,就有人开始寻找不用石英晶体制造稳频器件的方法.经过 40 余年的努力,如今已开发出用半导体单晶硅、锗等材料和全套微电子加工工艺制成的所谓 MEMS(micro-electro-mechanical systems)谐振器和振荡器,并已批量生产,其产量之大,生产效率之高和成本之低,远非石英稳频器件可比.本书第 10 章对 MEMS 振荡器的工作原理、制造方法和技术现状作了较全面的介绍,以期通过这些介绍能够使读者较好地了解新的技术变革.基于上述情况,本书的书名就定为《晶体振荡器》,以便包容书中涉及的石英晶体振荡器、钽酸锂晶体振荡器和半导体锗、硅晶体振荡器.

目前, MEMS 振荡器的水平,大致只相当于压电产品中低档次的水平,其应用范围暂时还只定位于电动玩具、家用电器、汽车电器、计算机及视听设备等对频率稳定度要求不很高的领域.估计在今后一段时间内, MEMS 振荡器和压电晶体振荡器将各显优势,互为补充.正因为如此,本书对于采用压电谐振器的低老化晶振和低噪声晶振,仍然给予了最多的关注和最大的篇幅.

本书的基础理论部分,仍以过去出版的《石英晶体振荡器》为母本,按照只减不增的原则,删去了一些章节,调整了一些章节的位置,以便于阅读.其余部分,除了改正一些印刷和书写上的错误与不妥之外,未作大幅度的改动.

第 7、8 两章各增加了一两个设计实例,篇幅虽不大,但内容比较新颖,或有一定难度,可供有关人员在实际工作中参考.第 11 章是应读者要求写的.有些在石英频率控制元器件厂工作的非专业技术人员,也要求对产品性能有一定的了解,以利工作.作者尽量深入浅出地为这些同志写了第 11 章,不知能否满足要求.

限于作者水平,书中的缺点错误在所难免,热忱地欢迎读者和各方专家学者批评指正.

作 者

2007 年秋于岳麓山

目 录

前言

第 1 章 频谱分析概要	1
1.1 周期信号的频谱	1
1.2 非周期信号的频谱	5
1.3 线性系统响应的时域求解	8
1.4 能量频谱和功率频谱	9
1.5 拉普拉斯变换	12
1.6 线性系统响应的频域求解	15
1.7 随机过程的频谱	16
1.7.1 随机过程及其统计特性	16
1.7.2 平稳随机过程的统计特性	18
1.7.3 平稳随机过程的功率谱密度	19
1.7.4 频率起伏功率谱密度与相位抖动功率谱密度的关系	21
1.7.5 维纳-欣钦 (Wiener-Khinchin) 定理	23
1.7.6 线性系统对随机输入的响应	25
参考文献	25
第 2 章 电噪声	26
2.1 热噪声	26
2.2 散弹噪声	29
2.3 闪变噪声	41
2.4 爆裂噪声	53
参考文献	54
第 3 章 频率源特性的表征	56
3.1 反馈振荡器噪声谱的简单模型	56
3.2 振荡信号的模型	66
3.3 频率稳定度的频域表征	67
3.4 频率稳定度的时域表征	70
3.4.1 真方差	70
3.4.2 采样方差	71
3.4.3 无间隙二采样方差 —— 阿伦方差	75
3.4.4 修正的阿伦方差	76

3.5 时域测量之间的转换	79
3.6 时域和频域测量之间的转换	80
3.6.1 真方差与谱密度的关系	80
3.6.2 取样方差和谱密度的关系	82
3.6.3 二取样方差与谱密度的关系	85
参考文献	86
第4章 石英晶体振荡器概论	88
4.1 几种重要切型的石英谐振器	88
4.2 石英谐振器的阻抗-频率特性	94
4.3 与电容串联的石英谐振器	98
4.4 与电容和电感串联的石英谐振器	100
4.5 并联晶体振荡器的复数振荡方程	101
4.6 米勒振荡电路	102
4.7 皮尔斯振荡电路	105
4.8 柯尔匹兹振荡电路	109
4.9 克拉普振荡电路	112
4.10 串联晶体振荡器的复数振荡方程	114
4.11 巴特勒共基串联振荡电路	115
4.12 希格勒串联振荡电路	117
参考文献	118
第5章 低老化率晶体振荡器	120
5.1 晶振频率漂移的主要机理	120
5.2 石英谐振器的在线品质因数	122
5.3 振荡电路的设计	126
5.4 幅度放大器	131
5.5 输出放大器	135
5.6 B 模抑制网络	137
5.7 晶体振荡器的负载效应	144
5.8 晶体管参数对日频率波动的影响	149
5.9 双层恒温晶体振荡器	156
5.10 单层恒温晶体振荡器	173
5.11 快速预热战术晶体振荡器	181
5.12 可驯晶体振荡器	187
5.13 微机控制低老化晶体振荡器	189
参考文献	191

