

节理与断层岩石力学

JIE LI YU DUAN CENG YAN SHI LI XUE

陶振宇 唐方福 张黎明 王宏 陈铁民 著

· (鄂)新登字第12号 ·

内 容 提 要

本书共分七章,第一章绪论,随后各章分别论述岩石作为脆性材料的能量耗散及稳定性;岩石的摩擦机制及粘滑特性;震源深部断层岩石力学性质的数值模拟;岩土介质中渗流-应力耦合分析;岩石统计断裂力学的原理与方法;岩坡稳定分析的节理网络模拟技术。

本书是一本节理及断层岩石力学方面的专著,可供土木建筑、水利水电、冶金、煤炭、地质、地震、铁道、交通、力学等有关专业的科技工作者和生产技术人员以及高等学校师生参考。

节理与断层岩石力学

陶振宇 唐方福 张黎明 王 宏 陈铁民 著

出 版 中国地质大学出版社(武汉市·喻家山·邮政编码 430074)

责任编辑 邓祥明 责任校对 徐润英

印 刷 中科院开封印刷厂

发 行 湖北省新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 17.825 字数 454千字

1992年9月第1版 1992年9月第1次印刷 印数 1—1000册

ISBN 7-5625-0658-2/P·235 定价: 15.30元

前 言

本书是关于节理岩石与断层岩石力学问题的一本专著，是著者们根据近几年来在岩石力学研究方面所取得的新成果经过汇集整理、总结而成。本书其中的一部分成果已在国内外有关杂志上发表，还有一部分成果是在本书中首次报导，在一定的意义上说，本书是《岩石力学原理与方法》的续篇。

全书共分七章，除绪论外，分别论述了岩石作为脆性材料的能量耗散及稳定性；岩石的摩擦机制及粘滑特性；震源深部断层岩石力学特性的数值模拟；岩土介质中渗流-应力耦合分析；岩石统计断裂力学的原理与方法；岩坡稳定分析的节理网络模拟技术。

本书各章的执笔者分别为陶振宇（绪论、第五章第 5.4 节）；唐方福（第二章、第五章第 5.1—5.3 节）；陈铁民（第三章、第五章第 5.5—5.6 节）；张黎明（第四章）；王宏（第六章及第七章）。全书由陶振宇主编。

需要指出，唐方福是作为我国第一批与国外联合培养的博士研究生，在随笔者学习一段时间后，去美国 Arizona 大学在 Desai C. S. 教授指导下攻读博士学位的。在本书中他所完成的部分内容，就是他在那里所做的部分工作。

本书初稿曾经沈保康教授和潘别桐教授认真审阅，提出了许多宝贵的意见；在本书出版过程中，曾得到武汉水利电力学院有关领导和同志们们的热情关怀和帮助；在此仅向他们表示衷心的感谢。

在本书中，可能存在这样或那样的缺点、错误和不完善之处，欢迎读者批评指正。

陶 振 宇

1991年教师节

目 录

第一章 绪论	(1)
第 1.1 节 概述.....	(1)
第 1.2 节 节理岩石与断层岩石.....	(2)
第 1.3 节 基本问题.....	(4)
第二章 岩石作为脆性材料的能量耗散及稳定性	(6)
第 2.1 节 概述.....	(6)
第 2.2 节 简单的回顾.....	(6)
第 2.3 节 非稳定性准则.....	(10)
第 2.4 节 理论的验证与应用.....	(18)
第三章 岩石的摩擦机制及粘滑特性	(30)
第 3.1 节 概述.....	(30)
第 3.2 节 岩石的摩擦机制.....	(38)
第 3.3 节 岩石粘滑的自锁模型.....	(58)
第 3.4 节 自锁模型的数值模拟.....	(66)
第四章 震源深部断层岩石力学性质的数值模拟	(72)
第 4.1 节 概述.....	(72)
第 4.2 节 地壳岩石的力学性质.....	(73)
第 4.3 节 断层的活动与地震.....	(79)
第 4.4 节 断层岩石失稳模型的建立.....	(82)
第 4.5 节 模型的数值分析.....	(89)
第 4.6 节 断层活动影响因素的研究.....	(95)
第 4.7 节 唐山地震序列及其深部岩石力学性质的数值模拟.....	(98)
第五章 岩土介质中应力-渗流耦合分析及水在地震中的作用	(102)
第 5.1 节 裂隙岩石含水层的概化模型.....	(102)
第 5.2 节 用残余迭代法解自由表面渗流问题.....	(110)
第 5.3 节 应力-渗流耦合分析.....	(126)
第 5.4 节 耦合分析作为水库诱发地震的预测方法.....	(137)
第 5.5 节 水在地震中的多重作用.....	(141)
第 5.6 节 干旱地震: 一种异型水库地震.....	(147)
第六章 岩石统计断裂力学的原理与方法	(152)
第 6.1 节 概述.....	(152)
第 6.2 节 断裂力学中的统计概念.....	(153)
第 6.3 节 简单应力场下脆性断裂的统计分析.....	(162)

第 6.4 节	复杂应力场下脆性断裂的统计分析·····	(186)
第 6.5 节	岩石统计断裂力学的工程应用·····	(228)
第七章	岩坡稳定分析的网络模拟技术·····	(233)
第 7.1 节	概述·····	(233)
第 7.2 节	动态规划在岩石边坡稳定分析中的应用·····	(236)
第 7.3 节	岩质边坡稳定分析的节理网络模拟技术·····	(251)
第 7.4 节	工程实例——三峡船闸工程岩坡稳定性分析的初步应用·····	(261)
参考文献	·····	(270)

第一章 绪 论

第 1.1 节 概 述

岩石力学是以地壳岩石(岩石圈)作为其研究对象的。地壳岩石的基本特点^[1],一是具有颗粒性,二是具有裂隙性。天然岩石的裂隙性是与其组成的颗粒性密切相关的。目前,在岩石力学领域中,无论国内或国外,研究岩石颗粒性方面的工作做得较少,而研究岩石裂隙性问题则成为热门课题。例如,国际岩石力学学会 (ISRM) 于 1989 年成立了研究岩石节理的委员会 (Commission on Joints), 并于 1990 年 6 月在挪威的 Loen 召开了第一届岩石节理 (Rock Joints) 学术讨论会,第二届学术讨论会将于 1992 年在美国加州的 Lake Tahoe 举行,因而十分引人注目。

