1978～1985·1987～1994

# 研究生入学考试数学试题选解

欧维义　陈璇艳

吉林大学出版社

# 1978—1985、1987—1994
# 研究生入学考试数学试题选解

欧维义　陈璇艳

吉林大学出版社

1978—1985　1987—1994
研究生入学考试数学试题选解
欧维义　陈璇艳

责任编辑、责任校对：陈维钧　　封面设计：张冰沉

吉林大学出版社出版　　吉林大学出版社发行
（长春市东中华路 29 号）　　吉林农业大学印刷厂印刷

开本：787×1092 毫米　1/16　　1994 年 7 月第 1 版
印张：37.625　　1994 年 7 月第 1 次印刷
字数：865 千字　　印数：1—5100 册

ISBN 7—5601—1599—3/O·184　　定价：24.00 元

# 前　言

本书以 1987—1994 年全国工学、经济学硕士研究生入学考试数学试题为基础，同时精选了 1978—1985 年全国各院校硕士研究生入学试题的部分考题，它具有如下的特点：

1. 题目类型齐全．本书重点是汇编 1987—1994 年的新题型，因此它突出地反映了近年来研究生入学考试对考生的要求；其中收入的 1978—1985 年的题型选自几十所院校和科学院系统．因此，新老题型汇总在一起，较完整地反映出各类学校、不同专业的要求．所以，考生能够根据自己的需要，选择复习重点；

2. 简明、针对性强．考生如能按照我们的题型进行复习，既可以把握重点，掌握解题思想和方法，达到事半功倍的复习效果；

3. 本书有考察考生基础知识、基础理论方面的试题，又有考察考生分析问题、解决问题能力方面的试题．因此，它体现了数学课程的较高要求．所以，它不仅是学生学习数学的良师益友，而且也是一本有价值的教学参考书．

4. 由于篇幅的限制，这次我们没有收集数学试题 1、数学试题 4、数学试题 5 中所包含的复变函数和数理统计方面的考题，对填空题和选择题中出现的数理统计方面的题目也未作注解．

# 目　　录

# 第一章　填空题与选择题

在以下的填空题中，将答案填入横线上空白处（不填解题过程），填对得 3 分；不填或填错一律得 0 分．在以下的选择题中，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．把所选项前的字母填在题后的括号内．每个小题选对给 3 分，不选、选错或选出的代号超过一个一律得 0 分．

## §1　1987 年填空题与选择题

### 1.1　1987 年的填空题

1.　数学试题 1、数学试题 2 的填空题

(1)　与两直线 $\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases}$ 及 $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$

平行，且过原点的平面方程为 $\underline{x-y+z=0}$．

*注解*　设所求的平面为 $\pi$，并把两直线分别记成

$$l_1:\begin{cases} x=1 \\ y=-1+t \\ z=2+t \end{cases} \quad l_2:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$$

如果把直线 $l_1$ 的方程改写为

$$\begin{cases} x-1=0 \\ y-z+3=0 \end{cases}$$

即知直线 $l_1$ 的方向向量 $\tau_1$ 可取为

$$\tau_1=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}=\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}=\{0,1,1\}$$

又直线 $l_2$ 的方向向量 $\tau_2=\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}=\{1,2,1\}$．于是向量

$$\boldsymbol{n}=\tau_1\times\tau_2=\begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}=\{-1,1,-1\}$$

垂直于平面 $\pi$．故所求的平面过原点 $(0,0,0)$，且以 $\boldsymbol{n}=\{-1,1,-1\}$ 为法向量，于是它的方程为 $x-y+z=0$．

(2)　当 $x=\underline{-\frac{1}{\ln 2}}$ 时，函数 $y=x2^x$ 取得极小值．

*注解*　显然函数 $y=x2^x$ 于 $(-\infty,+\infty)$ 内无穷次可导，又 $y'=2^x(1+x\ln 2)$．解方程

$y'=0$ 得 $x_0=\frac{-1}{\ln 2}$. 即 $x_0$ 是函数 $y(x)=x2^x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内的唯一驻点.