第 6 章 低噪声晶体振荡器	193
6.1 放大器的噪声	193
6.2 共射组态晶体管的噪声	196
6.2.1 噪声模型和等效输入噪声	196
6.2.2 晶体管的 E_n - I_n 噪声模型	197
6.2.3 共射组态晶体管噪声系数	198
6.3 共基组态晶体管的噪声	203
6.4 共集组态晶体管的噪声	206
6.5 振荡电路的相位噪声	206
6.6 低噪声晶体振荡器的设计原则	216
6.7 低噪声晶体振荡器实例	218
6.8 高频晶体振荡器短稳的估算	230
6.9 串联型高频晶体振荡器	231
6.10 并联型高频晶体振荡器	240
6.11 平衡反馈晶体振荡器	243
6.12 实际的平衡反馈振荡电路	246
参考文献	250
第 7 章 压控晶体振荡器	252
7.1 压控晶体振荡器对石英谐振器的要求	252
7.2 变容二极管	253
7.3 扩展频偏网络的电抗特性	256
7.3.1 谐振器和电容串联时的电抗-频率特性	256
7.3.2 谐振器和电感串联时的电抗-频率特性	257
7.3.3 谐振器与电容电感串联时的电抗-频率特性	259
7.3.4 谐振器和电感并联时的电抗-频率特性	260
7.3.5 谐振器和加感网络相连时的电抗-频率特性	262
7.4 $\lambda/4$ 阻抗变换网络	264
7.5 钽酸锂压控晶体振荡器	267
7.6 压控网络的压控灵敏度和线性度	271
7.7 压控频偏与频率稳定度的关系	274
7.8 电源电压对压控晶振压控特性的影响	276
7.9 压控晶振中频率的异常跳变	279
7.10 压控晶体振荡器实例	281
参考文献	284

第 8 章 集成电路晶体振荡器	285
8.1 门振荡器	285
8.2 中精度模拟集成电路晶体振荡器	295
8.3 集成化高稳晶体振荡器	297
8.4 小型混合式恒温晶体振荡器	300
8.5 模拟-数字混合集成晶体振荡器	301
8.6 单片集成高稳晶体振荡器	303
参考文献	304
第 9 章 温度补偿晶体振荡器	306
9.1 参数温度补偿晶振	306
9.2 对谐振器静态电容的补偿	309
9.3 电流补偿温补晶振	311
9.4 使用变容二极管的温补晶振	316
9.5 网络模拟温补晶振	316
9.6 网络模拟温补晶振实例	322
参考文献	326
第 10 章 MEMS 振荡器	327
10.1 MEMS 谐振器的最早设想	327
10.2 悬臂梁型谐振栅晶体管谐振器	330
10.3 挠曲型调谐器	334
10.4 使用新封装技术制作谐振器和振荡器	337
10.4.1 新封装技术	337
10.4.2 基于新封装技术的 MEMS 振荡器	338
10.5 MEMS 谐振器和振荡器的生产现状	342
参考文献	349
第 11 章 晶体振荡器应用指南	350
11.1 石英谐振器	350
11.1.1 AT 切型石英谐振器	350
11.1.2 BT 切型石英谐振器	352
11.1.3 FC 切型石英谐振器	353
11.1.4 SC 切型石英谐振器	353
11.2 石英谐振器的封装	355
11.2.1 高真空玻璃壳封装	355
11.2.2 真空金属壳冷压焊和电阻焊封装	356
11.2.3 TO 型真空封装谐振器	356