从地壳岩石的断层系统情况来看,可以把岩石圈分为三个区域或地带。

首先,是地壳岩石的最表层岩层,即岩石风化带。这一带的岩层厚度不一,一般以米计,最厚的岩石风化带可达 100—200m,甚至更厚一些。在许多重要的工程建设中,例如大型水利水电工程建设中的大坝建设,这一风化带通常是要被挖除掉的,而洞室工程和边坡工程,则必然会遇到风化带岩层。风化带的岩层,通常叫做风化岩石 (Weathered Rock)。

其次,在风化带的下面,可以叫做节理岩石 (Jointed Rock) 和断层岩石 (Faulted Rock) 带,即这两种共生的岩层带,也可叫做断裂岩石 (Fractured Rock) 带。就目前工程建设的深度来说,都处于这一带的岩层中。因此,研究岩石的断层和节理,节理岩石和断层岩石的特性对工程建设具有极为重要的意义。在断层岩石中,实际上包括断层带的一系列断层物质,例如断层泥、糜棱岩、破碎带、劈理带等岩层。其中断层泥是十分软弱的,也可以叫做柔弱岩石 (Soft Rock)。粘土岩、泥岩等更是柔弱岩石的代表性岩石,特别在含水丰富的地区。断层泥中也可以包含粘土类矿物成分。这些岩石与前述风化岩石和断层岩石一起,可以统称为软弱岩石 (Weak Rock)。但这一术语,并不十分确切,只能在一定的意义上才是合适的。例如风化岩石,按照工程地质学的划分,至少可以分为全风化、强风化、弱风化、微风化以及新鲜岩石几种不同的情况。就是说,风化岩石包括一种逐步变化的过程,到了微风化岩石的程度,有时与新鲜岩石的差别就不算太大了,在许多工程建设中是可以加以适当利用的,否则对于工程建设的经济合理性不一定是最佳的。而断裂岩石的情况也与此类同,但只有节理比较密集的岩石才可以划入软弱岩石范围内。此外,在软弱岩石中还包括膨胀岩石 (Swelling Rock) 在内,断层泥也可以是膨胀岩石,视其中的矿物成分而定。节理岩石与断层岩石带的深度,根据目前地质勘探查明: 大约为 3—5km 深度。这一带中断层的存在,常常对工程建设构成隐患。古德曼 (R. E. Goodman) 曾在他的著作中^[2],列举了 19 种与岩石力学问题有关的甚至十分密切的工程项目,包括地表建筑物、交通运输、地下开挖(例如采矿、隧洞及地下洞室工程、石油、地热、核电站、核废料处理和地下贮能工程、能源开发项目)等。在其“地质隐患评价”一栏中,居第一位的

地质隐患就是断层,达到13项之多。因此,研究断层岩石也和研究节理岩石一样,在工程上都是十分重要的。由于断层对工程建设的危害性,因而,在工程上主要研究的是对断层的加固和处理问题。事实上,断层是天然岩石中节理的一种地质延伸和扩展的结果,只是在组织结构上,比岩石节理要复杂得多,规模也大得多,其影响也大得多。

第三,在节理岩石和断层岩石带的下面,即地表的3—5km以下的岩层,便是人们肉眼所看不见的节理裂隙的岩层。由于其处于高地应力作用下,普遍发育着许多隐微节理裂隙,又处在相互紧密嵌固而密实的状态。但除这些细微、隐蔽且遍布的微节理裂隙外,这一带的岩层还存在着宽大的断层。因此,这一带可以叫做含断层的岩层带。这一地带是目前人类的工程活动一般达不到的地层(除个别石油钻探外),但却是自然地震和水库诱发地震所必然涉及到的岩层,其厚度可达100km以上。但随着深度的增加,断层也逐渐尖灭,从而逐步过渡到地幔中去了。

第1.2节 节理岩石与断层岩石

天然岩石中的节理裂隙状态,是一个非常复杂的问题。到目前为止,对这个问题还没有专门的且比较系统的研究。这是因为,要研究天然岩石的节理裂隙系统及其空间分布,节理的力学特性及水力学特性等,首先要有一个正确的能反映节理裂隙系统几何-物理特征的工作方法,而这种工作方法至今还没有很好地完成。目前已有人作过这方面的探索工作,例如古德曼和米哈依洛夫^{[8][4]}的工作,主要是从工程地质的角度来探讨的。

现有的地质勘探表明:在天然岩石节理裂隙中,通常有一组是平行于层理面的,在一般的情况下,至少还有两组沿着另外的方向发育着,这是沉积岩的情况。而在火成岩或变质岩中,可能存在三组或三组以上规则的节理系统。在天然岩石中,最多可能发育几组节理裂隙系统?曾有人试图从理论上加以论证,但没有获得满意的结果。现有的工作成果主要是工程地质工作者在野外调查中获得的,一般为3—5组节理裂隙系统。

由于褶皱而变形的天然岩石,常常存在大致平行的,含有因层间错动或因小断层的发展而产生的岩石破碎夹层(这也是一种剪切面)。这些剪切面(不连续面)通常比一般的节理要宽大些,并且夹杂有一定厚度的(例如数毫米乃至1cm)岩屑或粘土质物质。在这种情况下,要严格区分它是属于节理还是断层是十分困难的。

在山谷或河谷的坡面地层中,由于岩体在水平方向出现松弛时产生的层间错动,也会产生平行于层理面的剪切面(节理面)。因此,节理的发育不仅与构造作用有关,而且也与地形地貌条件有关。

节理切割的间距,是各式各样的,从数毫米到上百米不等。例如马尔帕塞(Malpasset)坝址的片麻岩,就呈现各种类型的节理裂隙,其间距也从大于100m到小于5mm。该坝失事的起因,就是由于坝基岩体中的不连续面的滑动^[5]。

