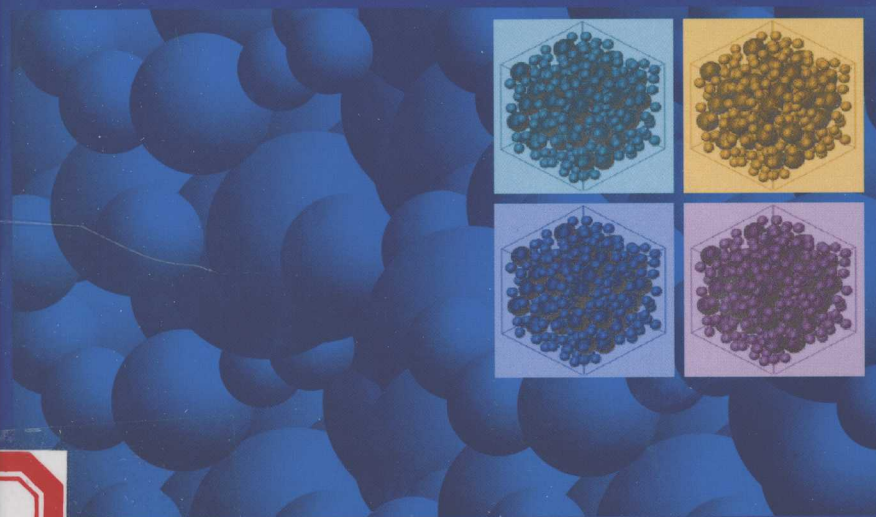


材料细观力学

MESOMECHANICS OF MATERIALS



张 研 张子明 编著



科学出版社

www.sciencep.com

材料细观力学

MESOMECHANICS OF MATERIALS

张 研 张子明 编著

图 书 在 册 编 目 (C I P) 数 据

材料细观力学 / 张研, 张子明著. — 北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-021396-9

I. ①材… II. ①张… ②张… III. ①材料力学—IV. TB301

中国图书馆分类号: CIP 数据核字 (2008) 第 012586 号

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要阐述材料细观力学的基本理论和方法,在宏观和细观层次上研究各种材料、复合材料的热学和力学效应及它们之间的相互关系。

全书共分九章,即:材料的多重尺度,线弹性复合材料的均匀化,热弹性及弹塑性复合材料,夹杂问题和复合材料均匀化,Hashin-Shtrikman 变分方法,线弹性问题的积分方法,混凝土细观力学,特征应变问题的解法,均匀各向同性弹性体的特征应变。

本书可作为高等工科院校力学、材料科学以及水利、土木、交通、采矿类专业本科学士、研究生的教材或教学参考书,也可供有关专业的研究人员和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料细观力学/张研,张子明编著. —北京:科学出版社,2008
ISBN 978-7-03-021396-9

I. 材… II. ①张…②张… III. 材料力学 IV. TB301
中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第035286号

责任编辑:何舒民 / 责任校对:赵燕

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年4月第一版 开本:B5(720×1000)

2008年4月第一次印刷 印张:15

印数:1—2 500 字数:300 000

定价:30.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈双青〉)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026 (HA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

序

材料细观力学是 20 世纪力学领域重要的科学研究成果之一，是连续介质力学和材料科学相互结合衍生而形成的新兴型学科。材料细观力学利用多尺度的连续介质力学理论和方法，研究材料细观结构与宏观性能之间的定量关系，预测材料的有效弹性模量、热膨胀系数和强度等宏观性能。复合材料的性能不但取决于其组分材料的性能和细观结构的几何形状、组分结合界面的性态等，还与生成过程中的压力、温度、加工历时和周围约束等因素相关，通过对细观结构观测和生成工艺参数的适当选择，可以使材料达到预期或最佳的工作状态。值得庆幸的是，近 20 年来，我国的科技工作者应用材料细观力学的理论和方法，成功地研究了多种合成材料（航天复合材料、纤维增强复合材料、陶瓷、岩石和混凝土等）的增强、断裂损伤和破坏问题，给出了一些颇具特色和有价值的研究成果。

