

清華  
GCT

2008 硕士学位研究生入学资格考试

刘庆华 主编

# GCT 数学

## 模拟试题与解析

清华大学出版社





2008硕士学位英语统一考试

013-44/189  
:2008  
2008

# GCT 数学

## 模拟试题与解析

刘庆华 主编

刘庆华 关 治 扈志明 王飞燕 编

清华大学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书根据硕士学位研究生入学资格考试指南的要求,编写了12套模拟试题.每套试题包含25道单项选择题,其中算术、代数、几何三部分有15道题,一元函数微积分、线性代数两部分有10道题.书中给出了每套模拟试题的答案与解析过程,供考生们参考.另外,在附录中给出2007年硕士学位研究生入学资格考试的数学试题和解析.

本书可供准备参加硕士学位研究生入学资格考试的备考人员以及辅导教师使用.

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售.

版权所有,侵权必究.侵权举报电话:010-62782989 13701121933

## 图书在版编目(CIP)数据

2008 硕士学位研究生入学资格考试 GCT 数学模拟试题与解析/刘庆华主编;关治,扈志明,王飞燕编. —北京:清华大学出版社,2008.5

ISBN 978-7-302-17418-9

I. 2… II. ①刘… ②关… ③扈… ④王… III. 数学—研究生—入学考试—解题  
IV. O1-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 055582 号

责任编辑:刘颖

责任校对:赵丽敏

责任印制:王秀菊

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质 量 反 馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

印 刷 者:北京市清华园胶印厂

装 订 者:三河市李旗庄少明装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印 张:10.25 字 数:208千字

版 次:2008年5月第1版 印 次:2008年5月第1次印刷

印 数:1~47000

定 价:19.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系  
调换.联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:029599-01

# 出版

硕士学位研究生入学资格考试

## 说明

## Introduction

**硕**士学位研究生入学资格考试(Graduate Candidate Test, GCT)是国务院学位委员会办公室组织的全国统一考试。考试始于2003年,当时名为“工程硕士专业学位研究生入学资格考试”(简称GCT-ME),考试适用范围为报考工程硕士的考生。2004年,适用范围增加了报考农业推广和兽医专业硕士的考生,考试名称去掉了“工程”二字。2005年,国务院学位委员会办公室组织专家对2003版考试大纲进行了修订,同时考试适用范围又增加了报考风景园林硕士,以及高等学校教师、中等职业学校教师在职攻读硕士学位的考生,考试名称改为“硕士学位研究生入学资格考试”。GCT考试属于综合素质型考试。考试试卷由四部分构成:语言表达能力测试、数学基础能力测试、逻辑推理能力测试、外国语运用能力测试。试卷满分400分,每部分各占100分。考试时间为3个小时,每部分为45分钟。考试试题均为客观选择题。

清华大学出版社是国内最早出版GCT考前辅导用书的出版机构。2003年,我们出版了由全国工程硕士专业学位教育指导委员会组织编写的《全国工程硕士专业学位研究生入学资格考试考前辅导教程》丛书,包括语文、数学、英语、逻辑共4册。2004年,在对考前辅导教程系列进行修订再版的基础上,又特别邀请教程系列的作者编写了《硕士专业学位研究生入学资格考试模拟试题与解析》系列,同样分为语文、数学、英语、逻辑4册,作为考前辅导教程的配套资料,供考生复习时进行强化训练使用。此后,我们又先后增加了《英语核心词汇精解》和《综合模拟试卷》两本书,从而形成了覆盖系统复习、训练提高、模拟冲刺等考生备考各阶段需求的比较完整的备考辅导书体系。为及时反映

GCT 考试命题发展趋势的变化,不断提高图书质量,我们每年都要对上述图书修订改版一次.经过多年的积累和提高,清华版 GCT 考前辅导用书以其权威性、严谨性、全面性和实用性,给广大考生复习和备考提供了方便,赢得了广大考生的欢迎和信赖.本次推出的 2008 年版图书是在 2007 年版的基础上精心修订而成的,相信一定能够更好地满足考生的需要.

