高等学校教材经典同步辅导丛书经管类
配清华大学出版社《运筹学》第三版 《运筹学》教材编写组 编

运筹学

清华 第三版

同步辅导及习题全解

华腾教育教学研究中心
丛书主编 清华大学 何联毅
本书主编 清华大学 曾 捷

◈紧扣教材 ◈知识精讲 ◈习题全解
◈应试必备 ◈联系考研 ◈网络增值

中国矿业大学出版社

高等学校教材经典同步辅导丛书

运筹学

同步辅导及习题全解

华腾教育教学与研究中心
丛书主编　清华大学　何联毅
本书主编　清华大学　曾　捷

中国矿业大学出版社

内容提要

本书是清华大学出版社出版,《运筹学》教材编写组编的《运筹学》(第三版)教材的配套辅导书。全书由课程学习指南、知识点归纳、典型例题与解题技巧、历年考研真题评析、课后习题全解及考研考试指导等部分组成,旨在帮助读者掌握知识要点,学会分析问题和解决问题的方法技巧,并且提高学习能力及应试能力。

本书可供高等院校运筹学课程的同步辅导使用,也可作为研究生入学考试的复习资料,同时可供本专业教师及相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学同步辅导及习题全解/曾捷主编.一徐州:中国矿业大学出版社,2006.8

(高等学校教材经典同步辅导丛书)

ISBN 7-81107-401-X

Ⅰ.运… Ⅱ.曾… Ⅲ.运筹学一高等学校一教学参考资料 Ⅳ.O22

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第086921号

书　　名	运筹学同步辅导及习题全解
主　　编	曾　捷
责任编辑	罗　浩
选题策划	孙怀东
特约编辑	王丽娜
出版发行	中国矿业大学出版社
印　　刷	北京市昌平百善印刷厂
经　　销	新华书店
开　　本	787×1092　1/16　**本册印张** 19.25　**本册字数** 469千字
印　　次	2007年8月第1版第2次印刷
总 定 价	110.80元

(图书出现印装质量问题,本社负责调换)

高等学校教材
经典同步辅导丛书编委会

前 言

PREFACE

《运筹学》是经济管理类专业重要的基础课之一，也是报考该类专业硕士研究生的专业考试课程之一。

《运筹学》教材编写组编的《运筹学》(第三版)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材，被全国许多院校采用。

为了帮助读者更好地学习这门课程，掌握更多知识，我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《运筹学同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念，掌握基本知识，学会基本解题方法与解题技巧，进而提高应试能力。本书作为一种辅助性的教材，具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性的特点。

运筹学作为一门经管课程，体现的是最优、最好的思想，对运筹思想的掌握，可以提高一个人的组织、协调和控制能力。这对于经管专业的学生是尤为重要的。

运筹学课程具有很强的理论性和系统性，需要一定的理论分析能力与逻辑思维能力，因此在学习本课程之前最好有计划地进行适当预习，并了解一下相关理论的发展历程，对所学的课程有一个体系性的把握。同时本课程又是一门指导性的学科，对它的掌握直接关系到经管专业的其他课程。

考虑到《运筹学》这门课程的特点，我们在内容上做了以下安排：

1. 课程学习指南　从该课程的知识体系出发，对各个章节在全书的位置，以及与其他章节的联系作了简明扼要的阐述，使学习更有重点。

2. 知识点归纳　串讲概念，总结性质和定理，使得知识全面系统，便于掌握。

3. 典型例题与解题技巧　精选各类题型，涵盖本章所有重要知识点，对题目进行深入、详细的讨论与分析，并引导学生思考问题、能够举一反三，拓展思路。

4. 历年考研真题评析　精选历年考研真题进行深入的讲解。

5. 课后习题全解　本书给出了《运筹学》教材编写组编的《运筹学》(第三版)各章课后习题的答案。我们不仅给出了详细的解题过程，而且对有难度或综合性较强的习题做了分析和小结，从而更好地帮助学生理解掌握每一知识点。

6. 考研考试指导　首先归纳了本课程的考研考点，然后精选了清华大学等名校的最新考研考试试题并给出了参考答案，以帮助学生顺利通过相关考试。

本书在编写时参考了大量的优秀教材和权威考题。在此，谨向有关作者和所

选考试、考研试题的命题人以及对本书的出版给予帮助和指导的所有老师、同仁表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,本书难免出现不妥之处,恳请广大读者批评指正。