河海大学材料科学系青年教师张研在法国里尔科技大学攻读博士学位期间，结合学位论文，对材料细观力学进行了较深入的研究，撰写了本书中材料细观力学的理论和方法，再由张子明教授补充了混凝土材料细观力学和特征应变理论的内容构成本书。

本书第一篇材料细观力学基础，首先提出了材料细观力学的基本问题，即：为什么和怎样用细观力学方法来预测材料的宏观本构关系，引出代表性体积单元和均匀边界条件的概念；随后，讨论了线弹性、弹塑性和热弹性复合材料的各种均匀化方法，根据局部应力空间中的最大塑性功原理，导出宏观应力空间中的最大塑性功原理；进而系统介绍了用初应力场、特征应变场和极应力场方法构造机动可能的应变场和静力可能的应力场的方法；同时还介绍了 Hashin-Shtrikman 泛函，并对基于点构型的各种方法进行对比分析。本书第二篇特征应变理论，着重探讨了弹性体中局部区域内特征应变引起的自平衡应力问题，对材料细观力学中这个基本而又重要的问题作了详尽的阐述。

值本书付梓之际，缀此数言，期望引起更多的工程力学和材料科学研究人员共同关注、研讨这门新兴学科，使它得到更深入广泛的发展，以迅速提高我国在此学科的研究和应用水平。

赵光煊
2006.10.12

前 言

材料细观力学是研究材料细观结构与宏观力学性能定量关系的一门新兴学科，是固体力学与材料科学紧密结合的产物，已被国际力学界列为当今固体力学领域中最重要研究方向之一。材料细观力学将连续介质力学的概念应用到材料细观结构中，利用多尺度的连续介质力学理论与方法，引入新的内变量，描述经过统计平均处理的细观特征、微观量的概率分布及其变化。细观力学的任务就是基于材料微结构的信息确定材料的宏观性能，如材料的有效弹性模量、热膨胀系数、强度性能、热传导性能、电磁性能、压电性能、扩散性能和渗透性能等。材料科学的进步也见证了细观力学的需求与发展，现在，人们可以根据不同的使用目的，通过合理的组成，复合材料，制造不同的构件。

对不同材料（金属、陶瓷、复合材料、混凝土和岩石等）细观结构的研究结果表明，小至微米的陶瓷中二相颗粒相变增韧，大至几千米尺度的地质材料颗粒，都可以用细观力学的方法来研究。因此，细观尺度是一个相对的尺度，对于不同的材料和研究对象，该尺度的范围不同。科学认识的过程使材料的宏观属性和它们的细观特性之间的关系不断明确，并促使连续介质力学的描述逐步完善。

全书分为两篇，即材料细观力学和特征应变理论。

第一篇分为七章。第一章提出了材料细观力学的基本问题，即：“为什么”和“如何”用细观力学方法预测材料的宏观本构关系；通过代表性体积单元的描述，介绍细观力学研究的基本特性和均匀化过程的一般方法。第二章讨论了线弹性材料均匀化问题的基本原理和方法，如有效刚度或柔度的定义、代表性体积单元的均匀应力或均匀应变边界条件、基于最小势能原理和最小余能原理的均匀化方法。第三章将自然状态下线弹性复合材料均匀化弹性特征的研究成果，推广应用到非自然状态下热弹性和弹塑性复合材料均匀化弹性特征的研究中，根据局部应力空间中的最大塑性功原理推导出宏观应力空间中的最大塑性功原理，得到了弹塑性复合材料宏观屈服条件和加载准则。第四章介绍了用初应力、初应变和极应力场方法构造代表性体积单元的机动可能的应变场和静力可能的应力场，对基于点构型的各种近似方法进行了对比分析，提出了新的理论框架。第五章进一步讨论复合材料有效弹性性质的上下限，介绍了 Hashin-Shtrikman 泛函，将构造静力可能的应力场和机动可能的应变场问题转化为构造极应力场问题，推导了均匀应变边界条件下非均匀弹性体应满足的微分-积分方程。第六章研究了线弹性问题的积分方法，给出了非均匀弹性体的积分方程和有效刚度方程。第七章介绍了混