又当 $x<x_0$ 时, $y'<0$; 当 $x>x_0$ 时, $y'>0$. 故 $x=x_0$ 时, 函数 $y=x2^x$ 取极小值.

(3) 由曲线 $y=\ln x$ 与两直线 $y=(e+1)-x$ 及 $y=0$ 所围成的平面图形的面积是 $\underline{\frac{3}{2}}$.

*注解* 根据题意要求面积的图形为图 1.1 中的阴影部分. 对 $y$ 积分知所求的面积

$$S=\int_0^1(e+1-y-e^y)\mathrm{d}y=\frac{3}{2}$$

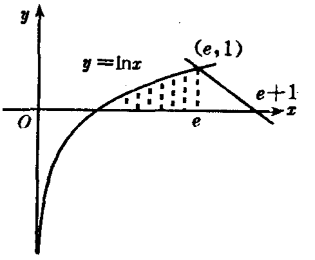


图 1.1

(4) 设 $L$ 为取正向的圆周 $x^2+y^2=9$, 则曲线积分

$$\oint_L(2xy-2y)\mathrm{d}x+(x^2-4x)\mathrm{d}y$$

值是 $\underline{-18\pi}$.

*注解* 对所论积分应用场论中的格林公式

$$\oint_L P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y=\iint_D\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

得到所求积分的值

$$\begin{aligned}I&=\iint_{x^2+y^2\leqslant 9}\left[\frac{\partial}{\partial x}(x^2-4x)-\frac{\partial}{\partial y}(2xy-2y)\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\\&=-\iint_{x^2+y^2\leqslant 9}2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=-18\pi\end{aligned}$$

(5) 已知三维线性空间的一组基底为 $\alpha_1=(1,1,0)'$, $\alpha_2=(1,0,1)'$, $\alpha_3=(0,1,1)'$, 则向量 $\beta=(2,0,0)'$ 在上述基底下的坐标是 $\underline{(1,1,-1)}$.

*注解* 注意到

$$(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}+1&1&-1\\1&-1&1\\-1&1&1\end{pmatrix}$$

则由

$$\boxed{\beta=(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}}$$

可得

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}=(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3)^{-1}\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$$

**2. 数学试题 3 的填空题**

(1) 设 $y=\ln(1+ax)$ 其中 $a$ 为非零常数, 则

$$\underline{y'=\frac{a}{1+ax}}\qquad\qquad \underline{y''=\frac{-a^2}{(1+ax)^2}}$$

(2) 曲线 $y=\operatorname{arctg}x$ 在横坐标为 1 的点处的切线方程是 $\underline{y-\frac{\pi}{4}=\frac{1}{2}(x-1)}$；法线方程是 $\underline{y-\frac{\pi}{4}=-2(x-1)}$.

(3) 定积分中值定理的条件是 $\underline{f(x)\text{在}[a,b]\text{上连续}}$，结论是在 $[a,b]$ 内至少有一点 $\xi$ 使 $\underline{\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(\xi)(b-a)}$.

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-2}{n+1}\right)^n=\underline{e^{-3}}$. *

(5) $\int f'(x)\mathrm{d}x=\underline{f(x)+C}$

$\int_a^b f'(2x)\mathrm{d}x=\underline{\frac{1}{2}[f(2b)-f(2a)]}$

## 1.2 1987 年的选择题

### 1. 数学试题 1、数学试题 2 的选择题

(1) 设常数 $k>0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k+n}{n^2}$

(A) 发散. (B) 绝对收敛.

(C) 条件收敛. (D) 收敛或发散与 $k$ 的取值有关.

答：(C)

*注解* 因为级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k}{n^2}$ 绝对收敛；$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n}$ 条件收敛，故其和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{k+n}{n^2}$ 条件收敛.

(2) 设 $f(x)$ 为已知连续函数

$$I=t\int_0^{\frac{s}{t}}f(tx)\mathrm{d}x$$

其中 $t>0,s>0$，则 $I$ 的值

(A) 依赖于 $s$ 和 $t$. (B) 依赖于 $s,t,x$.