为了给广大考生提供更多的帮助,在考前辅导教程四册书中特别各附赠清华在线上网学习卡一张(见封底).读者可使用该学习卡上的密码访问交互式辅导网站 [www.qinghuaonline.com](http://www.qinghuaonline.com),免费获取以下与本书配套的增值服务:

- 精彩网络课程:本科目辅导课程视听、备考知识点分析、考试趋势预测等.
- 名师在线答疑:邀请本书作者、GCT 辅导专家与考生网络互动,在线答疑,指导复习.
- 模拟试题下载:提供最新模拟试题的在线自测及下载.
- 学校报考信息:各大院校最新招生情况及往年录取分数线信息.
- 备考指导专刊:不定期发送的备考资料和信息.
- 补充复习资料:如数学必会公式等内容.
- 考试调剂信息:各大院校可调剂类专业信息及往年调剂分数线.

学习卡的使用方法是:

初次登录:访问网站 [www.qinghuaonline.com](http://www.qinghuaonline.com)→注册→登录→进入“清华版 GCT 考前辅导教程学习卡服务专区”→按提示输入学习卡涂层下的密码→选择需要内容→开始学习

再次学习:登录→进入在线学堂→学习

欢迎广大读者选用本系列图书,祝大家考试成功!

清华大学出版社

2008 年 4 月

# 前

# 言

硕士学位研究生入学资格考试

Foreword

本书是根据硕士学位研究生入学资格考试指南编写的数学辅导材料, 以方便考生备考。

按照现在的复习备考方式, 大致将复习的过程分为三个阶段: 全面复习阶段、归纳总结阶段和冲刺阶段。在每个阶段考生所选用的辅导材料是有区别的。在全面复习阶段, 一般选用涵盖考试大纲所涉及的知识点的教材(我们所编写的《2008 硕士学位研究生入学资格考试 GCT 数学考前辅导教程》就是为此准备的), 此阶段的主要任务是将要考的知识点搞清楚、弄明白, 扫清知识上的盲点。在归纳总结阶段, 是对前一阶段所复习知识的浓缩和提升, 以便于自己从全局上把握所复习的知识, 突出重点和难点。由于各自的知识背景和复习效果不同, 所以浓缩和提升的程度也不同, 因此, 这一阶段可选择的材料较少, 一些辅导教师开设串讲课来帮助备考者归纳总结, 考生也可根据自身特点, 自己总结或提炼此阶段的复习材料和复习方法。在冲刺阶段, 大多采取做模拟题的方式, 通过做模拟题来检查自己对知识点的掌握程度以及灵活运用所学知识处理问题的能力, 同时也可以从中发现自己的薄弱点, 以便及时调整复习的方式和方法。很多考生在第二阶段就开始有针对性地做一些题目, 帮助自己归纳总结, 训练提高。另一方面, 也可以通过做模拟题来熟悉试卷的出题方式和应对考试的一些措施及技巧。

在职攻读硕士学位研究生入学资格考试的考试内容和考试形式都很新, 考生在备考的时候可参考和借鉴的材料较少。针对这种情况, 我们在编写《2008 硕士学位研究生入学资格考试 GCT 数学考前辅导教程》的基础上, 编写了本书, 以帮助考生在备考阶段准备得更加充分, 在考试中取得好的成绩。

新的考试大纲中关于数学内容的考试要求是:测试考生所具有的数学方面的基础知识和基本思想方法,逻辑思维能力,数学运算能力,空间想像能力以及运用所掌握的数学知识和方法分析问题和解决问题的能力.据此,我们在模拟试题的选择上,既考虑到试题的知识覆盖面,又注意到难易程度,以利于考生通过做模拟试题能够全面检查对所复习知识的掌握程度.在模拟试题的设计上,既侧重知识的重点和难点,也注意考察重点和难点的方式与方法,以便于考察考生对重点和难点的掌握程度以及对这些知识点的灵活运用情况.

根据考试大纲的要求,我们在此模拟试题集中编写了 12 套模拟试题.每套试题包含 25 道单项选择题,其中算术、代数、几何三部分有 15 道题,一元函数微积分、线性代数两部分有 10 道题.在书的后半部分给出了每套模拟试题的答案与解析过程,供考生们参考.另外,在附录中给出 2007 年硕士学位研究生入学资格考试的数学试题和解析.