混凝土细观力学的基本理论、方法和数值模拟,如混凝土材料的数值模型、细观单元的损伤本构关系以及混凝土试件在拉、压和三点弯曲情况下的数值试验,并进行了混凝土宏观热膨胀性能的预测。

第二篇分为两章。第八章讨论了特征应变问题的求解方法,如级数法、积分法和 Green 函数法,求出了几种特殊情况下的解答。第九章介绍了 Eshelby 问题的求解过程和重要结论,给出了弹性应变能和相互作用能的定义,得到了半无限弹性体特征应变问题的解答。

本书第一、二、三、四、五、六章由张研编写。第七、八、九章由张子明编写。全书由张研统稿。赵吉坤、宋智通和范文清等计算了书中的部分例题。感谢江苏省力学学会原理事长赵光恒教授主审本书和亲自作序。江苏省力学学会理事长、河海大学原校长姜弘道教授对书稿也进行了详细的审阅。他们宝贵而富于建设性的修改意见,使得本书结构更为合理,内容更为严谨,在此表示衷心的感谢。特别感谢法国里尔科技大学邵建富教授对此领域知识的尽心传授与指教。

在安排本书内容时,作者从黄克智、黄永刚教授的《固体本构关系》,卓家寿教授的《弹塑性力学中的广义变分原理》以及李咏偕、施泽华教授的《塑性力学》教程和唐春安、朱万成教授的《混凝土损伤与断裂—数值试验》等著作中得到了很大教益;在编写中,引用了 Mura 教授的“Micromechanics of defects in solids”和 Zaoui 教授的“Matériaux hétérogènes et composites”著作中的部分结果,特此对他们表示感谢。本书得到国家自然科学基金(资助项目:50379004)的资助,也一并表示感谢。另外,本书中提到的参考文献较少,对于那些被忽视了作者,向他们表示歉意。

本书可作为高等工科大学力学、材料科学以及水利、土木、交通、采矿类专业本科生、研究生教材或教学参考书,也可供有关专业的研究人员和工程技术人员参考。

由于作者水平有限,书中难免有不足之处,恭请各位专家和读者批评指正。

张 研 张子明

2006年7月28日

于法国里尔科技大学

目 录

第一篇 材料细观力学基础

第一章 材料的多重尺度	3
1.1 材料细观力学简介	3
1.1.1 归纳法	4
1.1.2 尺寸的选择	5
1.1.3 材料的多重尺度	8
1.2 均匀化方法	9
1.2.1 代表性体积单元	10
1.2.2 局部化	13
1.2.3 均匀化	15
1.3 结论	18
第二章 线弹性复合材料的均匀化	20
2.1 复合材料的均匀化弹性特征	20
2.1.1 均匀化的直接定义	20
2.1.2 基于能量形式的定义	23
2.1.3 有效弹性张量的性质	24
2.2 有效弹性刚度和柔度的近似	25
2.2.1 基本原理	25
2.2.2 基于单一均值的预测	26
2.3 均匀化的变分方法	27
2.3.1 真实场与可能场	27
2.3.2 均匀化变分方法简介	28
2.3.3 最小能量原理的应用	29
2.3.4 Voigt 和 Reuss 界限	31
2.4 结论	35
第三章 热弹性及弹塑性复合材料	37
3.1 非自然状态下的线弹性问题	37
3.1.1 问题的提出	37
3.1.2 局部应力状态和宏观应力状态	38