(C) 依赖于 $t$ 和 $x$，不依赖于 $s$. (D) 依赖于 $s$，不依赖于 $t$.

答：(D)

*注解* 对所给定积分，作变量变换，即见(D)成立.

(3) 设 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$，则在点 $x=a$ 处

(A) $f(x)$ 的导数存在，且 $f'(a)\neq 0$. (B) $f(x)$ 取得极大值.

(C) $f(x)$ 取得极小值. (D) $f(x)$ 的导数不存在.

答：(B)

*注解* 由题的假设知，

$$\lim_{x\to a-0}\frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1,\quad \lim_{x\to a+0}\frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}=-1$$

---

* 本章关于极限的填空题、选择题，其注解都放在第二章的填空题与选择题中.

根据极值~~极限~~的性质推出，当无论 $x>a$ 或 $x<a$，只要 $x$ 充分靠近 $x=a$ 时，都有

$$\frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}<0$$

于是，存在 $\delta>0$，使

$$f(x)<f(a) \qquad \text{当 } 0<|x-a|<\delta$$

故 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处取极大值.

(4) 设 $A$ 为 $n$ 阶方阵，且 $A$ 的行列式 $|A|=a\neq0$，而 $A^*$ 是 $A$ 的伴随矩阵，则 $|A^*|$ 等于

(A) $a$.　　(B) $\frac{1}{a}$.

(C) $a^{n-1}$.　　(D) $a^n$.

答：(C)

注解　按设 $A^{-1}$ 存在，并且

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}A^*,\qquad A^*A=\begin{pmatrix}|A| & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & |A|\end{pmatrix}$$

此于上面第二个等式的两端取行列式，得

$$|A^*||A|=|A|^n$$

因此 $|A^*|=|A|^{n-1}$.

**2.　数学试题 3 的选择题**

(1)　$f(x)=|x\sin x|e^{\cos x}\quad(-\infty<x<+\infty)$ 是

(A) 有界函数.　　(B) 单调函数.

(C) 周期函数.　　(D) 偶函数.

答：(D)

(2)　函数 $f(x)=x\sin x$

(A) 当 $x\to\infty$ 时为无穷大.　　(B) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界.

(C) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界.　　(D) 当 $x\to\infty$ 时有有限极限.

答：(C)

(3)　设 $f(x)$ 在点 $x=a$ 处可导，则

$$\lim_{x\to0}\frac{f(a+x)-f(a-x)}{x}$$

等于

(A) $f'(a)$.　　(B) $2f'(a)$.

(C) 0.　　(D) $f'(2a)$.

答：(B)

注解

$$\text{原式}=\lim_{x\to a}\left[\frac{f(a+x)-f(a)}{x}+\frac{f(a-x)-f(a)}{-x}\right]$$

根据导数的定义，即见(B)成立.

(4) 与1的(2)相同.

**3. 数学试题4、数学试题5的选择题**

(1) 函数____在其定义域内连续.

(A) $f(x)=\frac{1}{x}$　　(B) $f(x)=\begin{cases}\sin x, & x\leqslant 0\\ \cos x, & x>0\end{cases}$

(C) $f(x)=\begin{cases}x+1, & x<0\\ 0, & x=0\\ x-1, & x>0\end{cases}$　　(D) $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{|x|}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$

答:(A)

(2) 广义积分____是收敛的.

(A) $\int_e^{+\infty}\frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$.　　(B) $\int_e^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x\ln x}$.

(C) $\int_e^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x(\ln x)^2}$.　　(D) $\int_e^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x(\ln x)^{1/2}}$.

答:(C)

(3) 若函数$f(x)$在区间$(a,b)$内可导,$x_1$和$x_2$是区间$(a,b)$内任意两点$(x_1<x_2)$,则至少存在一点$\xi$,使__________.

(A) $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$,其中$a<\xi<b$.

(B) $f(b)-f(x_1)=f'(\xi)(b-x_1)$,其中$x_1<\xi<b$.

(C) $f(x_2)-f(x_1)=f'(\xi)(x_2-x_1)$,其中$x_1<\xi<x_2$.