联系我们

华腾教育网:
http://www.huatengedu.com.cn

电子邮件:
huateng@huatengedu.com

华腾教育教学与研究中心

目录

CONTENTS

课程学习指南

运筹学是经济管理类专业必修的一门核心理论基础课,也是以后继续深化系统学习运筹理论的基础,同时也是经济管理类各专业硕士研究生入学考试的必考科目。

学习运筹学课程的目的是了解掌握运筹学的基本理论,进而提高自己解决实际问题的能力。在社会经济高速发展的今天,运筹学在工程方面的应用越来越普遍。

运筹学课程具有很强的理论性和系统性,需要一定的理论分析能力与逻辑思维能力,因此在学习本课程之前最好有计划地进行适当预习,并了解一下相关理论的发展历程,对所学的课程有一个体系性的把握。同时,本课程又是一门指导性的学科,对它的掌握直接关系到经管专业的其他课程。

高等数学 线性代数	⇒	运筹学	⇒	高等运筹学 运筹系统模拟

本书加上绪论共十八章,可分为十一个部分。第一部分为绪论,主要介绍运筹学的一些相关情况。第二部分为第 2、3、4 章,主要介绍线性规划与目标规划。第三部分为第 5 章,主要介绍整数规划。第四部分为第 6、7 章,主要介绍非线性规划。第五部分为第 8、9 章,主要介绍动态规划。第六部分为第 10、11 章,主要介绍图与网络分析。第七部分为第 12 章,主要介绍排队论。第八部分为第 13 章,主要介绍存储论。第九部分为第 14 章,主要介绍对策论。第十部分为第 15、16 章,主要介绍决策论。第十一部分为第 17 章,主要介绍启发式方法。

运筹学是一门逻辑性很强的课程,因此学习这门课程有一定难度。为了学好这门课程,建议在学习过程中应按以下方法学习:

1. 理解掌握基本概念与定理,掌握基本方法。

2. 注意理论前后发展的系统性与关联性,做到融会贯通。

3. 要注意应用所学的理论分析实际问题,做到理论与实际相结合。

4. 要养成综合分析,认真思考的良好学习习惯。

此外,为了帮助学生在考研、期末考试等考试中取得良好成绩,我们提出以下建议:

1. 勤动脑、爱思考。将课程中所学的理论知识与实际问题相结合,认识到知识的力量在应用实践。

2. 多阅读、善分析。要重点阅读一些运筹学方面的书籍,提高自己的分析能力及综合理论素质,并归纳总结解题的思维方法,做到学为所用,举一反三。

第一章 线性规划与单纯形法

知识点归纳

一、线性规划的实际模型

1. 规划问题数学模型三个要素

(1) 决策变量:问题中要确定的未知量,可由决策者决定和控制。

(2) 目标函数:max z 或 min z(是决策变量的线性函数)。

(3) 约束条件:满足于含决策变量的线性等式或线性不等式。

2. 线性规划问题的数学模型

(1)一般形式

目标函数: $$\max(\text{或}\min)\ z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$$

约束条件: $$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\leqslant(=,\geqslant)b_j, & i=1,2,\cdots,m\\ x_j\geqslant 0, & j=1,2,\cdots,n\end{cases}$$

其中 $x_j(j=1,2,\cdots,n)$为决策变量,$a_{ij}(i=1,2,\cdots,m;j=1,2,\cdots,n)$为工艺系数,$b_i(i=1,2,\cdots,m)$为资源系数,$c_j(j=1,2,\cdots,n)$为价值系数。

(2) 标准型式

$$\max z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j \qquad ①$$

$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j=b_i, & i=1,2,\cdots,m \qquad ②\\ x_j\geqslant 0, & j=1,2,\cdots,n \qquad ③\end{cases}$$