在天然岩石中,大量且普遍存在的是间距较密的不连续面(节理面),其中有的不连续面发育于颗粒的边界面上,并且与原生孔隙等缺陷相关联。这些节理许多都不为人们肉眼所能观察到的,它们既隐蔽,又细微,特别是处于高地应力区的天然岩石,它们遍布这种数量繁多的隐微节理系统,使岩体的强度大为降低,渗流增大,而在荷载下的变形也将增大。

在野外调查中,还可观察到节理裂隙分布的有序性(韵律性)。目前的研究表明,第一,有的地区的节理排列有序,几乎呈等间距性的分布规律。我国江西南部地区在寻找钨矿的过程中,就是利用这一规律性的认识,找到了新的钨矿矿脉。第二,有的地区的节理具有疏密相间的分布韵律性。潘别桐等在三峡坝区及荆襄磷矿区都获得了这一规律性的认识*。上述研究证实:天然岩石中的节理分布具有有序性。事实上,李四光所倡导的地质力学中的构造形迹(包括节理裂隙)的有序性就是其基本的理论前提^[6]。

在另一方面,天然岩石中的节理分布也呈现出随机性,这正是70年代以来,在岩石力学领域内逐步发展起来的一个重要研究方向的物理依据。事实上,天然岩石中的节理分布的随机性表现在服从一定的分布规律。这是因为,天然岩石在成岩过程中所形成的孔隙与裂隙的分布是随机的。在一定的构造作用下,虽然发生以有序性为主导的地质断裂系统,但也必然会诱生一定的随机节理裂隙,这是一;其次,在多次构造运动的作用下,后续的断裂系统,除了在每次构造作用都产生相应的有序性的地质断裂系统外,还会受到前一次或几次构造作用的影响以及受构造作用岩体本身的状态的影响,而形成一定的随机诱生的地质断裂。第三,多次构造作用的结果还会使各次构造作用占主导的有序性地质断裂系统的综合影响转化成为具有随机性的分布特点。因此,天然岩石中的节理裂隙系统,可以说,既具有有序性的一面,又具有随机性的一面。在许多场合下,有序性占主导地位。但就某一具体的工程场地而言,也可能是有序性为主导,也可能是随机性为主导,这将视情况而定。对具体情况作具体分析,才是正确的工作方法。

有趣的是,根据观察,在疏区的节理其尺寸要比密区的节理长大得多。因此,在工程上,对断层或较长大的节理,例如20m以上的节理,可以在计算分析中逐个地加以考虑。但对遍布的密集的节理是无法逐个考虑的,可以在宏观上把它们的影响放在计算参数中去考虑,例如降低其弹性模量等。目前正在发展中的岩石损伤力学,在一定的意义上说,正是考虑遍布节理的一种比较有效的技术途径^[7]。

如果节理具有强烈的方向性,就会使本来比较均质的岩体表现出高度的各向异性特征。因此,节理的主要属性之一就是它们的产状要素,特别是它们的方位。野外观察表明,平面节理总是围绕着一个或几个“优势方位”而簇集在一起的。如果将这些被测量到的平面的法线方向点绘在赤面极射或等面积投影图上,就可以很清楚地看出这一事实。

节理的有序性,很明显地与构造应力场(地应力场)有重要的关系。但目前对节理不同的有序性是在什么样不同的力学条件下形成的,还不十分清楚,有必要进一步研究。但有的断层和节理有序性的地应力作用,则已经查明^[6]。因此可以由地质断裂情况去推断地应力的作用方向(图1.1)^[2]。

为了确定断层和节理的性能和参数,在工程上常常进行室内和现场试验^{[8]~[13]}。这时特别要注意的是:不要使被试验的断层和节理受到扰动,因此需要发展一些专门试件制备技术。在这些试验研究中,最重要的是剪切试验,特别是直剪试验,以求取 C 、 ϕ 这些参数,这里 C 为凝聚力, ϕ 为内摩擦角。在试验时会出现剪胀性(dilatancy)或叫扩容性,是指剪切时引起节理面上下两壁的法向位移之差,这与节理面的起伏度有关。在本书的第三章中,将有详细的论述。

* 潘别桐等(1989),湖北荆襄磷矿王集矿岩体结构概率模型模拟研究,中国地质大学。

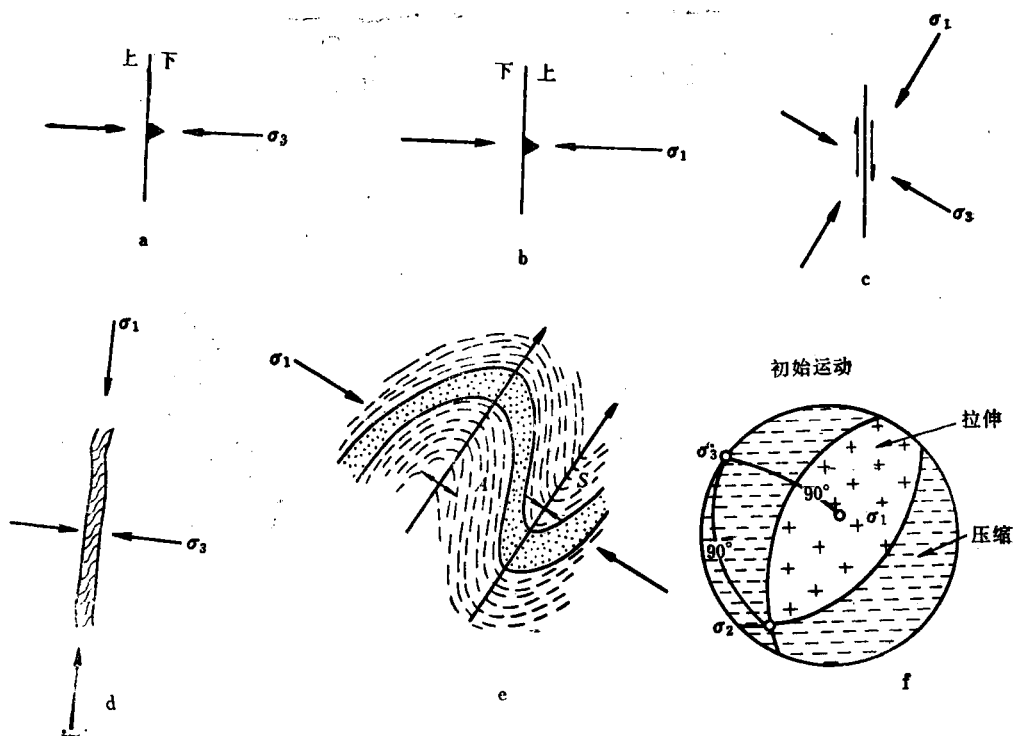


图 1.1 由地质特征推断的应力方向(平面图)^[2]