11.3 长期频率稳定度	357
11.3.1 老化的原因	357
11.3.2 老化的表征	358
11.4 短期频率稳定度	359
11.4.1 电噪声	359
11.4.2 频率稳定度的频域表征	360
11.4.3 频率稳定度的时域表征	361
附录	362
附录 A pn 结的交流导纳	362
附录 B 共射放大器源噪声在输出端的贡献	363
附录 C 求 $\langle \sigma_{(1)}^2(N, T, \tau) \rangle$	365
附录 D 求 $\langle \sigma_{(2)}^2(N, T, \tau) \rangle$	369
附录 E 几种 B 模抑制网络参数	370

第1章 频谱分析概要

在现代电子设备中, 晶体振荡器被用作时间或频率的基准源. 而由长期老化、频谱纯度、阿伦方差及相位噪声等技术指标所表征的源的品质, 在很大程度上决定着电子设备的性能. 正因为如此, 晶体振荡器往往被誉为电子设备的“心脏”.

要正确地理解晶体振荡器的技术指标, 并且能科学合理地建立一些测试系统和检定规程对晶体振荡器的性能进行检测, 就必须具备频谱分析和随机过程等基本知识. 本章对这些必不可少的内容作了概要的叙述. 其中, 对噪声功率谱密度和随机变量自相关函数两个概念作了较详细的介绍, 以期读者在重温上述内容之后, 可以减少阅读以后章节可能遇到的困难.

1.1 周期信号的频谱^[1~3]

任一周期为 T 的函数 $f(t)$, 若满足狄利克雷条件

- 1) 在一个周期内只有有限个不连续点
- 2) 在一个周期内只有有限个极大和极小值
- 3) 积分 $\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} |f(t)| dt$ 存在

则周期函数 $f(t)$ 可展为如下的傅里叶级数:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t) \quad (1.1)$$

式中

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \cos n\Omega t dt \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) \sin n\Omega t dt \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.3)$$

$$\Omega = 2\pi/T \quad (1.4)$$

将式 (1.1) 中的 $a_n \cos n\Omega t$ 和 $b_n \sin n\Omega t$ 合成一简谐分量:

$$a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t = A_n \cos(n\Omega t - \varphi_n)$$

则式 (1.1) 可改写为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t - \varphi_n) \quad (1.5)$$

式中

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (1.6)$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{b_n}{a_n} \quad (1.7)$$

这就是傅里叶分析的结果。

如果函数 $f(t)$ 表示的是某一周期信号, 则式 (1.5) 表示该信号可以看成是一个直流分量 $\frac{a_0}{2}$ 和一系列谐波分量 $A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$ 的叠加. A_n 是各谐波分量的振幅, 它是谐波频率 $n\Omega$ 的函数. A_n 随频率的分布图称为信号 $f(t)$ 的振幅谱, 它由彼此相距为 Ω 的离散直线所组成. 故周期信号的幅谱为离散幅谱. 图 1.1 是 A_n 绝对值随频率分布的离散幅谱图. φ_n 是各谐波分量的相对相位, 它也是谐波频率的函数. φ_n 随频率的分布图称为周期信号 $f(t)$ 的相位谱.

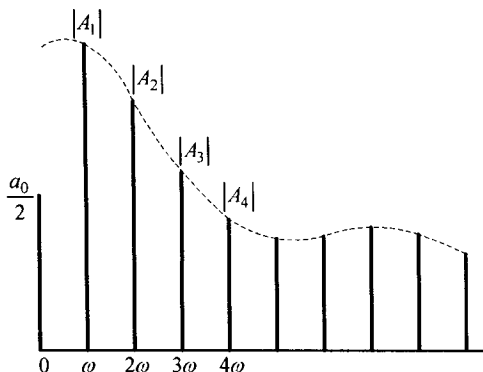


图 1.1 周期函数的离散幅谱

一般而言, 当我们对一个周期信号作频谱分析时, 需要两个谱——振幅谱和相位谱才能完整地表达该周期信号. 在许多情况中, 相位与频率的关系十分简单, 对此, 我们不必另作相谱, 而只要将各谐波分量的相对相位标记在幅谱图中即可.