3. 数学模型化为标准型

(1)若目标函数实现最小化,则

$$\min z=-\max z'(\text{令 } z'=-z)$$

(2)若约束方程为不等式,则

①若约束方程为“≤”不等式

左端+松驰变量(≥0)=右端

②若约束方程为“≥”不等式

左端-剩于变量(≥0)=右端

(3)若存在取值无约束的变量 $x_k(1\leqslant k\leqslant n)$，则在标准型中

$$x_k=x_k'-x_k''(其中\ x_k',x_k''\geqslant 0)$$

二、了解线性规划的解及其几何意义

1. 线性规划的解

(1)可行解：凡满足线性规划约束条件②和③的解称为可行解。

(2)最优解：使目标函数①达到最大值的可行解称为最优解。

(3)基：设 $\boldsymbol{A}$ 是约束方程组②的 $m\times n$(设 $n>m$)维系数矩阵，其秩为 m，$\boldsymbol{B}$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中 $m\times m$ 阶非奇异子矩阵($|\boldsymbol{B}|\neq 0$)，则称 $\boldsymbol{B}$ 是线性规划问题的一个基。

(4)基解：令所有非基变量为零，求出满足约束条件②的解称为基解。

(5)基可行解：满足非负条件③的基解称为基可行解。

(6)可行基：对应于基可行解的基称为可行基。

(7)退化解：基解中非零分量的个数小于 m 个时，该基解为退化解。

2. 解的几何意义

(1) 若线性规划问题有可行解，其所有可行解构成的区域称为可行域，则此可行域

$$D=\{\boldsymbol{X}\mid\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{P}_j x_j=\boldsymbol{b},x_j\geqslant 0\}$$

必是一个凸集。

(2) 线性规划问题的基可行解一一对应于可行域 D 的顶点。

(3)如果线性规划问题的可行域有界，则其目标函数的最优值一定可以在可行域的顶点上达到。

三、初始基可行解的确定和最优性检验

1. 初始基可行解的确定

(1)直接从 $\boldsymbol{A}$ 中观察到存在一个初始可行基。

(2)对所有约束条件是“$\leqslant$”形式的不等式，可利用化为标准型的方法，在每个约束条件左端加上一个松弛变量，这 m 个松弛变量就构成一个基变量，则对应的 m 个向量组成的单位矩阵 $\boldsymbol{B}$ 就是线性规划问题的一个可行基。

(3)对所有约束条件是“$\geqslant$”形式的不等式以及等式约束情况，采用人造基的方法。即对不等式约束的左端减去一个非负的剩余变量后，再加上一个非负的人工变量；对于等式约束的左端再加上一个非负的人工变量。这些人工变量就成为基变量，则对应的列向量组成的单位矩阵 $\boldsymbol{B}$ 就是线性规划问题的一个可行基。

2. 最优性检验

(1)最优解的判别

若 $\boldsymbol{X}^{(0)}=(b_1',b_2',\cdots,b_m',0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 为对应于基 B 的一个基可行解，且对所有的 $j=m+1,\cdots,n$，有 $\sigma_j\leqslant 0$，则 $\boldsymbol{X}^{(0)}$ 为最优解。

(2)无穷多最优解的判别

若 $\boldsymbol{X}^{(0)}=(b_1',b_2'\cdots,b_m',0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 为一个基可行解，且对所有的 $j=m+1,\cdots,n$，有 $\sigma_i\leqslant 0$，又存在某个非基变量的检验数 $\sigma_{m+k}=0$，则该线性规划问题有无穷多最优解。

(3)无界解的判别

若 $\boldsymbol{X}^{(0)}=(b_1',b_2',\cdots,b_m',0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$ 为一个基可行解，其中某个非基变量的检验数 $\sigma_{m+k}>0$，并对 $i=1,2,\cdots,m$，有 $a_{i,m+k}\leqslant 0$，则该线性规划问题为无界解。

四、线性规划的求解方法

1. 图解法

(1) 优缺点：

①图解法简单直观，求解线性规划问题时不需将数学模型化为标准型，可以直接在平面上作图，但此法只适用于二维问题，故有一定局限性。

②用图解法求解，有助于了解线性规划问题求解的基本原理。它可以直接看出线性规划问题解的几种情况：

1° 有唯一最优解；

2° 有无穷多最优解(多重最优解)；

3° 无可行解；

4° 无界解。

(2)图解法的步骤：

① 建立平面直角坐标系；

② 图示约束条件，找出可行域；

③ 图示目标函数，即为一条直线；

④ 将目标函数直线沿其法线方向在可行域内向可行域边界平移直至目标函数。

2. 单纯形法

(1)单纯形法原理

从可行域中的某个基本可行解开始到另一个基本可行解，直到目标函数达到最优。

(2) 单纯形法的步骤及解法

①找出初始可行基，确定初始基可行解，建立初始单纯形表。

②检验此基本可行解是否为最优解. 即检验各非基变量 x_j 的检验数 σ_j，若所有 $\sigma_j\leqslant 0(j=m+1,\cdots,n)$ 则已经得到最优解，计算停止；否则转下一步。