3.1.3 弹性能	43
3.2 热弹性复合材料的均匀化	44
3.2.1 均匀化热力学特征	45
3.2.2 温度残余应力	46
3.2.3 二相复合材料的情况	46
3.3 弹塑性复合材料的均匀化	52
3.3.1 耗散能	52
3.3.2 理想弹塑性	53
3.3.3 屈服条件和加载准则	55
3.4 结论	56
第四章 夹杂问题和复合材料均匀化	58
4.1 Eshelby 相变应变问题和可能场	58
4.1.1 可能场的构造	58
4.1.2 Eshelby 相变应变问题	61
4.1.3 用 Green 函数法解 Eshelby 问题	62
4.1.4 各向同性弹性介质	64
4.1.5 基于极应力场的可能场	66
4.2 夹杂问题	69
4.2.1 等效夹杂原理	69
4.2.2 各向同性球形夹杂情况	71
4.3 基于点构型的近似方法	72
4.3.1 基本原理	72
4.3.2 稀疏解法	73
4.3.3 新的理论框架	74
4.3.4 构型相关的讨论	75
4.3.5 各向同性球形夹杂情况	77
4.4 结论	81
第五章 Hashin-Shtrikman 变分方法	83
5.1 Hashin-Shtrikman 方法	83
5.1.1 Hashin-Shtrikman 泛函	83
5.1.2 Green 函数方法的应用	87
5.2 Hashin-Shtrikman 界限	88
5.2.1 极应力场的选择	88
5.2.2 Hashin-Shtrikman 界限	90
5.3 Hashin-Shtrikman 方法的讨论	92

881	5.3.1 Hashin-Shtrikman 方法的物理意义	92
131	5.3.2 Hashin-Shtrikman 方法的变分意义	94
141	5.3.3 Mori-Tanaka 估计	95
141	5.3.4 自洽模型	96
	5.4 应变方程的几点说明	97
	5.4.1 应变方程	97
921	5.4.2 椭球形夹杂问题	98
921	5.4.3 有效刚度方程	98
101	5.4.4 自洽模型的意义	99
101	5.5 结论	99
	第六章 线弹性问题的积分方法	102
101	6.1 Green 函数法的基本原理	102
101	6.1.1 叠加原理	102
101	6.1.2 Green 张量函数	103
201	6.2 均匀弹性体的应变方程	104
101	6.2.1 Green 算子	104
901	6.2.2 Green 算子的特性	106
911	6.2.3 无限弹性体的情况	107
171	6.2.4 各向同性无限弹性体	108
171	6.3 在非均匀弹性体中的应用	109
171	6.3.1 非均匀弹性体的积分方程	109
271	6.3.2 有效刚度方程	111
771	6.3.3 夹杂问题	111
178	6.3.4 残余应力和无限弹性体中的椭球夹杂	112
971	6.4 结论	114
	第七章 混凝土细观力学	115
181	7.1 混凝土细观力学研究概况	115
181	7.1.1 混凝土损伤与断裂的细观研究尺度	115
481	7.1.2 混凝土细观力学模型研究进展	117
381	7.2 混凝土损伤与断裂的数值模型	121
921	7.2.1 混凝土细观力学数值模型的建立	121
921	7.2.2 细观单元的损伤本构模型	124
101	7.2.3 有限元应力分析	130
501	7.3 混凝土细观损伤与断裂数值模型的应用	134
901	7.3.1 混凝土单轴受力断裂过程的数值模拟	134

7.3.2	混凝土单边裂纹拉伸断裂过程的数值模拟	138
7.3.3	混凝土三点弯曲梁断裂的尺寸效应研究	141
7.3.4	确定混凝土宏观有效热膨胀系数的数值模拟	145
7.4	结论	154

第二篇 特征应变理论

第八章	特征应变问题的解法	159
8.1	特征应变的定义	159
8.2	弹性力学基本方程	160
8.2.1	胡克定律	160
8.2.2	平衡微分方程	162
8.2.3	相容条件	163
8.3	给定特征应变的弹性场一般表达式	164
8.3.1	周期解	164
8.3.2	傅立叶级数和傅立叶积分法	165
8.3.3	Green 函数法	166
8.4	静力 Green 函数	169
8.4.1	各向同性材料	169
8.4.2	Green 函数的导数	172
8.4.3	二维 Green 函数	173
8.5	几种特殊情况的解答	175
8.5.1	螺旋位错	175
8.5.2	边缘位错	177
8.5.3	立方体区域特征应变周期分布	178
8.6	弹性动力学问题的解答	179
8.6.1	匀速边缘位错	180
8.6.2	匀速螺旋位错	181
8.7	动力 Green 函数	181
8.7.1	各向同性材料	184
8.7.2	稳态弹性波动	186
第九章	均匀各向同性弹性体的特征应变	189
9.1	Eshelby 解答	189
9.1.1	区域 I 内弹性场	190
9.1.2	区域 I 外弹性场	197
9.1.3	球对称热膨胀	199