傅里叶频谱还可表示成指数的形式. 为此, 将关系式 $\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta})$ 应用于式 (1.5) 中, 并考虑到 A_n 是谐波频率 $n\Omega$ 的偶函数, 而 φ_n 是谐波频率 $n\Omega$ 的奇函数, 即 $A_n = A_{-n}$, $\varphi_n = -\varphi_{-n}$, 又 $a_0 = A_0$, 故式 (1.5) 变为

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{j(n\Omega t - \varphi_n)} + A_n e^{-j(n\Omega t - \varphi_n)}]$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{j(n\Omega t - \varphi_n)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2} A_n e^{-j\varphi_n} \right) e^{jn\Omega t}$$

令

$$\alpha_n = |\alpha_n| e^{-j\varphi_n} = \frac{A_n}{2} e^{-j\varphi_n} \quad (1.8)$$

则 $f(t)$ 可表示为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{jn\Omega t} \quad (1.9)$$

这就是傅里叶级数的指数形式. 其中的复系数可改写如下:

由式 (1.8) 有

$$\alpha_n = \frac{1}{2} (A_n \cos \varphi_n - j A_n \sin \varphi_n)$$

由式 (1.6) 和 (1.7) 可知, $a_n = A_n \cos \varphi_n$, $b_n = A_n \sin \varphi_n$, 故

$$\alpha_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n)$$

将式 (1.2) 和 (1.3) 代入上式后即得

$$\alpha_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt \quad (1.10)$$

复系数 α_n 的模 $|\alpha_n|$ 随频率 $n\Omega$ 的分布称为信号 $f(t)$ 的幅谱; α_n 的相位随频率的分布称为信号 $f(t)$ 的相谱. α_n 和 A_n 之间的关系已包含在式 (1.8) 中, 即

$$|A_n| = 2|\alpha_n| \quad (1.11)$$

因此, 若按式 (1.10) 算出 α_n , 则各次谐波的振幅 A_n 即可得出.

作为一个实例, 我们来求图 1.2 所示矩形周期脉冲的频谱.

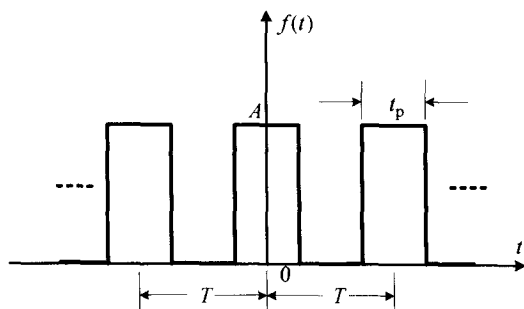


图 1.2 矩形周期脉冲

为此, 先由下式计算 α_n

$$\begin{aligned}\alpha_n &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{t_p}{2}}^{+\frac{t_p}{2}} A e^{-jn\Omega t} dt \\ &= \frac{At_p}{T} \cdot \frac{\sin \frac{n\Omega t_p}{2}}{\frac{n\Omega t_p}{2}} = \frac{At_p}{T} \left[\frac{\sin n\pi t_p/T}{n\pi t_p/T} \right]\end{aligned}\quad (1.12)$$

采用符号

$$\operatorname{sinc} x \equiv \frac{\sin x}{x}$$

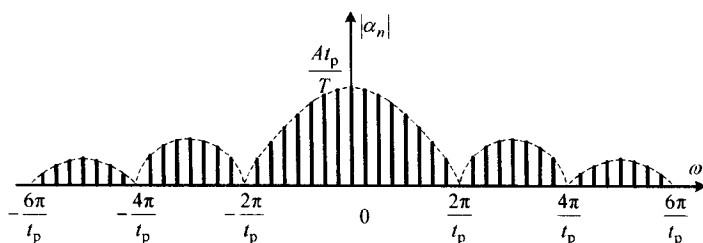
则式 (1.12) 可写为

$$\alpha_n = \frac{At_p}{T} \cdot \operatorname{sinc} \frac{n\pi t_p}{T}$$

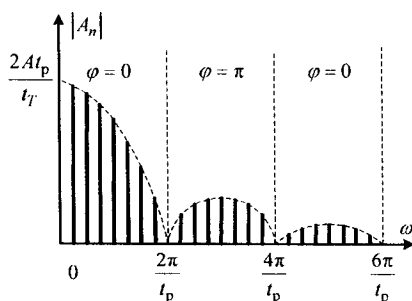
于是, 矩形周期脉冲可表示为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{At_p}{T} \cdot \operatorname{sinc} \frac{n\pi t_p}{T} \cdot e^{jn\Omega t} \quad (1.13)$$