③在 $\sigma_j>0(j=m+1,\cdots,n)$ 中若有某个检验数 σ_k 对应的非基变量 x_k 的系数列向量 $\boldsymbol{P}_k=(a_{1k},a_{2k},\cdots,a_{mk})^{\mathrm{T}}\leqslant 0$，则此问题为无界解，停止计算；否则转下一步。

④ 根据 $\max(\sigma_j>0)=\sigma_k$，确定非基变量 x_k 为换入变量；再根据 θ 法则

$$\theta=\min_i\left(\frac{b_i}{a_{ik}}\mid a_{ik}>0\right)=\frac{b_l}{a_{lk}}$$

确定基变量 x_l 为换出变量。

⑤ 实施旋转运算，即以 a_{lk} 为主元素进行旋转运算(亦即进行矩阵的行变换)，使 $\boldsymbol{P}_k$ 变换为第 l 行的元素为1，其余的元素为0；并将 $\boldsymbol{X}_{\mathrm{B}}$ 列中的 x_l 换为 x_k，从而得新的单纯形表；重复②～⑤，直到终止。

3. 两阶段法、大 M 法以及运用人工变量法求解非规范型的线性规划问题

(1)大 M 法

① 原理：人工变量在目标函数中的系数确定：若目标函数为 $\max z$，则系数为 $-M$(M 为任意大的正数)；否则为 M。

② 计算方法：单纯形法。

(2) 两阶段法

① 原理：此方法是将加入人工变量后的线性规划问题分成两个阶段来求解。

第一阶段：其目的是为原问题求初始基本可行解。为此，对于求极大化(或极小化)的线性规划问题，建立一个新的人工变量的目标函数——人工变量的系数均为−1 或(+1)，对新的问题：

$$\max w=-x_{n+1}-x_{n+2}-\cdots-x_{n+m}$$

或

$$\min w = x_{n+1} + x_{n+2} + \cdots + x_{n+m}$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n + x_{n+1} \qquad\qquad = b_1 \\ \qquad \cdots \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \qquad\quad + x_{n+m} = b_m \\ x_1, \cdots, x_n \geqslant 0, x_{n+1}, \cdots, x_{n+m} \geqslant 0 \end{cases}$$

用单纯形法求解. 若 $w=0$,即所有的人工变量都变换为非基变量,说明原问题已得到了初始基本可行解;反之,若目标函数 w 的值为负(或为正),则人工变量中至少有一个为正,这表示原问题无可行解,应停止计算。

第二阶段:将第一阶段求得的基本可行解对原问题的目标函数进行优化,即将目标函数换成原目标函数,以第一阶段得到的最终单纯形表除去人工变量的列后作为第二阶段计算的初始表,继续用单纯形法以求得问题的最优解。

② 计算方法:单纯形法。

典型例题与解题技巧

例 1　市场对Ⅰ、Ⅱ两种产品的需求量为:产品Ⅰ在 1～4 月每月需 10 000 件,5～9 月每月 30 000 件,10～12 月为每月 150000 件;产品Ⅱ在 3～9 月每月 15 000 件,其他月每月 50 000 件。某厂生产这两种产品成本为:产品Ⅰ在 1～5 月内生产每件 5 元,6～12月内生产每件 4.50 元;产品Ⅱ在 1～5 月内生产每件 8 元,6～12 月内生产每件 7 元。该厂每月生产两种产品能力总和应不超过 120 000 件。产品Ⅰ容积每件 0.2m^3,产品Ⅱ每件 0.4m^3,而该厂仓库容积为 15 000m^3,要求:(a)说明上述问题无可行解;(b)若该厂仓库不足时,可从外厂租借。若占用本厂每月每 m^3 库容需 1 元,而租用外厂仓库时上述费用增加为 1.5 元,试问在满足市场需求情况下,该厂应如何安排生产,使总的生产加库存费用为最少(建立模型,不需求解)。