(D) $f(x_2)-f(a)=f'(\xi)(x_2-a)$,其中$a<\xi<x_2$.

答:(C)

*注解*　对函数$y=f(x)$在$[a,b]$上应用拉格朗日中值定理,须要求:$f(x)$在$[a,b]$上连续;$f(x)$在$(a,b)$内可导.

(4) 假设$A$是$n$阶方阵,其秩$r<n$,那么在$A$的$n$个行向量中________.

(A) 必有$r$个行向量线性无关.

(B) 任意$r$个行向量线性无关.

(C) 任意$r$个行向量都构成极大线性无关向量组.

(D) 任何一个行向量都可以由其他$r$个行向量线性表出.

答:(A)

(5) 对于任意二事件$A$和$B$,有$\mathrm{P}(A-B)=$______

(A) $\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)$.　　(B) $\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(B)+\mathrm{P}(AB)$.

(C) $\mathrm{P}(A)-\mathrm{P}(AB)$.　　(D) $\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(AB)$.

答:(C)

(6) 若二事件$A$和$B$同时出现的概率$\mathrm{P}(AB)=0$,则______.

(A) $A$和$B$不相容(相斥).　　(B) $AB$是不可能事件.

(C) $AB$未必是不可能事件.　　(D) $\mathrm{P}(A)=0$或$\mathrm{P}(B)=0$.

答:(C)

4. 数学试题 4(10 分) **判断下列各题中的结论是否正确**:您认为结论正确,在括号内打"✓",否则打"×".(每小题,回答正确得 2 分,回答错误得−1 分,不回答得 0 分;全题最低得 0 分).

(1) $\lim\limits_{x\to 0} e^{\frac{1}{x}}=\infty$. ………………………………………………………… (×)

注解 注意 $\lim\limits_{x\to -0} e^{\frac{1}{x}}=0$, $\lim\limits_{x\to +0} e^{\frac{1}{x}}=+\infty$.

(2) $\int_{-\pi}^{\pi} x^4\sin x\,dx = 0$. ……………………………………………………… (✓)

注解 奇函数在对称区间上的积分为 0.

(3) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 和 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 均发散,则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$ 也必发散. ………… (×)

注解 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n}\right)$ 都发散,但它们之和收敛.

(4) 假设 $D$ 是矩阵 $A$ 的 $r$ 阶子式,且 $D\neq 0$,但含 $D$ 的一切 $r+1$ 阶子式都等于 0. 那么矩阵 $A$ 的一切 $r+1$ 阶子式都等于 0. ……………………………………………… (✓)

注解 按设知矩阵 $A$ 的秩为 $r$,故 $A$ 的一切 $r+1$ 阶子式都等于零.

(5) 连续型随机变量取任何给定实数值的概率都等于 0. ……………………… (✓)

5. 数学试题 5(10 分) **判断下列各题中的结论是否正确**:您认为结论正确,在括号内打"✓",否则打"×".(每小题,回答正确得 2 分,回答错误得−1 分,不回答得 0 分;全题最低得 0 分).

(1)、(2)、(5)与 4 题(1)、(2)、(5)相同;

(3) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内严格单调增加,则对于区间 $(a,b)$ 内的任何一点 $x$,有 $f'(x)>0$. ……………………………………………………………………………… (×)

注解 函数 $f(x)=x^3$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上严格单调增加,但在点 $x=0$ 处有 $f'(0)=3x^2|_{x=0}=0$.

(4) 若 $A$ 为 $n$ 阶方阵,$k$ 为常数,而 $|Ak|$ 和 $|kA|$ 为矩阵 $A$ 和矩阵 $kA$ 的行列式,则 $|kA|=k|A|$. ……………………………………………………………………………… (×)

注解 按数乘矩阵的定义,知 $|kA|=k^n|A|$.

## §2 1988 年的填空题与选择题

### 2.1 1988 年的填空题

1. 数学试题 1、数学试题 2 的填空题

(1) 若 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty} t\left(1+\frac{1}{x}\right)^{2tx}$,则 $\underline{f'(t)=(2t+1)e^{2t}}$.

