证据决策

段新生 著

经济科学出版社

证据决策

段新生 著

经济科学出版社

一九九六年

责任编辑：陈捷
封面设计：王坦
版式设计：代小卫

证据决策

段新生　著

*

经济科学出版社出版、发行　新华书店经销

中央民族大学印刷厂印刷

*

850×1168毫米　32开　9.5印张　243000字

1996年4月第一版　1996年4月第一次印刷

印数：00001—1000册

ISBN 7-5058-0900-8/F·691 定价：13.70元

序

证据理论起源于六、七十年代，至今只有二三十年的时间。目前，在国内还没有看到一本比较全面地介绍证据理论的书。段新生在本书第一部分和第二部分中全面、系统地介绍了证据理论的基本内容及最新研究成果，这对于国内读者了解证据理论、学习证据理论、应用证据理论无疑是非常有意义的。特别是，本书第二部分将分散在一些杂志及会议录中的有关证据理论计算问题的文章有机地结合在一起，不仅为读者提供了一份系统、易读的材料，而且也为第三部分的证据决策模型的实现打下了坚实的基础。

目前，证据理论主要应用于人工智能与专家系统中不确定性的处理，而在其它领域中的应用却很少涉及。本书第三部分探讨了证据理论在决策制定中的应用，提出了证据决策的思想并给出了几种证据决策模型。这一研究拓宽了证据理论的应用范围，更重要的是为找到决策制定的新方法、为决策的科学化和民主化提供了新的有力手段。另外，所给模

型易操作、实用性强，对一个企业或政府如何作出正确的决策具有很强的指导作用。

总之，我认为，本书内容新，思想性强，既有学术研究价值，又有实践意义，是一本难得的好书。

黄孟藩

1995年9月6日

前　言

本书是国家自然科学基金项目“决策的信度函数模型的研究”的部分成果。全书讨论了证据理论在决策领域中的应用，得到了应用证据理论作决策的函数模型。

证据理论是由A.P.Dempster和G.Shafer共同创立的。因此人们也称证据理论为Dempster-Shafer理论（简称D-S理论）。Dempster在他60年代的一系列文章中建立了证据理论的一些基本概念。其后Shafer在他1976年的书中又进一步发展了这个理论，而且建立了该理论的一些术语和符号。现在人们普遍认为Shafer 1976年的书奠定了证据理论的数学基础。

证据理论在决策领域中的应用研究是作者一直从事的一项研究内容。在1993年的书中曾建立了应用证据理论作决策的一些基本思想和方法。现在，经过两年多的研究，这些思想和方法又得到了进一步的完善和加强，最终提出了证据决策的思想并给出了证据决策模型的基本框架。该项研究对于决策的科学化和民主化具有非常重要的意义。

本书共分三部分：

第一部分介绍了证据理论的基本内容。其中第一章是本书所用数学基础的一个简单回顾；第二章介绍了证据表示函数，即基本信度分配、信度函数、似真度函数、众信度函数及怀疑度函数等；第三章讨论了证据表示函数合成的 Dempster 法则，Dempster 法则是证据理论的核心内容；第四章给出了一些特殊类型的信度函数，这些函数特别适合于实际证据的表示；第五章讨论了框架的划分和信度函数的粗化的概念，为研究证据理论的计算问题奠定了基础；第六章介绍了信度函数及证据合成的一些实例。

第二部分讨论了证据理论的计算问题从而为证据决策模型的具体实现提供了理论依据。计算问题一直是证据理论不能走向实用的巨大障碍，现在这个问题不能说是得到了彻底解决，但是也可以说取得了很大发展。本书第二部分介绍了这方面的最新研究成果。其中第七章讨论了 Barnett 算法；第八章讨论了 Gordon 和 Shortliffe 算法；第九章讨论了 Shafer 和 Logan 算法；第十章讨论了 Shafer、Shenoy 和 Melloli 算法。