9.2 弹性能	200
9.2.1 弹性应变能	200
9.2.2 相互作用能	202
9.3 半无限弹性体的特征应变问题	205
9.3.1 Green 函数	205
9.3.2 椭球区域内的均匀特征应变	208
9.3.3 特征应变的周期分布	213
附录 张量分析基础	216
主要参考文献	224

第一篇 材料细观力学基础

第一章 材料的多重尺度

本章提出材料细观力学的基本问题。第一节介绍连续介质力学中通过试验和归纳法确定材料宏观力学性质。细观力学考虑物质不均匀构成，在很小的、通常被称之为“细观”的尺寸内分析，提出“为什么”和“如何”用细观力学方法预测材料的本构关系，目的是把实际不均匀材料用等效均匀介质代替，确定宏观上的有效本构关系。因此，需要引入非均匀复合材料代表性体积单元 RVE (representative volume element) 的概念和明确的尺寸划分定义。

第二节将着手于“如何”解决问题。通过代表性体积单元的描述，介绍细观力学研究的基本特性和均匀化过程的一般方法。由于不可能完全精确地描述代表性体积单元中的材料组成，所以在通常情况下，对于提出的问题没有唯一解答。在定义非均匀复合材料代表性体积单元为均匀应力或均匀应变边界条件的前提下，将均匀化方法的使用限制在一定范围内，对均匀化的方法和结果进行评估。根据虚功原理，得到宏观均匀化条件，并用 Hill 引理进行解释。

1.1 材料细观力学简介

连续介质力学中假设材料为均匀，其目的是采用适当的本构关系描述材料对外部作用的响应。这类本构关系是在不考虑材料微结构的情况下通过宏观实验得到的。然而，不论是天然材料还是人工材料，即使在宏观尺度下表现出均匀性，实质上却都是非均匀质。所以，连续介质力学的描述只是一种近似，力学性能实验只能反映出材料的“整体”性能。连续介质力学并不能揭示出微结构与宏观性能之间的关系。

材料细观力学研究宏观均匀但细观非均匀的介质，采用多尺度力学理论，目的就是基于材料细观结构的信息，寻找宏观均匀材料的有效性能，其基本思想是“均匀化”。对于弹性问题，从细观尺度的应力、应变场出发，通过应力和应变体积平均值之间的关系确定材料的有效弹性性能，从而用均匀化后的介质代替原非均匀介质。例如，对于黏弹性材料，可以在宏观本构关系中采用通过细观力学计算出来的有效松弛模量来考虑材料微结构的影响。所谓细观尺度，通常与非均匀组分的特征尺寸（如夹杂、孔洞、纤维或晶体等的平均尺寸）相关联。近年来，细观力学已经成为许多工程（如复合材料工程、高分子材料工程等）和新技术领域（如纳米技术、生物医药技术等）基础的一部分。有趣的是，自 1824 年以来，在寻求基体中具有分散的椭球非均匀介质的有效电、磁、力学性能的研究中，非

均匀介质的均匀化问题，在不同学科领域，以各种不同面貌重复出现，实际上，许多不同学科的问题满足完全相同的数学微分方程。

经典细观力学是双尺度（宏观尺度和细观尺度）的力学结构。在宏观尺度中，连续介质是由许多物质点组成，而与该宏观点相关联的细观空间则被称为代表性体积单元，它是细观力学中的一个基本概念，需要满足尺度的二重性，即一方面，在宏观上其尺寸足够小，可以看作作为一个物质点，因而在 RVE 中的宏观应力、应变场可视为均匀；另一方面，在细观上其尺寸足够大，包含很多细观元素和足量细观结构信息，因而它可以代表局部连续介质的统计平均性质。而细观应力应变场只通过它们的体积平均值对材料的宏观性能产生影响。RVE 是一个数学概念，没有固定的长度尺寸，宏观水平与细观水平的尺度是相对的，对于不同的材料，RVE 的最小尺寸可分别取： $0.1\text{mm} \times 0.1\text{mm} \times 0.1\text{mm}$ （金属）； $1.0\text{mm} \times 1.0\text{mm} \times 1.0\text{mm}$ （高分子和颗粒复合材料）； $10\text{mm} \times 10\text{mm} \times 10\text{mm}$ （木材）； $100\text{mm} \times 100\text{mm} \times 100\text{mm}$ （混凝土）。