【分析】　要建立线性规划的数学模型,需从三个方面进行考虑:第一,决策变量是什么;第二,要达到什么样的目标,即目标函数的表达式;第三,如果要达到目标,受哪些条件约束。此题属供求问题,供求问题需从供应和需求入手。

解　(a) 因 10～12 月份需求总计 450 000 件,这三个月最多只能生产 360 000 件,故需 10 月初有 90 000 件的库存,超过该厂最大仓库容积,故按上述条件,本题无解;

(b) 考虑到生产成本、库存费用和生产能力,该厂 10～12 月份需求的不足只需在 7～9 月份生产出来留用即可,故设

x_i——第 i 个月生产的产品Ⅰ数量,

y_i——第 i 个月生产的产品Ⅱ数量,

z_i, w_i 分别为第 i 个月末产品Ⅰ、Ⅱ库存数,

s_{1i}, s_{2i} 分别为用于第$(i+1)$个月库存的原有及租借的仓库容积(m^3)。则可建立如下模型

$$\min z = \sum_{i=7}^{12}(4.5x_i + 7y_i) + \sum_{i=7}^{11}(s_{1i} + 1.5s_{2i})$$

$$\begin{cases} x_7 - 30\,000 = z_7 & y_7 - 15\,000 = w_7 \\ x_8 + z_7 - 30\,000 = z_8 & y_8 + w_7 - 15\,000 = w_8 \\ x_9 + z_8 - 30\,000 = z_9 & y_9 + w_8 - 15\,000 = w_8 \\ x_{10} + z_9 - 100\,000 = z_{10} & y_{10} + w_9 - 50\,000 = w_{10} \\ x_{11} + z_{10} - 100\,000 = z_{11} & y_{11} + w_{10} - 50\,000 = w_{11} \\ x_{12} + z_{11} = 100\,000 & y_{12} + w_{11} = 50\,000 \\ x_i + y_i \leqslant 120\,000 & (7 \leqslant i \leqslant 12) \\ 0.2z_i + 0.4w_i = s_{1i} + s_{2i} & (7 \leqslant i \leqslant 11) \\ s_{1i} \leqslant 15\,000 & (7 \leqslant i \leqslant 12) \\ x_i, y_i, z_i, w_i, s_{1i}, s_{2i} \geqslant 0 \end{cases}$$

例 2　$\max z=2x_1+4x_2$

$$\begin{cases} x_1+x_2\leqslant 6 \\ x_1+2x_2\leqslant 8 \\ x_2\leqslant 3 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

【分析】　题目中只有两个变量，故可用单纯形方法求解外还可用图解法求解。而图解法比单纯形法简单直观，故用图解法求解。

解　图解法求解：

① 建立平面直角坐标系，确定决策变量的可行域。如图 1-1(a)所示，区域 $0ABCD$ 为可行域。

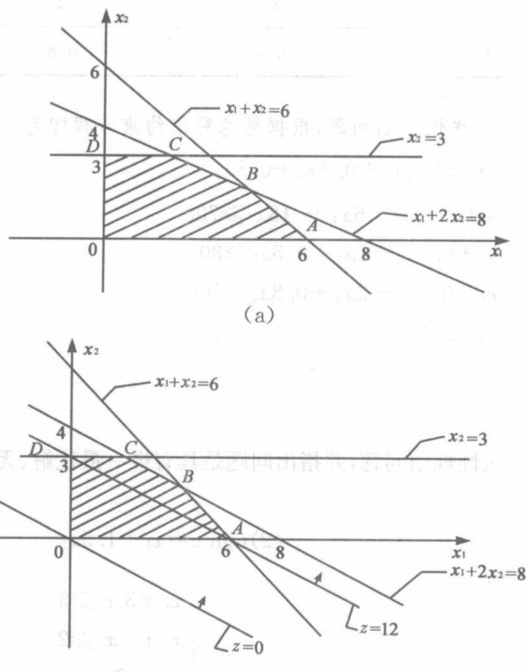

图 1-1

② 画出目标函数等值线，确定优化方向。

目标函数为 $z=2x_1+4x_2$ 是斜率为 $-1/2$，在纵轴上的截距为 $z/4$ 的平行直线族。若取 z 为一确定的值，如令 $z=0$，则得一条等值线 $0=2x_1+4x_2$，即 $x_2=-x_1/2$；如令 $z=12$，则得另一条等值线 $12=2x_1+4x_2$，即 $x_2=-x_1/2+3$，如图 1-1(b)所示。容易看出，沿着目标函数的法线方向向右上方平行移动，是它等值线的优化方向。