第三部分提出了证据决策的思想并给出了证据决策模

型的基本框架。其中，第十一章讨论了应用证据理论作决策的一般问题并给出了一个一般算法；第十二章给出了基于Barnett 算法的证据决策模型；第十三章给出了基于Shafer 和Logan 算法的证据决策模型；第十四章给出了基于信度函数传播的证据决策模型。

最后感谢国家自然科学基金委员会对本研究提供的支持，感谢课题组的全体同仁与作者所作的讨论及对本书所提的宝贵意见，感谢作者所在单位领导和全体同志们给作者提供了非常宽松、优越的研究环境，使得本研究得以顺利进行，感谢黄孟藩教授在百忙中审阅了全书并提出了大量宝贵的意见，感谢出版社的同志们为本书的出版所作的大量工作和辛勤劳动。

由于作者水平所限，时间仓促，书中缺点和错误在所难免，恳请专家和同行们给以指正。

作者

1995 年8 月18 日

作者简介

段新生，副教授，男，1963年8月生。1983年毕业于华北电力学院应用数学专业，获理学学士学位。1986年毕业于中国人民大学信息系计算机应用专业，获工学硕士学位。现在中国人民大学外国经济管理研究所、工商管理教育中心从事管理科学与政策科学的研究。

目　录

第一部分　证据理论的基本内容

第二部分 证据理论的计算问题

第三部分 证据决策模型

第一部分

证据理论的基本内容

第一章 预备知识

证据理论主要建立在集合论的基础上。

对于一个判决问题，假设我们所能认识到的所有可能的结果用集合Θ来表示，以后该集合将称为识别框架。那么，我们所关心的关于该判决问题的每一个命题都可以对应于Θ的一个子集。而任何两个命题的析取、合取和蕴含分别对应于这两个命题对应集合的并、交和包含，任何一个命题的否定对应于该命题对应集合的补。因此通过将命题转化为集合，我们可以将比较抽象的逻辑概念转化为比较直观的集合论概念。

集合论为我们提供了一种处理集合间关系的工具。应用集合论我们可以清楚地理解和描述证据理论。因此，本章首先介绍集合论的一些基本概念，为证据理论的建立打下坚实的基础。

1.1 集合及其运算

集合是数学中一个最原始的概念，不能确切定义，只能作一些说明。

所谓集合，是满足一定条件的若干个个体的汇集。这若干个体称为集合的元素。集合中元素的个数可以有限，也可以无限，如果有限，则称该集合为有限集，反之，则称为无限集。集合通常用大写英文字母$A, B, C, \ldots$或加一些合适的下标来表示，集合的元素通常用小写英文字母$a, b, c, \ldots$或加一些合适的下标表示。

集合的表示法基本上有三种。

一种是列举全部或部分元素的方法。用这种方法表示集合的一个首要前提是必须知道该集合的全部元素或它的元素的变化规律。将它的全部元素或有代表性的部分元素放到花括号中即可表示集合。例如，如果$a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots$是集合$A$的元素，那么可表示为$A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n,\ldots\}$。特别是如果$A$只包含$a_1,a_2,\ldots,a_n n$个元素，则表示为$A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$。在这种情况下，$A$为有限集。

另一种集合的表示方法是写出集合中的元素所满足的条件。例如，假设A是全体偶数的集合，则表示为

$A=\{a|a\text{是偶数}\}$

第三种集合表示的方法是将集合中的元素用一个能概括其特征的术语来表示。例如：$R=\{\text{实数}\}$。

如果一个元素a是某个集合A的元素，则称为a属于A（或A包含元素a），表示为$a\in A$。例如，$a\in\{a,b,c\}$。如果元素a不是某个集合A的元素，则称为a不属于A，表示为$a\notin A$。例如，$d\notin\{a,b,c\}$。对于一个集合来讲，某一个元素是否属于该集合应该能够作出明确的判断，否则该集合不能称其为集合。