1.1.1 归纳法

在连续介质力学中，通过试验确定材料的热弹性和弹塑性性质是最常规的研究途径。这类研究是基于实验的唯象学方法和归纳法，是根据在指定荷载作用下的、在指定材料的构件和结构上的实际测量结果确定的本构关系，研究结果只能在确认过的范围内有效。

在正常荷载作用下，连续介质力学方法能够有效地预测力学系统的响应，同时根据不同的原则、结构几何形状以及荷载分布，对设计进行优化。但是，以上的试验和归纳没有考虑结构在制造、施工和运行过程中的复杂情况，如：

1) 力学荷载（温度）水平的增加、外界因素（湿度，辐射，腐蚀环境等）对材料属性的影响、结构在超过正常工作年限情况下的使用，都使预先根据试验结果计算出的本构关系不能反映结构的实际工作状态。某一确定的本构关系实际上缺乏对复杂情况的预测能力，结构工程师发现，除非重新对材料性质进行研究，否则很难避免风险。

2) 材料的改变（化学成分、制作方法、模具、加工方法以及聚合结晶条件）对相应材料力学性质有很大影响。只有材料性质被很好地确定，归纳法才有效。此方法不能认识材料的制作过程，不能从表观属性反映其内在属性，不能从现象和力学宏观特性联系到这些问题的本质。

人们对结构性能、安全性、耐久性和对材料、能源经济性的关注，以及不断上涨的试验费用，推动着确定材料宏观物理性质理论和预测材料力学性能方法的不断发展。细观力学的任务就是基于材料微结构的信息确定材料宏观性能，例如，材料的有效弹性模量、热膨胀性能、强度性能、热传导性能、电磁性能、压电性

能、扩散性能和渗透性能等。材料科学的进步也见证了细观力学的需求和发展。现在，人们可以根据不同的使用目的，合理地组成复合材料，制造不同的构件。科学认识的过程使材料的宏观属性和它们的细观结构特性之间的关系不断明确，并促使连续介质力学的描述不断完善。

从宏观到微观的过渡，体现出了材料科学的现代发展，通过微观、细观和宏观的多重尺度方法，对材料不同尺寸的现象和特性进行的研究越来越精确有效。

1.1.2 尺寸的选择

由于研究领域和研究成果的广泛性和多样性，我们将内容限定在一定范围内：不考虑分子间的作用力、原子结构和结晶，从连续介质力学的通常宏观尺寸出发，到细观尺寸，再回到宏观水平上，从这个过程获得有重要意义的信息。

不论是天然材料还是人工材料，实质上都是非均匀的，因为所有材料均在较小尺度中可以区别具有不同性能和不同方位的组分或缺陷，这些组分本身在更小的尺度中也是非均匀的。典型的非均匀材料有复合材料、多晶体材料、多孔材料、胞元材料、功能梯度材料、骨骼、木材、混凝土等，它们的宏观性能与细观结构密切相关。在经典细观力学中，一般认为宏观水平的材料性能是均匀未知的，而细观水平的性能是非均匀但其物理规律是已知的。

代表性体积单元 RVE 是非均匀和无序材料的集合，例如，金属由百万计的颗粒和杂乱无章的结晶组成；陶瓷包含众多的纤维和颗粒；合金可以分解为杂质和有用物质，这两部分相互交错；锻烧过的镍、木头或氧化铝存在各种复杂的开口和闭合的孔隙；聚乙烯的非固态介质周围出现结晶部分和球形部分；玻璃陶瓷表现出玻璃状和结晶状结构等。在实验中，对试件施加均匀荷载获得的力学特征，可以看成是非均质和无序细观材料的宏观表现。