由于 GCT 在国内是一种类型比较新颖的考试,准备 GCT 考试与准备传统的考试有所不同,为了使考生尽快地熟悉和掌握这一考试形式,对过去的考题做一点总结和分析是十分必要的.下面用表格的形式将过去 5 年中数学基础能力测试题涉及的知识点加以汇总,以便考生能够更有针对性地进行复习备考.

科目	内容	具体知识点	出题年份
算术	数的运算	分数运算	2003,2006
		特殊定义的运算	2007
		连和号、有限个数求和	2003,2006
		素数概念、算术平均值	2003
		有限个数求和	2004
		有限个数求和、求积	2005
	比与比例	百分数	2003,2006
		比、百分数	2004,2005,2006
		比、单位量与总量	2005
	简单应用问题	种树问题	2003
		种树问题、公倍数	2004
		追击问题	2007
		汽车相遇问题	2004
	代数	数和代数式	开方运算
绝对值的概念			2004
复数的辐角			2004,2006
代数恒等式			2007
因式分解、代数式相乘			2005
配方运算			2005
集合、函数		复数的代数运算及模	2005,2007
		函数图形的对称性	2003,2006
代数方程		一元二次函数的图像	2003
		一元二次方程的求根公式	2004,2006,2007
		二元一次方程组	2007
不等式		一次联立不等式	2004
		分式不等式	2004

续表

科 目	内 容	具体知识点	出题年份	
代 数	数列	等差数列、等比数列	2005,2006,2007	
		独立事件同时发生、对立事件	2003,2007	
	排列、组合、古典 概率	组合公式、等可能事件	2004,2006,2007*	
		数的运算、等可能事件	2005	
几 何	平面几何	三角形的重心、三角形的面积	2003	
		四边形的面积	2007	
		三角形的外角与内角的关系	2004	
		勾股定理、三角形面积、圆(椭圆)面积	2004,2005,2006*	
		圆的弦	2004	
		三角形的中线	2004	
		圆周角、四边形的内角和	2005	
	空间几何体	线线平行、面面平行	2003	
		圆锥表面积	2003	
		圆锥体积、球的体积、圆柱的体积	2005,2006,2007	
	平面解析几何	圆的切线、直线方程	2003,2007	
		直线与圆的位置关系	2003	
		关于直线对称的点、直线方程、直线斜率	2004,2006	
		曲线方程、三角形面积	2005	
		圆的弦的垂直平分线、两点间距离	2005	
		圆的方程、圆锥曲线的方程	2005,2006	
	三角函数	特殊角的三角函数值、两角和公式	2005,2006,2007	
		正弦定理	2007	
	一元微积分	函数、极限、连续	连续函数的介值定理	2003
			函数定义域、三角函数	2005
一元微分学		极值点的充分条件、变限定积分求导	2003,2006*,2007	
		函数图形的凸凹性与导函数单调性关系	2006	
		极限的保号性质	2007	
		微分定义	2003	
		方程根的个数	2003,2006	
		导数的几何意义、复合函数求导	2004,2007	
		导数的几何意义、定积分的几何意义、洛必达法则	2004,2007	
		函数不等式	2004	
		渐近线	2005	
		利用导数定义求极限	2005,2006	
		微分中值定理	2005	



科目	内容	具体知识点	出题年份
一元微积分	一元积分学	定积分性质及换元积分法	2003, 2004, 2006, 2007
		平面图形的面积	2004
		元函数的概念、分部积分法	2005
		反函数的概念、定积分的几何意义	2005, 2007
线性代数	行列式	行列式按行展开	2003
		行列式性质	2004, 2007
		三次方程的根、三阶行列式的值	2005
	矩阵	矩阵运算、乘积矩阵的秩、秩与行列式的关系	2003
		伴随矩阵的概念、矩阵的秩	2003, 2007
		矩阵乘法的定义及运算律	2004
		矩阵运算(乘法)	2005, 2006*
	向量组	线性相关的概念、齐次方程组有非零解的条件	2004, 2006*
		向量组的极大线性无关组	2005
	线性方程组	齐次线性方程组只有零解的充要条件	2003
		线性方程组有解的充要条件	2007
		矩阵乘法、齐次线性方程组有非零解的条件、基础解系	2004
	特征值、特征向量	特征值和特征向量的概念、矩阵运算	2003
		矩阵相似的条件	2004
		矩阵可对角化的条件	2007
		特征值和特征向量的概念、矩阵运算	2005, 2006