由此即可作出指数傅里叶级数复系数 α_n 的模随谐波频率 $n\Omega$ 分布的幅谱如图 1.3(a) 所示. 利用式 (1.11) 的关系又可作出三角傅里叶级数中各谐波分量振幅绝对值随频率 $n\Omega$ 分布的幅谱图如图 1.3(b) 所示. 由于各相邻谱线间的距离与 t_p/T



(a) 指数级数的系数 α_n



(b) 三角级数的振幅谱

图 1.3 周期矩形脉冲的频谱

之值有关, 图 1.3 所示的是 $\frac{t_p}{T} = 8$ 的情况.

各次谐波分量的相对相位可由式 (1.12) 得知. 当角度 $n\pi t_p/T$ 在第一、二象限时, α_n 为正实数, 即相位为零; 当 $n\pi t_p/T$ 在第三、四象限时, α_n 为负实数, 即相位为 π . 对于此种比较简单的情况, 只需将相位标在幅谱图上即可, 如图 1.3(b) 所示, 而不必另作相谱图.

1.2 非周期信号的频谱

当周期信号的周期趋于无限大时, 周期信号就转化为非周期信号. 因此, 我们就可以从周期信号的频谱出发来研究非周期信号的频谱.

1.1 节已知周期信号 $f(t)$ 的频谱为

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n e^{jn\Omega t}$$

其中

$$\alpha_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt$$

合并以上二式得

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\Omega t} dt \right] e^{jn\Omega t} \quad (1.14)$$

当 T 无限增大时, 谱线间隔 Ω 趋于 $d\omega$, 不连续变量 $n\Omega$ 趋于连续变量 ω , 而周期 $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ 则趋于 $\frac{2\pi}{d\omega}$, 式 (1.14) 的求和运算就变为积分运算. 于是, 式 (1.14) 即变为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega \quad (1.15)$$

将上式方括号中的积分写为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.16)$$

则式 (1.15) 可写为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1.17)$$

$F(\omega)$ 称为非周期信号 $f(t)$ 的频谱密度函数, 简称频谱函数. 频谱函数是一个复函数, 可以写为 $F(\omega) = |F(\omega)|e^{-j\varphi}$, 它的模是频率的函数, 表示信号中各频率分

量的相对大小, 故 $|F(\omega)|$ 称为非周期信号的振幅谱; 频谱函数的相角 φ 也是频率的函数, 它表示各个频率分量之间的相对相位, 故 φ 称为非周期函数的相位谱. 振幅谱和相位谱都随频率连续分布, 故非周期函数的频谱为连续频谱.

式 (1.16) 和 (1.17) 组成傅里叶变换对, 并可用符号表示为

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] \quad (1.18)$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] \quad (1.19)$$

$F(\omega)$ 称为 $f(t)$ 的傅里叶变换; $f(t)$ 称为 $F(\omega)$ 的逆傅里叶变换. 傅里叶变换将时间域的函数变为频率域的函数; 逆傅里叶变换将频率域的函数变为时间域的函数.

现在, 我们来确定几个非周期信号的频谱.

例 1 单个矩形脉冲的频谱.

单个矩形脉冲如图 1.4 所示, 可以表示为

$$f(t) = \begin{cases} A, & |t| < \frac{t_p}{2} \\ 0, & |t| > \frac{t_p}{2} \end{cases}$$

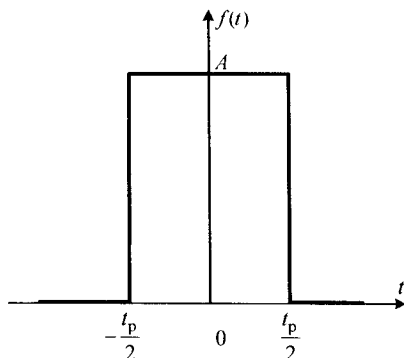


图 1.4 单个矩形脉冲

其频谱函数可由下式算出

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-t_p/2}^{+t_p/2} Ae^{-j\omega t} dt = \frac{Ae^{-j\omega t}}{-j\omega} \Big|_{-t_p/2}^{+t_p/2} = At_p \operatorname{sinc} \frac{\omega t_p}{2} \end{aligned}$$