对于两个集合A和B，如果集合A的元素都是集合B的元素，即$\forall a\in A$都有$a\in B$（$\forall$表示任意或任取），则称集合A是集合B的子集，集合B是集合A的超集，集合A包含于或含于集合B，集合B包含集合A或含集合A，表示为$A\subseteq B$或$B\supseteq A$，例如，$\{b,c\}\subseteq\{a,\ b,\ c\}$。如果集合$A$不包含于集合$B$，则表示为$A\nsubseteq B$或$B\nsupseteq A$。例如$\{a,d\}\nsubseteq\{a,b,c\}$。如果集合$A$包含于$B$，同时$B$也包含于$A$，即$A\subseteq B$，$B\subseteq A$，则称$A$与$B$相等，表示为$A=B$；反之称为$A$与$B$不等，表示为$A\neq B$。如果$A\subseteq B$并且$A\neq B$，则称$A$是$B$的真子集，$A$真包含于$B$，$B$真包含$A$，表示为$A\subset B$。因此，$A\subset B$当且仅当$A\subseteq B$并且至少存在一个元素$x$满足：$x\notin A$并且$x\in B$。例如$\{b,c\}\subset\{a,b,c\}$。

一个元素也不包含的集合称为空集，用$\emptyset$来表示。因此，

$\emptyset = \{\}$ 。我们规定空集$\emptyset$ 包含于所有集合中，也就是说对任意集合A，$\emptyset \subseteq A$ 。

一个集合也可以作为另外集合的元素，或者说一个集合的元素也可以是另外的集合。对于一个集合A，我们称集合$B = \{C|C \subseteq A\}$ 是集合A 的幂集，表示为2^A。例如，$2^{\{a,b,c\}} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}\}$。集合$A$ 的幂集是A 的所有子集的集合。

如果A 和B 是两个集合，那么我们称属于A 并且属于B 的元素构成的集合为A 与B 的交集，属于A 或者属于B 的元素构成的集合为A 与B 的并集，属于A 并且不属于B 的元素构成的集合为A 与B 的差集。分别记为$A \cap B$，$A \cup B$，$A - B$。即

$$A \cap B = \{x|x \in A\text{并且}x \in B\}$$

$$A \cup B = \{x|x \in A\text{或者}x \in B\}$$

$$A - B = \{x \in A \text{ 并且}x \notin B\}$$

例如，

$$\{a,b,c\} \cap \{c,d\} = \{c\}$$
$$\{a,b,c\} \cup \{c,d\} = \{a,b,c,d\}$$
$$\{a,b,c\} - \{a,c\} = \{b\}$$
$$\{a,b,c\} - \{d,e,f,g\} = \{a,b,c\}$$

特别是，当我们的研究范围局限于某个特定的集合Θ 时Θ 与Θ 的子集A 的差集$\Theta - A$ 也表示为$\overline{A}$，或者A^c，或者$\neg A$，并称为集合A 关于集Θ 的补集，简称为A 的补。注意，$\overline{\overline{A}} = A$ 。

如果两个集合A 和B 没有公共元素，即它们的交集为空集，$A \cap B = \emptyset$，那么称A 与B 不交。

如果两个集合A 与B 不是不交（交集为C），即如果$A \cap B \neq \emptyset (A \cap B = C)$，那么称$A$ 与B 相交（交于C）。

只包含一个元素的集合$\{a\}$ 称为单点集。

集合运算满足下列性质：

(1)分配律

$$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$$

$$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$$

(2)幂等律

$$A\cup A=A$$

$$A\cap A=A$$

(3)交换律

$$A\cup B=B\cup A$$

$$A\cap B=B\cap A$$

(4)结合律

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$$

$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)$$

(5)吸收律

$$A\cap(A\cup B)=A$$

$$A\cup(A\cap B)=A$$

(6)德·摩尔根律

$$A-(B\cup C)=(A-B)\cap(A-C)$$

$$A-(B\cap C)=(A-B)\cup(A-C)$$

(7)以下条件等价

(i) $A\subseteq B$

(ii) $\overline{A}\supseteq\overline{B}$

(iii) $A\cap\overline{B}=\emptyset$

(iv) $\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A}$

(8)$A\not\subseteq B$ 当且仅当 $A\cap\overline{B}\neq\emptyset$

集合的并、交、差、补等运算的性质还有许多，在此不再列举，读者可参看有关书籍。