注 出题年份上的\*号表示此知识点在此年有两道题涉及。

由于 GCT 考试是只有四选一这种形式的客观题,考生除了复习好有关的内容,掌握基本的分析问题和解析问题的常用方法外,还应了解处理选择题时的一些解题技巧。下面就以一些题目为例,简要地介绍几种技巧。

### 1. 排除法

由于在 GCT 考试中四个选项中有且仅有一个选项正确的,所以如果能将错误的排除,剩下的自然就是正确选项。大部分情况下,即使只排除掉一、两个错误选项,对找到正确选项也是很有帮助的。因此排除法是处理选择题的一个有效方法。

例如,2003 年的 B 卷第 23 题:甲乙两人百米赛跑成绩一样,那么\_\_\_\_\_。

- (A) 甲乙两人每时刻的瞬时速度必定一样
- (B) 甲乙两人每时刻的瞬时速度都不一样

- (C) 甲乙两人至少在某时刻的瞬时速度一样  
 (D) 甲乙两人到达终点时的瞬时速度必定一样

根据常识却很容易将选项(A),(B),(D)排除掉,因此正确选项为(C).

又如 2003 年的第 5 题:某工厂产值三月份比二月份的增加 10%,四月份比三月份的减少 10%,那么\_\_\_\_\_.

- (A) 四月份与二月份产值相等                      (B) 四月份比二月份产值增加  $\frac{1}{99}$   
 (C) 四月份比二月份产值减少  $\frac{1}{99}$                       (D) 四月份比二月份产值减少  $\frac{1}{100}$

根据题意可知四月份的产值不会多于二月份,因此选项(A),(B)可以直接排除掉.这样此题就变成了一个二选一的是非题,难度就降低了.

### 2. 特殊值代入法

通过选取合适的特殊值,将正确选项找出是处理选择题的最有效方法之一.

例如,设  $a, b, m$  均为大于零的实数,且  $b > a$ ,则  $\frac{a+m}{b+m}$  与  $\frac{a}{b}$  谁大?

- (A) 前者                      (B) 后者                      (C) 一样大                      (D) 无法确定

对于此题,如果令  $a=1, b=2, m=1$ ,及  $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ,便知选项(A)正确.

再如 2003 年的第 8 题:函数  $y_1 = f(a+x)$  ( $a \neq 0$ ) 与  $y_2 = f(a-x)$  的图形关于\_\_\_\_\_.

- (A) 直线  $x-a=0$  对称                      (B) 直线  $x+a=0$  对称  
 (C)  $x$  轴对称                      (D)  $y$  轴对称

在此,若取  $f(x)=x$ ,则  $y_1=a+x, y_2=a-x$ ,从而易知选项(D)正确.

### 3. 选项代入法

将题中给出的选项代入题干中进行验证也是处理选择题的一个常用方法.

例如,2004 年的第 6 题:设  $a, b, c$  均为正数,若  $\frac{c}{a+b} < \frac{a}{b+c} < \frac{b}{c+a}$ ,则\_\_\_\_\_.

- (A)  $c < a < b$                       (B)  $b < c < a$                       (C)  $a < b < c$                       (D)  $c < b < a$

本题直接求解题干中的分式不等式比较复杂,但如果将选项(A)代入题干进行验证则非常简单.

再如 2005 年的第 23 题:设  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,则  $A$  的对应于特征值 2 的一个特征向量是\_\_\_\_\_.

(A)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

(B)  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(C)  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(D)  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

本题根据特征值和特征向量的定义,利用选项代入法易知正确选项为(D).

#### 4. 结合图形解

将题目与题目中所涉及的函数所对应的图形结合起来,寻找解题的捷径.