注解

$$f(t)=\lim_{x\to\infty} t\exp\left\{2t\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right\}=te^{2t}$$

$$f'(t)=(2t+1)e^{2t}$$

(2) 设 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，它在区间 $(-1,1]$ 上的定义为

$$f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\leqslant 0,\\ x^3, & 0<x\leqslant 1,\end{cases}$$

则 $f(x)$ 的付立叶(Fourier)级数在 $x=1$ 处收敛于$\underline{\frac{3}{2}}$.

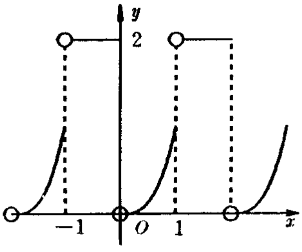


图 1.2

注解 Fourier 级数的收敛定理说，对每个 $x\in(-\infty,+\infty)$，$f(x)$ 的 Fourier 级数

$$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x+b_n\sin n\pi x)$$
$$=\frac{f(x-0)+f(x+0)}{2}$$

如 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上的图 1.2 所示

$$f(1-0)=\lim_{x\to 1-0}f(x)=1,\quad f(1+0)=\lim_{x\to 1+0}f(x)=2$$

因此，$f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x=1$ 处收敛于$\frac{[f(1-0)+f(1+0)]}{2}=\frac{3}{2}$

(3) 设 $f(x)$ 是连续函数，且 $\int_0^{x^3-1}f(t)\mathrm{d}t=x$，则 $f(7)=\underline{\frac{1}{12}}$.

注解 根据带参变量积分的求导公式

$$\left(\int_{a(t)}^{b(t)}f(x,t)\mathrm{d}x\right)'=\int_{a(t)}^{b(t)}f'_t(x,t)\mathrm{d}x+f(b(t),t)b'(t)-f(a(t),t)a'(t)$$

于等式 $\int_0^{x^3-1}f(t)\mathrm{d}t=x$ 两端对 $x$ 求导得

$$f(x^3-1)3x^2=1$$

在上式中令 $x=2$，得 $f(7)=\frac{1}{12}$.

(4) 设 $4\times4$ 矩阵 $A=(\alpha,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$，$B=(\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4)$，其中 $\alpha,\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4$ 均为 4 维列向量，且已知行列式 $|A|=4$，$|B|=1$，则行列式 $|A+B|=$___40___.

注解 注意

$$|A+B|=|\alpha+\beta,2\gamma_2,2\gamma_3,2\gamma_4|=8|\alpha+\beta,\gamma_2,\gamma_3,\gamma_4|=8(|A|+|B|)$$

**2. 数学试题 3 的填空题**

(1) 若 $f(x)=\begin{cases}e^x(\sin x+\cos x), & x>0,\\ 2x+a, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的连续函数，则 $a=$___1___.

(2),(3) 与 1 题的(2),(3)相同.

(4) $\lim\limits_{x\to+0}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\mathrm{tg}x}=\underline{\ 1\ }$

(5) $\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=\underline{2(e^2+1)}$

注解 在变量变换 $\sqrt{x}=y$ 下，并利用定积分的分部积分公式，有

$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int_0^2 ye^y\mathrm{d}y=2(e^2+1)$$

3. 数学试题4、数学试题5的填空题(满分12分)

(一) 已知函数 $f(x)=\int_0^x e^{-\frac{1}{2}t^2}dt, \quad -\infty<x<+\infty$

(1) $f'(x)=$ $\underline{e^{-\frac{1}{2}x^2}}$;

(2) $f(x)$的单调性：$\underline{\quad 单调增加 \quad}$;

(3) $f(x)$的奇偶性：$\underline{\quad 奇函数 \quad}$;

(4) $f(x)$图形的拐点：$\underline{\quad (0,0) \quad}$;

(5) $f(x)$图形的凹凸性：$\underline{x<0\text{ 时上凹(下凸)},x>0\text{ 时下凹(上凸)}}$;

(6) $f(x)$图形的水平渐近线：$\underline{y=\sqrt{\frac{\pi}{2}},\ y=-\sqrt{\frac{\pi}{2}}}$.