a. 正断层; b. 逆断层; c. 平推断层; d. 岩脉; e. 褶皱; f. 由一次地震引起的初始运动矢量的赤平极射投影

还应该指出,土力学中的有效应力原理,一般地说,也适用于节理岩石和断层岩石。因此,节理和断层中的水压力能直接抵消作用在节理和断层上的正应力所引起的加固作用,而且,承压节理中的水压力,还具有使节理裂隙扩展的功能。因此研究节理岩石和断层岩石的特性时,必然会涉及到岩石水力学问题。

从上面简单的叙述中,可以看出,节理岩石和断层岩石力学所涉及的面是非常广泛的。但目前在这方面的研究还非常不足,还须进一步研究。

第 1.3 节 基 本 问 题

首先需要指出,本书所涉及的问题,带有局部性。这有两个原因:第一,我们的研究工作是从个别课题开始的,并不是先有一个全面的规划后再逐步实施的,而是在一些个别课题取得一定进展之后,再把有关的方面综合整理而成;第二,如前所述,节理岩石与断层岩石力学问题所涉及的面很广,也很复杂,不可能在短时间内全面完成各方面的研究工作。

其次,在组织本书内容时,我们的基本思路不在于全面论述节理岩石和断层岩石力学问题,而在于集中在几个基本问题上,这些问题是:

(1) 岩石作为脆性材料的能量耗散及稳定性问题(第二章) 考虑能量耗散与损伤的动态增长,我们建立了预测损伤非稳定发展的不等式。将预测结果(解析解与数值解)与

实验结果比较发现,总体弱化非稳定不等式可预测非均匀性的迅猛增长,同时给出有无数值问题的分界点;表面弱化非稳定不等式考虑尺寸效应,可预测无应力自由表面的剥落等。

(2) 岩石的摩擦机制,特别是高压下的粘滑特性以及在地震中岩石力学的数值模拟问题(第三、四章) 岩石作为脆性材料在摩擦过程中包含着接触区的塑性变形,屈服流动阻力是岩石摩擦的基本来源之一;区别了起伏度与粗糙度,起伏度引起剪胀效应,而粗糙度则否;导出了高压下的岩石基本摩擦角为 30° ,且是一个与岩性无关的常数;建立了一个粘滑的自锁模型;提出了一个流变模型以反应地震发生的持续性和周期性,利用该模型对唐山地震序列的模拟结果表明,岩石的延迟时间和松弛时间与相关的地震的周期时间比较相符,为用数值方法进行地震机制和深部岩石力学特性的研究开辟了一条新途径。

(3) 岩土介质中渗流-应力耦合分析问题及其在水库诱发地震中的应用(第五章) 讨论了裂隙含水岩层的概化模型;建立了可解孔隙、裂隙渗流问题的残余迭代数值模型;建立了渗流-应力耦合作用的基本公式及有限元数值模型;讨论了应用岩石两相介质的渗流-应力耦合分析进行水库诱发地震的预测研究问题,并以东江水库诱发地震为例,对不同的各种预测方法进行了比较分析;论述了水在地震中的多重作用以及一种异性水库地震——干旱地震问题。

(4) 岩石统计断裂力学的原理与方法(第六章) 阐述了断裂力学中的统计概念、体积单元强度与整体试样强度关系在统计学上的处理,构成了统计断裂力学的雏形;论述了岩石统计断裂力学的原理与方法,即应力场作用下的断裂与统计裂纹特点相结合;评述了统计断裂的机理及统计模式的识别原理;研究了复杂应力状态下,尤其是多轴受压状态(这种状态在岩石工程中最为常见)裂纹体的统计断裂,并表现出:一方面由于裂纹亚临界扩展导致裂纹密度函数变化;另一方面单个裂纹的失稳效应会受到削弱。我们建议的裂纹密度函数具有明确的物理意义和非常强的刻划性,应用 Markov 过程理论,可以获得它的演化形式。一个处于复杂应力状态下的裂纹体的断裂,具有复合 Poission 过程的特点。这一过程可以从序统计的观点导出。当强度序数 $r = 1$ 时,即相应于 Weibull 最弱环假设的情况。

(5) 岩坡稳定分析的网络模拟技术(第七章) 阐述了动态规划在岩质边坡稳定分析中的应用。通过观察表明,岩坡破坏路径的行进过程是一个多阶段的决策过程,并且总是循着最小阻力的路线发展的,应用动态规划的方法可以找出具有单组节理岩坡的临界途径,通过计算机模拟试验,可以进一步分析影响岩坡破坏概率特性曲线的因素,为边坡设计服务。对于具有两组或两组以上即多组节理的岩坡,必须建立新的方法,因为这时断裂面实际上已形成了网络系统。因此,我们进一步研究了计算机网络模拟技术,讨论了初始节理网络和节理扩展网络的形成技术以及两者的交切关系,反映了初始节理网络受力作用后的演化特征。同时还探讨了演化后的节理网络的演化原理,从而可以很方便地找出节理网络中的临界途径。最后介绍了一个工程实例——三峡船闸边坡稳定性分析及初步应用。