例如,要使方程  $3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2 = 0$  的两个实根分别满足  $0 < x_1 < 1$  和  $1 < x_2 < 2$ , 实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

- (A)  $-2 < m < -1$     (B)  $-4 < m < -1$     (C)  $-4 < m < -2$     (D)  $-3 < m < 1$

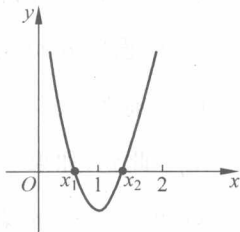
这里主要考查二次函数(方程)的性质. 如果用一元二次方程根与系数的关系解题,比较烦琐,我们不妨结合图形解题. 如例图所示, 设

$$f(x) = 3x^2 + (m-5)x + m^2 - m - 2,$$

则  $f(x)$  开口向上, 与  $x$  轴交于  $(x_1, 0)$  和  $(x_2, 0)$  两点, 有不等式组

$$\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(1) < 0, \\ f(2) > 0. \end{cases}$$

从而有  $m^2 - m - 2 > 0$ ,  $m^2 - 4 < 0$ ,  $m^2 + m > 0$ . 由此可确定出  $-2 < m < -1$ . 故应选(A).



例图

从已举行的 5 次 GCT 考试汇总情况来看, 尽管 25 道题都是 4 选 1 的单项选择题, 但在 45 分钟内完成这些题目, 时间还是很紧张的. 因此考生在做这些模拟题时, 最好按正式考试的要求来做, 即在 45 分钟内做完一套模拟题, 然后再核对答案, 进行分析总结. 而不要一遇到疑难问题就停下来, 翻答案和解析过程. 这样才能真正体现出模拟试题的效用.

由于编者的经验和水平所限, 书中难免会有疏漏和不足之处. 欢迎广大读者、辅导教师及各方面的专家批评指正.

编者

2008 年 4 月

# 目

# 录

硕士学位研究生入学资格考试

## Contents

模拟试题(1) .....	1
模拟试题(2) .....	5
模拟试题(3) .....	9
模拟试题(4) .....	12
模拟试题(5) .....	16
模拟试题(6) .....	20
模拟试题(7) .....	24
模拟试题(8) .....	28
模拟试题(9) .....	32
模拟试题(10) .....	36
模拟试题(11) .....	40
模拟试题(12) .....	43
模拟试题(1)答案与解析 .....	47
模拟试题(2)答案与解析 .....	54
模拟试题(3)答案与解析 .....	61
模拟试题(4)答案与解析 .....	69
模拟试题(5)答案与解析 .....	76
模拟试题(6)答案与解析 .....	84

## 硕士学位研究生入学资格考试

模拟试题(7)答案与解析.....	92
模拟试题(8)答案与解析 .....	100
模拟试题(9)答案与解析 .....	107
模拟试题(10)答案与解析.....	115
模拟试题(11)答案与解析.....	123
模拟试题(12)答案与解析.....	130
附录 A 2007 年硕士学位研究生入学资格考试数学试题 .....	137
附录 B 2007 年硕士学位研究生入学资格考试数学试题解析 .....	141

## 模拟试题(1)

本试题满分为 100 分,共 25 个选择题,每题 4 分.每小题所给出的 4 个选项中,只有一项是正确的.

1. 如果正整数  $n$  的 13 倍除以 10 的余数为 9,那么  $n$  的最末一位数字为 [ ].

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 5                      (D) 9

2. 一条长为 1200m 的道路的一边每隔 30m 立一根电线杆,另一边每隔 25m 栽一棵树,如果在马路入口与出口处刚好同时有电线杆与树相对而立,那么整条道路上两边同时有电线杆与树相对而立的地方共有 [ ] 处.

- (A) 7                      (B) 8                      (C) 9                      (D) 10

3. 一卡车从甲地驶向乙地,每小时行驶 60km.另一卡车从乙地驶向甲地,每小时行驶 55km.两车同时出发,在离中点 10km 处相遇,甲乙两地之间的距离为 [ ] km.

- (A) 115                      (B) 230                      (C) 345                      (D) 460

4. 设  $a, b$  是实数,则下列结论中正确的是 [ ].