*注解* 因为 $f(x)$ 是由连续函数 $G(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$ 变动积分上限的函数

$$f(x)=\int_0^x G(t)dt=\int_0^x e^{-\frac{1}{2}t^2}dt$$

所以有 $f'(x)=e^{-\frac{1}{2}x^2}$. 于是在 $(-\infty,+\infty)$ 上严格单调增加. 又

$$f(-x)=\int_0^{-x}e^{-\frac{1}{2}t^2}dt=-\int_0^x e^{-\frac{1}{2}y^2}dy=-f(x)$$

即 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的奇函数.

因为 $f''(x)=-xe^{-\frac{1}{2}x^2}$. 所以当 $x<0$ 时，$f''(x)>0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内上凹(下凸)；当 $x>0$ 时，$f''(x)<0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 内下凹(上凸). 并且 $(0,0)$ 点是曲线 $y=f(x)$ 的图形的拐点.

注意到

$$\left(\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}x^2}dx\right)^2=\int_0^{+\infty}\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}dxdy$$

$$=\int_\theta^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}r^2}rdr=-\frac{\pi}{2}\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}r^2}d(-\frac{1}{2}r^2)=\frac{\pi}{2}$$

即

$$\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}x^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

于是有

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\int_0^{+\infty}e^{-\frac{1}{2}x^2}dx=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}f(-x)=-\lim_{x\to\infty}f(x)=-\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

从而当 $x\to+\infty$ 时，有水平渐近线 $y=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$；当 $x\to-\infty$ 时，有水平渐近线 $y=-\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

(二) $\begin{vmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\\0&1&1&1\end{vmatrix}=\underline{\quad -3 \quad}$.

(三) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \underline{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}$

(四) 假设 $P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.7$ .那么

(1) 若 $A$ 与 $B$ 互不相容,则 $P(B)=$ __0.3__；

(2) 若 $A$ 与 $B$ 相互独立,则 $P(B)=$ __0.5__；.

**2.2 1988 年的选择题**

1. 数学试题 1、数学试题 2 的选择题

(1) 若函数 $y=f(x)$ 有 $f'(x_0)=\frac{1}{2}$,则当 $\Delta x\to 0$ 时,该函数在 $x=x_0$ 处的微分 $dy$ 是

(A) 与 $\Delta x$ 等阶的无穷小.　　(B) 与 $\Delta x$ 同阶的无穷小.

(C) 比 $\Delta x$ 低阶的无穷小.　　(D) 比 $\Delta x$ 高阶的无穷小.

答:(B)

注解　根据题设 $dy=f'(x_0)\Delta x=\frac{1}{2}\Delta x$ ,$dy$ 与 $\Delta x$ 为同阶无穷小.

(2) 设 $y=f(x)$ 是方程 $y''-2y'+4y=0$ 的一个解,若 $f(x_0)>0$,且 $f'(x_0)=0$,则函数 $f(x)$ 在点 $x_0$

(A) 取得极大值.　　(B) 取得极小值.

(C) 某个邻域内单调增加.　　(D) 某个邻域内单调减少.

答:(A)

注解　由 $f(x)$ 满足方程及题中的假设条件,可推出

$$f'(x_0)=0,\qquad f''(x_0)<0$$

故 $f(x)$ 在 $x_0$ 点取得极大值.

(3) 设有空间区域

$$\Omega_1:\quad x^2+y^2+z^2\leqslant R^2,\quad z\geqslant 0;$$
$$\Omega_2:\quad x^2+y^2+z^2\leqslant R^2,\quad x\geqslant 0, y\geqslant 0, z\geqslant 0,$$

则

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} x\,dv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} x\,dv$.　　(B) $\iiint\limits_{\Omega_1} y\,dv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} y\,dv$.

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} z\,dv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} z\,dv$.　　(D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\,dv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xyz\,dv$.

答:(C)

(4) 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处收敛,则此级数在 $x=2$ 处

(A) 条件收敛.　　(B) 绝对收敛.

(C) 发散.　　(D) 收敛性不能确定.

答:(B)