第二章 岩石作为脆性材料 的能量耗散及稳定性

第2.1节 概 述

岩石及混凝土等脆性材料含有许多缺陷,如微空隙及微裂纹等。我们用“结构”这一术语来描述这些缺陷。在加载-卸载过程中,这些空隙(裂纹)可能扩展,同时生成新的裂纹。这些裂纹的结合可能导致宏观裂纹的产生。结构的存在及其在外荷载作用下的发展不仅影响材料的局部力学特征,而且也影响整个材料系统的宏观特性,人们普遍认为,脆性材料通过结构转换而破坏。循环应力试验表明,结构转换显示为卸载刚度的降低。结构转换是软化的主要原因。材料通过结构转换而弱化的过程定义为损伤发展。损伤被当作动态变量或张量(通常是二阶张量),它的发展导致材料逐渐弱化。结构转换吸收能量(定义为损伤能),而且是一个不可逆的过程,也就是说,损伤是不可能恢复的。因此我们有理由称损伤能为耗散能。

应变张量是材料状态的特征量之一。对岩石及混凝土等脆性材料,总变形可归结为弹性变形、塑性变形及损伤的发展。塑性流动对应于塑性滑移的扩展及传播,也是一个不可逆过程。因此,对应于塑性变形的能量——塑性能,也是不可恢复的。然而,弹性能是可以恢复的。塑性流动定律与损伤发展的动态方程在本质上没有区别,因为它们都反映了变形历史对材料性状的影响。然而,他们描述的是不同的物理过程。

通过损伤和塑性流动而耗散的能量是描述材料系统物理状态(结构转换)的标志。随着耗散能的增加,名义应力-应变(力-位移)曲线表现出应变强化和应变弱化,材料系统的应力从均一变到非均一(单轴试验),系统经受稳定、非稳定及破坏等过程。耗散能与材料状态之间,有某种关系存在。下面,我们将探索非稳定性开展与能量耗散(率)之间的关系。非稳定性问题是一宽广的领域,可以分为数学或数值非稳定和物理非稳定。它们有时相关,有时则不一定相关。

这里,弱化非稳定包括表面弱化非稳定和总体弱化非稳定。表面弱化非稳定标志着无应力表面上表面剥落等的产生,它能表现脆性材料的一些重要特征,如尺寸效应及形状效应等。总体弱化非稳定性标志着非均匀性如剪切带的迅猛增长。一般地,脆性材料的表面剥落先于结构系统总体破坏。一旦总体弱化非稳定性产生,并且进一步变形时,材料系统就不再是均匀的,而且对边值问题或初值问题的数值求解可能会遇到数值问题。

第2.2节 简单的回顾

(1) 动能定理 作用在系统中所有力(内力和外力)所作的功等于系统动能的增加,

即

$$W = \Delta T \quad (2.1)$$

式中: ΔT 表示动能的增加, W 表示总功。动能定理的适用性限于牛顿参照系^[6]

(2) 热力学第一定律 外力对一个系统所作的功加上外界流入系统的热量等于系统的动能与内能之和, 用符号表示为

$$W_e + Q = \Delta T + \Delta U \quad (2.2)$$

式中: W_e 表示外力对系统所作的功; Q 表示流入系统的热量; ΔT 表示动能的增加; ΔU 表示内能的增加。对于绝热过程, $Q = 0$, 那么方程(2.2)变为

$$W_e - \Delta U = \Delta T \quad (2.3a)$$

(3) 热力学第二定律 介质体积 V 中的总熵 S 由两部分组成: ① S_e , 通过表面以热的方式与外界交换; ② S_i , 保留在体积 V 中。热力学第二定律表示, 熵的第二部分必须满足 Clausius-Duhem 不等式^[17]

$$\dot{S}_i = \dot{S} - \dot{S}_e \geq 0 \quad (2.3b)$$

热力学第二定律是一统计规律, 其适应性受统计定律的限制^[18]

(4) 完备(非完备)系统 一个材料系统, 在可能的位置之间, 所有可想象的运动都是可能的运动, 则称该系统是完备的^[19]。由弹性材料构成的系统是一完备系统, 由具有塑性或损伤特性材料构成的系统是非完备系统。

(5) 守恒(非守恒)系统 对应闭合路径上的虚位移, 如果一个力学系统所作的虚功为零, 那么该系统是守恒的。弹性材料的内力是守恒的, 塑性或损伤材料的内力是非守恒的。

(6) 完备守恒系统的稳定性 守恒系统的稳定性可由最小势能原理来描述。势能最小原理可叙述为: 当且仅当势能相对最小时, 完备守恒系统才能处于稳定平衡状态, 从这一定义, 我们认识到: ①对任意力学系统, 它是一个充分条件。对于离开平衡位置的任意路径, 若虚功都非负, 则这平衡是稳定的; ②一个力学系统的稳定平衡有时可理解为: 对于离开平衡位置的任一位移, 外界必须对系统作正功。

对具有有限自由度的系统, 最小势能原理的数学表达则相对简单。系统势能是一般坐标 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的单值函数。当然, 势能 V 也依赖于作用在系统上的外部荷载。在包括所有运动的图形空间 R 中, 坐标 x_i 都必须满足两个条件: ①坐标 x_i 之间相互独立; ②对于第 i 个坐标的增量 Δx_i ($\Delta x_j = 0, j \neq i$) 其对应的增量位移 ΔS^i 与 Δx_i 在数量上同阶。对于 R 中的坐标值, 势能函数及其对坐标的一至三阶导数都必须是 x_i 的连续函数。那么, 如果势能函数的二阶导数是正的, 则说这平衡是稳定的。这条件表现为系统刚度矩阵必须是正定的。

对于具有无限自由度的系统, 由于一般不能获得初值及边值问题的解析解, 最小势能原理的数学表达要相对困难一些。问题的求解总是用数值分析去逼近。随着计算机技术的发展, 有限单元法已广泛地被用于求解边值问题。在使用有限单元法时, 系统的无限自由度便由有限自由度所取代^{[20][21]}。如果单元使用恰当, 那么系统的稳定性便可通过总刚度矩阵来评价。