③ 确定最优解。

在可行域 $0ABCD$ 中找令 z 值达到最大的点。由图 1-1(b)容易看出，当等值线平移到 C 点时，如果继续向上移，就离开了可行域，而且此时等值线的最佳位置与可行域边界 CB 重合。因此 C 点、B 点以及线段 CB 上所有的点，都是使目标函数值达到最大值的点，是最优解。

求得 C 点 $\boldsymbol{X}_C=(2,3)^{\mathrm{T}}$ 与 B 点 $\boldsymbol{X}_B=(4,2)^{\mathrm{T}}$，此时求得 $\max z=16$。目标函数 $z=2x_1+4x_2$ 的通解可表示为 $\boldsymbol{X}=a\boldsymbol{X}_C+(1-a)\boldsymbol{X}_B$，$0\leqslant a\leqslant 1$。

历年考研真题评析

题　(2005 年华南理工大学)设某种动物每天至少需要 700 克蛋白质、30 克矿物质、100 毫克维生素。

现有 5 种饲料可供选择，每种饲料每公斤营养成份的含量及单价如表 1-1 所示。

试建立既满足动物生长需要，又使费用最省的选用饲料方案的线性规划模型。

表 1-1

饲料	蛋白质(克)	矿物质(克)	维生素(毫克)	价格(元/公斤)
1	3	1	0.5	0.2
2	2	0.5	1	0.7
3	1	0.2	0.2	0.4
4	6	2	2	0.3
5	18	0.5	0.8	0.8

【分析】 这是一道较简单的线性规划问题，根据题意写出约束方程即可。

解 $\min z=0.2x_1+0.7x_2+0.4x_3+0.3x_4+0.8x_5$

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3+6x_4+18x_5\geqslant 700 \\ x_1+0.5x_2+0.2x_3+2x_4+0.5x_5\geqslant 30 \\ 0.5x_1+x_2+0.2x_3+2x_4+0.8x_5\geqslant 100 \\ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\geqslant 0 \end{cases}$$

课后习题全解

1.1 用图解法求解下列线性规划问题，并指出问题是具有惟一最优解、无穷多最优解、无界解还是无可行解？

(1) $\max z=x_1+3x_2$

$$\begin{cases} 5x_1+10x_2\leqslant 50 \\ x_1+x_2\geqslant 1 \\ x_2\leqslant 4 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(2) $\min z=x_1+1.5x_2$

$$\begin{cases} x_1+3x_2\geqslant 3 \\ x_1+x_2\geqslant 2 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(3) $\max z=2x_1+2x_2$

$$\begin{cases} x_1-x_2\geqslant -1 \\ -0.5x_1+x_2\leqslant 2 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

(4) $\max z=x_1+x_2$

$$\begin{cases} x_1-x_2\geqslant 0 \\ 3x_1-x_2\leqslant -3 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

解 (1) 图 1-2 中的阴影部分为此线性规划问题的可行域，目标函数 $z=x_1+3x_2$，即 $x_2=-\frac{1}{3}x_1+\frac{z}{3}$ 是斜率为 $-\frac{1}{3}$ 的一族平行线，易知 $x_1=3,x_2=0$ 为可行解，由线性规划的性质知，其最值在可行域的顶点取得。将直线 $x_1+3x_2=3$ 沿其法线方向逐渐向上平移，直至 A 点，A 点坐标为(2,4)。

所以
$$\max z=2+3\times 4=14$$
此线性规划问题有唯一最优解。

(2) 图 1-3 中的阴影部分为此线性规划问题的可行域，目标函数 $z=x_1+1.5x_2$，即 $x_2=-\frac{2}{3}x_1+\frac{2}{3}z$ 是斜率为 $-\frac{2}{3}$ 的一族平行线，易知 $x_1=3,x_2=0$ 为可行解，由线性规划的性质知，其最值在可行域的顶点