其幅谱和相谱如下式和图 1.5 所示.

$$|F(\omega)| = At_p \left| \text{sinc} \frac{\omega t_p}{2} \right|$$

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} 0, & \left(\text{sinc} \frac{\omega t_p}{2} > 0 \right) \\ \pi, & \left(\text{sinc} \frac{\omega t_p}{2} < 0 \right) \end{cases}$$

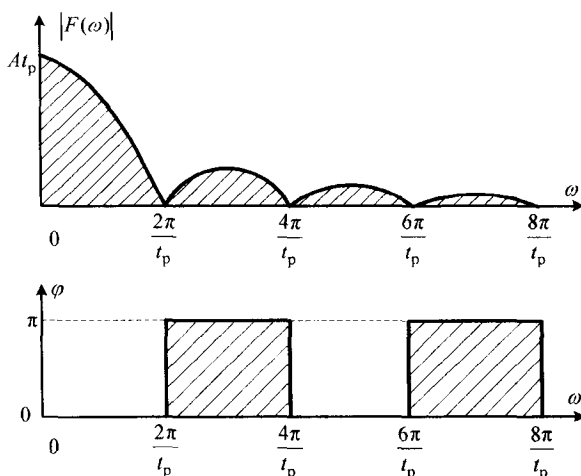


图 1.5 单个矩形脉冲的幅谱和相谱

由于傅里叶变换须在频率变量由 $-\infty \sim \infty$ 区间积分, 频谱图应对于 ω 的正负值同时作出. 但是, 由于频谱函数的模 $|F(\omega)|$ 是频率的偶函数, 相位 $\varphi(\omega)$ 是频率的奇函数, $\omega < 0$ 部分的频谱可以根据对称关系定出, 故图 1.5 只作出了 $\omega > 0$ 部分的频谱.

例 2 单位冲激函数的频谱

图 1.6 所示宽度为零, 高度无限大, 面积为 1 的脉冲为单位冲激. 单位冲激通常用单位冲激函数 $\delta(t)$ 来表示. $\delta(t)$ 定义为

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt &= 1, \\ \delta(t) &= 0, \quad (t \neq 0) \end{aligned} \right\}$$

$\delta(t)$ 的频谱可由式 (1.18) 求得

$$F(\omega) = \mathcal{F}[\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega 0} = 1$$

其模示于图 1.6(b), 它具有无限宽的频带, 而所有频率分量的幅度相等。

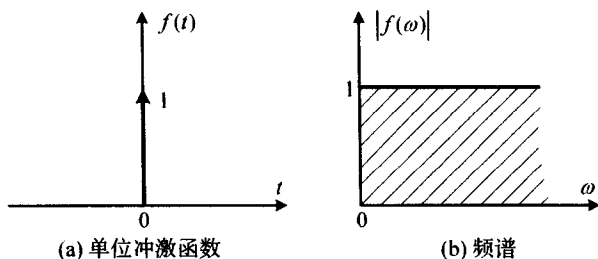


图 1.6 单位冲激函数的频谱

1.3 线性系统响应的时域求解

时不变线性系统激励函数 $x(t)$ 与响应函数 $y(t)$ 之间的关系, 可用下列微分方程描述

$$\begin{aligned} & \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ &= b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (1.20)$$

引用微分算符 p , 并将 $x(t)$ 、 $y(t)$ 作为公因子提出后, 上式变为

$$\begin{aligned} & (p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1p + a_0)y(t) \\ &= (b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \cdots + b_1p + b_0)x(t) \end{aligned} \quad (1.21)$$

将上式两边 p 的多项式分别用 $D(p)$ 和 $N(p)$ 表示后, 上式可写成

$$D(p)y(t) = N(p)x(t)$$

或者

$$y(t) = \frac{N(p)}{D(p)} x(t)$$

令

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

则有

$$y(t) = H(p)x(t) \quad (1.22)$$