(6) 非守恒系统的稳定性 脆性材料, 如岩石和混凝土等, 在常应变率作用下(单轴或三轴压缩)都会表现出“应变软化”现象。具有应变软化特性的材料在本构反映上具有

如下特征: 开始随着应变增加应力单调增加(应变强化), 在应力达到峰值以后, 应力随应变的增加而降低。在一般小变形情况下, 如果一个材料单元的四阶刚度张量 C_{ijkl} 负定, 那么我们说此单元已进入应变软化阶段^{[22][23]}。应变软化被认为是材料的非稳定性是基于这样的认识, 即对于任意小的应变增量, 外力功增量非正^[24]。对图 2.1 所示的名义应力-应变关系, 我们可以找到对应最大外部荷载的峰值点。因为在该点处, 材料的切向刚度矩阵是奇异的, 所以人们常称这峰值点为分歧点。实验表明, 即使在很低的应力状态下, 这些脆性材料表现出非完备性, 因而对稳定性的定义有多种。

Kondaurov 等人定义的粘性非稳定性可解释即使在均匀应力场作用下的岩石中, 由于边界约束作用而产生的变形集中和剪节理的规则性^[25]。他们所用的非稳定准则可叙述为: 如果存在一个虚位移场使得边界荷载所作的功不能被内应力作功所弥补, 则称物体的平衡是非稳定的。他们指出了粘性非稳定性与对应损伤的结构转换之间的联系, 同时认为结构转换不仅消耗机械能和热能, 而且还将热机能转化为表面能。很明显, 这种非稳定性将出现在应变软化阶段。

Petukhov 等将非稳定性与外力功增量和动能增量联系起来, 定义非稳定为在外部条件不变的情况下外力功增量超过了内能增量^[26]。二者之差用 ΔK 表示。对于一个可能的位移增量场, 如果存在 $\Delta K \geq 0$, 那么该平衡便是稳定的。根据这种理论, 材料在应变软化阶段不一定会失稳。这种非稳定性是基于工程实践如支承压力的计算而提出的,

Biot 定义的表面非稳定性是指均匀应变固体自由表面失去平滑产生表面波纹的可能性^[2]。表面非稳定性意味着变形集中在自由表面附近, 位移场随自由表面向物体内部按指数形式递减, 在离表面无限远处而消失。Boit 首先对一非线性弹性材料, 在平面应变条件下, 研究了表面非稳定性问题。Hutchinson 和 Tvergaard 广泛地讨论了金属材料的表面非稳定现象, 并且指出这些现象与屈服角点效应密切相关。^[28]如果使用常规的塑性流动定律——屈服面光滑及等向强化, 在大多数情况下找不到表面非稳定。换言之, 表面非稳定性的存在依赖于所选用本构定理的类型。Vardoulakis 将岩爆作为表面非稳定现象来研究, 假设材料系统由刚塑性、不可压并服从 Mohr-Coulomb 屈服准则的材料构成^[29]。非稳定性准则表示为单轴抗拉强度、单轴抗压强度及硬化参数的函数。最近, Frantzishonis 和 Vardoulakis 强调了表面效应的微结构及相关非稳定性。^[30]通过引进一个摄动参数, 从而获得了表面弯曲临界荷载的“弥散”定律, 同时指出, 表面弱化及表层效应可归结为表面弯曲非稳定性。

尽管表面非稳定性的研究是对不同材料进行的, 各自在不同的假设下获得了不同的结果, 但有一点是共同的, 即: 表面非稳定性出现在峰值荷载到达之前。

还有另一种非稳定性, 它相关于变形集中^[31]。他们将非稳定性理解为本构关系允许均匀材料保持均匀变形到分叉点, 在分叉点以后, 沿着某一带产生非均匀变形, 而在该带以外, 材料仍保持平衡和均匀变形。将裂纹开展作为本构非稳定性的研究是从 Hill 开始的, 随后 Thomas 和 Tokuoka 作了进一步的工作^{[32]—[34]}。已经证明, 形变带可在切向刚度为正(尽管很小)的时候出现^[31]。本构非稳定性是一极限情况。在本构非稳定到达之前, 局部非均匀性可引起形变带的产生。本构非稳定出现在应变强化阶段。

原子水平的非稳定性是指非稳定对称分叉点的存在, 该分叉点的出现先于扰乱系统基本对称性的剪应变发展之前^[35]。这种非稳定性可能与裂纹的聚合与发展极其相关, 因

为在受拉区裂纹尖端的非稳定分叉可能是开裂平面对称性遭受破坏的机制。通过线性特征值分析, Maemillan 和 Kelly 指出, 理想晶体可在低于最大应力 20% 的应力状态下表现出分叉非稳定性^[37]。这意味着原子水平的分叉非稳定出现在峰值荷载到达之前。

(8) Griffth 准则 研究连续介质中裂纹的著名方法考虑能量率。假设在任意荷载作用下具任意形状的固体中含一无应力裂纹, 裂纹的面积为 $A(t)$ 。在裂纹扩展的任一时刻, 总体能量平衡要求,

$$\dot{W} + \dot{Q} = \dot{E} + \dot{K} + \dot{\Gamma} \quad (2.4)$$

其中, $\dot{W}$ 是外力功率, $\dot{Q}$ 是与温度变化有关的能量, $\dot{E}$ 是应变能率, $\dot{K}$ 是动能率, $\dot{\Gamma}$ 是断裂能量率。根据 Griffth,

$$\dot{\Gamma} = \gamma \dot{A}(t) \quad (2.5)$$

其中, $\gamma > 0$ 是裂纹表面能密度, 它表示形成单位裂纹面积所需的能量, 对于给定的材料, γ 是一个常数。人们通常假设加载过程是准静态的(这使得动能可忽略不计), 均匀温度场保持不变。那么, 方程(2.4)变为:

$$\dot{W} = \dot{E} + \dot{\Gamma} \quad (2.6)$$

应用微分链法则 $\frac{\partial}{\partial t} = A \frac{\partial}{\partial A}$, 我们有:

$$\frac{\partial W}{\partial A} - \frac{\partial E}{\partial A} = \frac{\partial \Gamma}{\partial A} \quad (2.7)$$

外荷载的功率除一部分转变为弹性应变能和塑性应变能外, 剩余部分将用于裂纹开展。

考虑这样一种情况, 开裂是脆性的, 塑性区很小, 可以忽略不计。那么, E 就仅是弹性应变能。假设在某一荷载水平下裂纹表面积增长 ΔA , 那么能量的增量平衡要求:

$$-\Delta P = \Delta W - \Delta E = \Delta \Gamma = \gamma \Delta A \quad (2.8)$$