- (A) 若  $a, b$  均是有理数,则  $a+b$  也是有理数  
(B) 若  $a, b$  均是无理数,则  $a+b$  也是无理数  
(C) 若  $a, b$  均是无理数,则  $ab$  也是无理数  
(D) 若  $a$  是有理数,  $b$  是无理数,则  $ab$  是无理数

5. 已知  $(1+2x)^n$  展开式中所有系数之和等于 81,则展开式中  $x^3$  项的系数等于 [ ].

- (A) 4                      (B) 8                      (C) 16                      (D) 32

6. 设某种证件的号码由 7 位数字组成,每个数字可以是数字 0, 1, 2, ..., 9 中的一个数字,则证件号码由 7 个完全不同的数字组成的概率是 [ ].

- (A)  $\frac{C_{10}^7}{10!}$                       (B)  $\frac{P_{10}^7}{10!}$                       (C)  $\frac{C_{10}^7}{10^7}$                       (D)  $\frac{P_{10}^7}{10^7}$

7. 函数  $y = \sqrt{x-1} + 1$  ( $x \geq 1$ ) 的反函数是 [ ].

- (A)  $y = x^2 - 2x + 2$  ( $x < 1$ )                      (B)  $y = x^2 - 2x + 2$  ( $x \geq 1$ )  
(C)  $y = x^2 - 2x$  ( $x < 1$ )                      (D)  $y = x^2 - 2x$  ( $x \geq 1$ )

8. 下列不等式中,并非对一切  $x \in \mathbb{R}_+, y \in \mathbb{R}_+$  成立的是[ ].

- (A)  $(x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$                       (B)  $x^3 + y^3 \geq 2xy^2$   
 (C)  $x^2 + y^2 + 2 \geq 2x + 2y$                       (D)  $\sqrt{|x-y|} \geq \sqrt{x} - \sqrt{y}$

9. 已知复系数的二次方程  $x^2 - 2ix + b = 0$  有实根,则在复平面上复数  $b$  对应的点的轨迹是[ ].

- (A) 圆                      (B) 椭圆                      (C) 双曲线                      (D) 抛物线

10. 已知  $a_1, a_2, a_3, \dots$  是各项为正数的等比数列,已知  $a_6 - a_4 = 24, a_1 a_7 = 64$ ,则其前 8 项的和等于[ ].

- (A) 256                      (B) 255                      (C) 86                      (D) 85

11. 一圆的圆心在直线  $y = -8$  上.该圆与坐标轴交于  $(3,0)$  和  $(9,0)$  点,则圆心到坐标原点的距离为[ ].

- (A) 8                      (B)  $8\sqrt{2}$                       (C) 10                      (D)  $10\sqrt{2}$

12. 设  $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\tan\alpha$  和  $\tan\beta$  是方程  $x^2 - 3\sqrt{3}x + 4 = 0$  的两个不等的实根,则  $\alpha + \beta$  等于[ ].

- (A)  $-\frac{\pi}{3}$                       (B)  $\frac{2\pi}{3}$                       (C)  $-\frac{\pi}{3}$  或  $\frac{2\pi}{3}$                       (D)  $-\frac{\pi}{3}$  或  $-\frac{2\pi}{3}$

13. 平面直角坐标系中, $O$  为坐标原点,已知两点  $A(3,1), B(-1,3)$ .若点  $C$  满足  $\vec{OC} = \alpha\vec{OA} + \beta\vec{OB}$ ,其中  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  且  $\alpha + \beta = 1$ ,则点  $C$  的轨迹方程为[ ].

- (A)  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$                       (B)  $3x + 2y - 11 = 0$   
 (C)  $2x - y = 0$                       (D)  $x + 2y - 5 = 0$

14. 若椭圆  $C: x^2 + ny^2 = 1 (n > 0)$  与直线  $l: y = 1 - x$  交于  $A, B$  两点,过原点与线段  $AB$  中点连线的斜率为 2,则椭圆  $C$  的焦点为[ ].

- (A)  $(-1,0)$  和  $(1,0)$                       (B)  $(0,-1)$  和  $(0,1)$   
 (C)  $(-\sqrt{2},0)$  和  $(\sqrt{2},0)$                       (D)  $(0,-\sqrt{2})$  和  $(0,\sqrt{2})$

15. 一个点到圆的最大距离是 12cm,最小距离是 8cm,则圆的半径是[ ]cm.