天然材料和人工材料大多是非均匀和组合材料，硅酸盐混凝土由集料（骨料、石子等）和硅酸盐石组成，其细观结构如图 1.1 所示。当然，被认为是均匀的硅

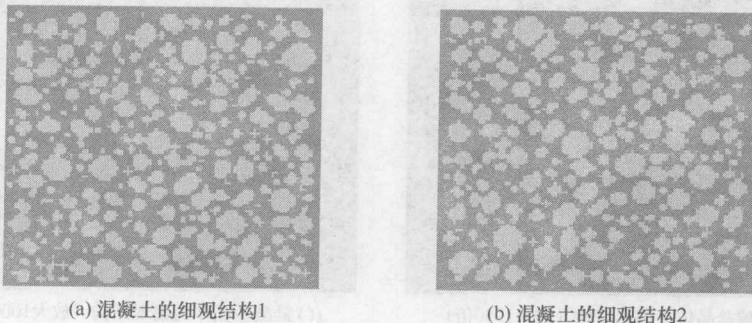
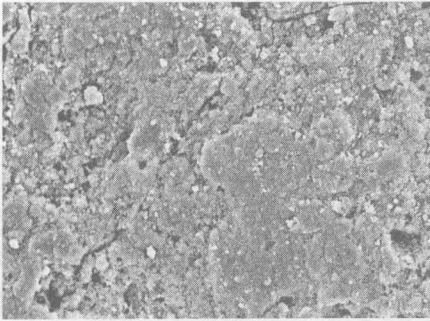


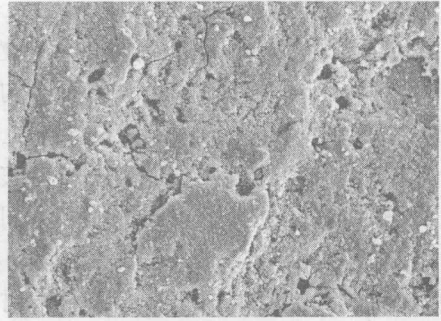
图 1.1 非均匀材料（混凝土中的骨料和砂浆）

酸盐石颗粒仍然是一个复杂的世界，它是由集料空隙中的石灰和集料表面溶解出的 SiO_2 生成水化硅酸钙集晶连生体以及其中的部分凝胶体组成。水泥石的细观结构是结晶凝聚结构（图 1.2）。

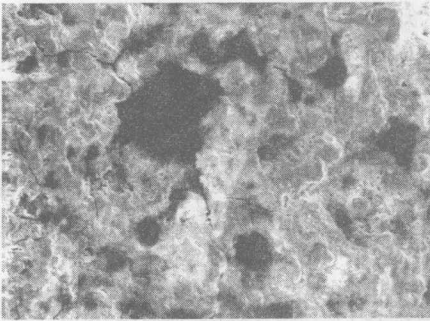
为了说明非均匀材料特征尺寸的概念，现考虑两相金属钢铁合金的情况。在光学显微镜下，它表现出同时存在钢和铁的两相结构。在进行初步研究时，可以认为钢或铁在几百个微米范围内是均匀的，在研究合金的结晶结构时，可以认为几十个微米的钢或铁颗粒单元是均匀的。



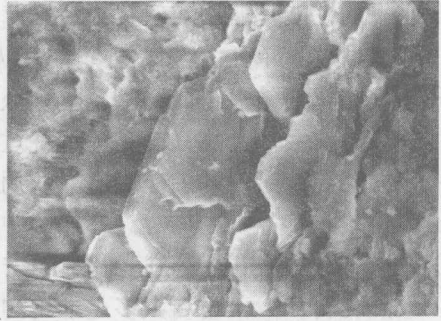
(a) 水泥石的细观结构（放大80倍）



(b) 水泥石腐蚀后的细观结构（放大80倍）



(c) 水泥石腐蚀后的细观结构（放大200倍）



(d) 硅酸盐晶体的细观结构（放大1000倍）



(e) 硅酸盐晶体的细观结构（放大1000倍）



(f) 硅酸盐晶体的细观结构（放大1000倍）

图 1.2 水泥石的细观结构