其中, $P = E - W$ 是弹性势能。人们通常考虑两种极限情况。一是假设对任意小的裂纹增长, 外部荷载作用表面保持静止, 即“固锁”。进一步讲, 如果忽略体力分布, 那么外力功就消失, 当 Δa 趋于零时, 方程(2.7)变为:

$$-\frac{\partial P}{\partial A} = -\frac{\partial E}{\partial A} = G = \frac{\partial \Gamma}{\partial A} \quad (2.9)$$

在这种情况下, G 可恰当地被称为“弹性应变能释放率”, 因为推动裂纹开展所需要的能量由消耗总体弹性应变能来供给。二是假设对于任意小的裂纹增长, 外荷载保持不变, 即“死荷载”情况。随着裂纹的增长, 表面外荷载要作功。根据线性弹静力学的 Clapeyron 定理, 不变边界荷载所作的功(忽略体积力)是弹性应变能增量的两倍^[38], 即 $\frac{\partial W}{\partial A} = 2 \frac{\partial E}{\partial A}$,

那么在“死荷载”情况下, 方程(2.7)变为:

$$\frac{-\partial P}{\partial A} = \frac{\partial E}{\partial A} = G = \frac{\partial \Gamma}{\partial A} \quad (2.10)$$

这里, 裂纹扩展, 总体弹性应变能力也增加。当裂纹扩展增量足够地小, 这隐含着荷载与位移变化都很小, 方程(2.9)及(2.10)左边的绝对值则基本相同。因此, 尽管“固锁”情况下总体弹性应变能减小, 而在“死荷载”情况下总体弹性应变能增加, 与裂纹增长有关的弹性能量率大小则基本相同。

方程(2.9)及(2.10)都只是描述脆性裂纹增长的 Griffith 准则的一部分。Griffith 准则认为含裂纹体的能量 $P + \Gamma = E - W + \Gamma$ 在裂纹开展时具有最大值,即:

$$\frac{\partial(P + \Gamma)}{\partial A} = 0 \quad (2.11)$$

换言之,对于现有裂纹的扩展, $P + \Gamma$ 的值不能随着裂纹大小的增加而增加。 $P + \Gamma$ 取得极大的充分条件要求:

$$\frac{\partial^2(P + \Gamma)}{\partial A^2} < 0 \quad (2.12)$$

方程(2.11)及(2.12)一起便是 Griffith 准则的分析表达式。

第2.3节 非稳定性准则*

2.3.1 损伤模型的基本公式

考虑材料的微元体积 ΔV ,该体积可以分为无损伤部分 ΔU_u 及完全损伤部分 ΔV_d (图1.2)。无损伤部分代表材料的连续特性,属于这部分体积的材料不含微裂纹。微观上由于材料非均匀性的存在,弱面发展形成裂纹,随后裂纹又要进一步扩展。单个裂纹的效应就是在其周围存在一个影响区,如图2.2所示。影响区的体积为 ΔV_d 。在连续加载下,影响区要进一步增加,从而 ΔV_d 增加。在任一时刻,比值

$$\gamma = \frac{\Delta V_d}{\Delta V} \quad (2.13)$$

被称为损伤体积比,每一材料单元由两部分组成,即完整部分和损伤部分,采用相互作用连续介质理论^[39],可得关系式:

$$\sigma_{ij} = (1 - \gamma)\sigma_{ij}^u + \gamma\sigma_{ij}^d \quad (2.14)$$

式中: σ_{ij}^u 、 σ_{ij}^d 分别表示完整部分与损伤部分的应力张量; σ_{ij} 是平均应力张量。如果弥散不存在,一般的混合理论则会得到大大简化^{[39][40]}。这一损伤模型认为材料两部分之间没有弥散,因而两部分之间的应变相等。^[39]

考虑一个材料单元,由于单元受力变形,损伤影响区产生,但破裂尚未出现。这些影响区描述微裂纹对系统的力学效应。对损伤区,本构方程可表达为:

$$\sigma_{ij}^d = C_{ijkl}^d \epsilon_{kl} \quad (2.15)$$

其中, C_{ijkl}^d 是一与材料弱化特性有关参数的函数。由于在完整部分没有微裂纹的存在,因而其本构关系可表示为:

$$\sigma_{ij}^u = C_{ijkl}^u \epsilon_{kl} \quad (2.16)$$

如果完整部分是线弹性的(例如对复合材料), C_{ijkl}^u 只含常规的弹性常数。若考虑塑性效应,则采用一般的弹-塑性系列模型。^[41]

损伤的不可逆性意味着损伤材料服从非完备定律,因此问题将以增量方式表达,从方

* 对分叉(Bifurcation)、稳定性(Stability)、剪切带(Shear bands)、定域(localization)和有限元网格依存性(Finite Element Mesh-dependency)等的研究是当前国际上非线性固体力学的前沿和热点,而 Geomaterials(岩石、土和混凝土等工程材料)的本构反映都是非线性的。这里叙述的内容就是作者在这一领域的部分研究成果。

程(2.14)~(2.16)可推得本构关系为:

$$\sigma_{ij} = L_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\gamma}(\sigma_{ij}^u - \sigma_{ij}^d) \quad (2.17)$$

其中,

$$L_{ijkl} = (1 - \gamma)C_{ijkl}^u + \gamma C_{ijkl}^d \quad (2.18)$$

从方程(2.17)中可看出,尽管 γ 及 $\dot{\gamma}$ 是标量,但是 $\dot{\gamma}(\sigma_{ij}^u - \sigma_{ij}^d)$ 却是张量,它对应于损伤引起的各向异性。 γ 的变化规律直接相关于临界值 γ_{cr} , γ_{cr} 是材料破坏时的 γ 值。关于 γ 的一般定律可表示为:

$$\dot{\gamma} = f(\epsilon_{ij}) \dot{\epsilon}_{ij} \quad (2.19)$$

具体地采用了下面的形式:

$$\gamma = \gamma_u - \gamma_u \exp(-K \xi_D^2) \quad (2.20)$$

$$\xi_D = (\dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p)^{1/2} \quad (2.21)$$