- (A) 2                      (B) 10                      (C) 2 或 10                      (D) 4 或 20

16.  $f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{x^2}$  存在是  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导的[ ].

- (A) 充分非必要条件                      (B) 必要非充分条件  
 (C) 充分必要条件                      (D) 既非充分条件又非必要条件

17.  $f(x)$  为可导函数, 它在  $x=0$  的某邻域内满足  $f(1+x) - 2f(1-x) = 3x + o(x)$ , 其中  $o(x)$  是当  $x \rightarrow 0$  时比  $x$  高阶的无穷小量, 则曲线  $y=f(x)$  在  $x=1$  处的切线方程为 [ ].

- (A)  $y=x+2$       (B)  $y=x+1$       (C)  $y=x-1$       (D)  $y=x-2$

18. 设  $\frac{d}{dx}f(\ln(x-1))=x$ , 则  $f(x)=[ ]$ .

- (A)  $-\frac{1}{2}x^2+c$       (B)  $\frac{1}{2}x^2+x+c$   
 (C)  $\frac{1}{2}\ln^2(x-1)+c$       (D)  $\frac{1}{2}e^{2x}+e^x+c$

19.  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续, 且  $f(x) > 0$ , 则  $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2)f(t)dt$  的单调性为 [ ].

- (A) 在  $(-\infty, +\infty)$  上单调增加  
 (B) 在  $(-\infty, +\infty)$  上单调减少  
 (C) 在  $(-\infty, 0)$  上单调增加, 在  $(0, +\infty)$  上单调减少  
 (D) 在  $(-\infty, 0)$  上单调减少, 在  $(0, +\infty)$  上单调增加

20. 已知  $x \ln x$  是  $f(x)$  的一个原函数, 且  $\int_1^e \frac{f(x)}{ax} dx = 1$ , 则  $a=[ ]$ .

- (A)  $\frac{3}{2}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C) 1      (D)  $\frac{1}{2}$

21. 曲线  $y=e^{-x} \sin x (0 \leq x \leq 3\pi)$  与  $x$  轴所围成的面积可表示为 [ ].

- (A)  $-\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$   
 (B)  $\int_0^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$   
 (C)  $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{\pi}^{2\pi} e^{-x} \sin x dx + \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$   
 (D)  $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin x dx - \int_{2\pi}^{3\pi} e^{-x} \sin x dx$

22. 若行列式  $\begin{vmatrix} 1 & a & -2 \\ 8 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 6 \end{vmatrix}$  的元素  $a_{21}$  的代数余子式  $A_{21}=10$ , 则  $a$  的值等于 [ ].

- (A) 0      (B) -3      (C)  $\frac{1}{3}$       (D) 无法确定



23. 已知  $A = B^2 - B$ , 其中

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}_{n \times n},$$

$n$  阶方阵  $A$  的秩为 [ ]

- (A) 0                      (B) 1                      (C)  $n-1$                       (D)  $n$

24. 设向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关, 向量  $\beta_1$  能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出, 向量  $\beta_2$  不能由  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性表出, 则必有 [ ].

- (A)  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  线性相关                      (B)  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  线性无关  
(C)  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$  线性相关                      (D)  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_2$  线性无关

25. 已知线性方程组  $Ax = b$  有两个不同的解  $\eta_1, \eta_2$ , 而  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  是其导出组  $Ax = 0$  的基础解系,  $k_1, k_2, k_3$  是任意常数, 则  $Ax = b$  的通解是 [ ].

- (A)  $k_1 \alpha_1 + k_2 (\alpha_1 + \alpha_2) + k_3 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}$   
(B)  $k_1 \alpha_1 + k_2 (\alpha_1 + \alpha_2) + k_3 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \frac{\eta_1 - \eta_2}{2}$   
(C)  $k_1 \alpha_1 + k_2 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + 3 \eta_1 - 2 \eta_2$   
(D)  $k_1 (\alpha_2 + \alpha_3) + k_2 (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + \eta_1$