上两式中: ϵ_{ij} 代表应变张量 ϵ_{ij} 的偏量, γ_u 是 γ 的极限值, K 和 R 是材料损伤常数。

2.3.2 损伤固体中的能量及损伤发展的稳定性

1. 能量

考虑上节中描述的损伤固体,让 R 和 $2R$ 分别代表介质体积和边界, T_i 和 F_i 分别代表面力和体积力。让 $\dot{E}'$ 代表作用于材料体积 ΔV 上的外力功率,那么:

$$\dot{E}' = \frac{1}{\Delta V} \int_R \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV \quad (2.22)$$

外力功的一部分将作为弹性应变能储存在介质中,其余部分将消耗于塑性变形及损伤结构转换,即:

$$\dot{E}' = \frac{1}{\Delta V} \left(\int_{\Delta V} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^e dV + \int_{\Delta V} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p dV \right) + \dot{Q} \quad (2.23)$$

其中, $\dot{Q}$ 代表将完整材料转变为损伤材料所消耗的功率,它可表示为:

$$\dot{Q} = q \dot{V} d \quad (2.24)$$

式中: $\dot{V} d$ 是 $V d$ 的变化率,表示将完整结构体积转换为损伤结构体积的速率; q 是单位体积的转换能。基于上面的考虑,对于损伤固体与方程(2.6)相似的形式仍然适合,但有以下两点差异: ①有 $\dot{Q}$ 而不是 $\dot{U}$; ②弹性应变和塑性应变内能是材料两部分能量之和,即:

$$\dot{E}^e = \int_{\Delta V} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^e dV = \int_{\Delta V_u} \sigma_{ij}^u \dot{\epsilon}_{ij}^e dV + \int_{\Delta V_d} \sigma_{ij}^d \dot{\epsilon}_{ij}^e dV \quad (2.25)$$

$$\dot{D} = \int_{\Delta V} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p dV = \int_{\Delta V_u} \sigma_{ij}^u \dot{\epsilon}_{ij}^p dV + \int_{\Delta V_d} \sigma_{ij}^d \dot{\epsilon}_{ij}^p dV \quad (2.26)$$

2. 损伤发展的稳定性

一般考虑两种情况:“固锁”条件及“死荷载”条件^[45]。对“固锁”情形,如果忽略体积力的分布,则外力功率消失,从方程(2.23)、(2.25)及(2.26),则有:

$$\int_R \dot{E}^e dV + \int_R \dot{D} dV + \dot{Q} = 0 \quad (2.27)$$

这里,假设是准静态加载,所以动能率可忽略不计。采用符号记作:

$$\dot{U} = \int_R \dot{E}^e dV \quad (2.28)$$

$$\dot{H} = \int_{\Sigma_R} T_i \dot{U}_i ds + \int_R \rho f_k \dot{U}_k dV \quad (2.29)$$

同时考虑总势能

$$\pi = U - H \quad (2.30)$$

从方程(2.25)到(2.30),有:

$$-\frac{\partial \pi}{\partial V_d} = \frac{\partial D}{\partial U_d} + \frac{\partial Q}{\partial V_d} = -\frac{\partial U}{\partial U_d} \quad (2.31)$$

对“死荷载”情形,不变边界荷载(忽略体积力)所作的功是弹性应变能的两倍^[46]:

$$\frac{\partial H}{\partial V_d} = 2 \frac{\partial U}{\partial V_d} \quad (2.32)$$

对准静态加载,在“死荷载”条件下,从方程(2.23)及(2.32)我们有:

$$-\frac{\partial \pi}{\partial V_d} = \frac{\partial D}{\partial V_d} + \frac{\partial Q}{\partial U_d} = \frac{\partial U}{\partial V_d} \quad (2.33)$$

在损伤发展过程中,方程(2.31)或(2.33)是满足的。由于假设准静态的

$$\frac{\partial K}{\partial V_d} = 0 \quad (2.34)$$

K 是总动能。在某一时刻(当损伤累计到达某一值后),动能增加,即:

$$\frac{\partial}{\partial V_d} \left(\frac{\partial K}{\partial V_d} \right) = \frac{\partial^2 K}{\partial (V_d)^2} > 0 \quad (2.35)$$

于是非稳定损伤发展的条件可写为:

$$-\frac{\partial^2 \pi}{\partial (V_d)^2} - \frac{\partial^2 D}{\partial (V_d)^2} - \frac{\partial^2 Q}{\partial (V_d)^2} > 0 \quad (2.36)$$

非稳定条件(2.36)与 Griffith 理论相似,^[38]其物理意义可解释为:若每单位损伤体积的外力功率高于每单位体积的内能率(弹性和耗散能),则脆性材料系统的损伤发展可能非稳定。

2.3.3 表面弱化及总体弱化

1. 表面弱化

已经观察到许多工程材料的表面糙度随着应变而增加。^[47]表面粗糙化是由微结构的非均匀性所引起,其发展开始是稳定的。已有事实说明表面糙化是剪切带形成的触发因素,表面糙度的突然增长导致剪切带的发展并贯穿试样^[47]。微观上,材料结构的非均质在应变初期就引起非均匀变形,并且,物体的非规则变形分布也不是均匀的,在某些部位(如接近表面)非规则性要大于其他部位,这些现象在对脆性材料的广泛实验中已观察到^{[48][49]}。

试样边缘的损伤分布与远离边缘的损伤分布会有很大差异,这是由于表面弱化的影响。Frant ziskonis 和 Desai 认为^{[50][51]}:表面效应引起的损伤可与远离表面的损伤叠加。边缘处,微元体积 ΔV_d 可分为完整部分 ΔV_{d0} 及损伤部分 ΔV_{d1} 。我们认为上述划分在远离表面 ρ 以内成立, ρ 是一个正实数,其取值依赖于材料性状、几何特性及荷载分布等。在任一时刻,边部损伤参数可定义为:

$$\gamma_s = \frac{\Delta V_{d1}}{\Delta V_d} \quad (2.37)$$