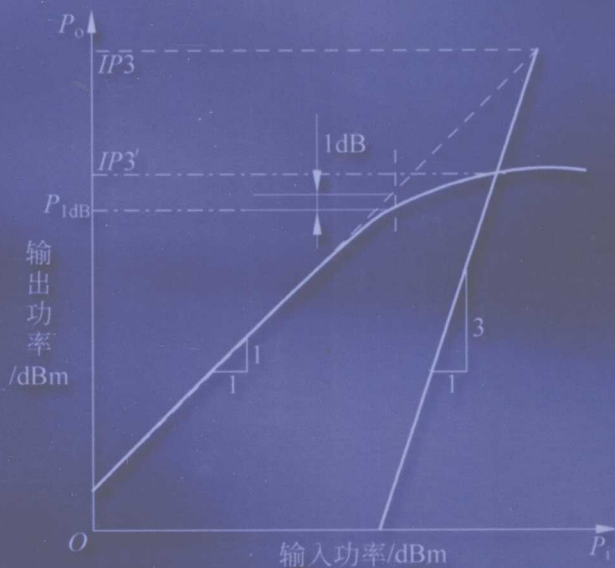


非线性电路与系统

张玉兴 赵宏飞 向荣 等编著



清华大学出版社

清华大学出版社

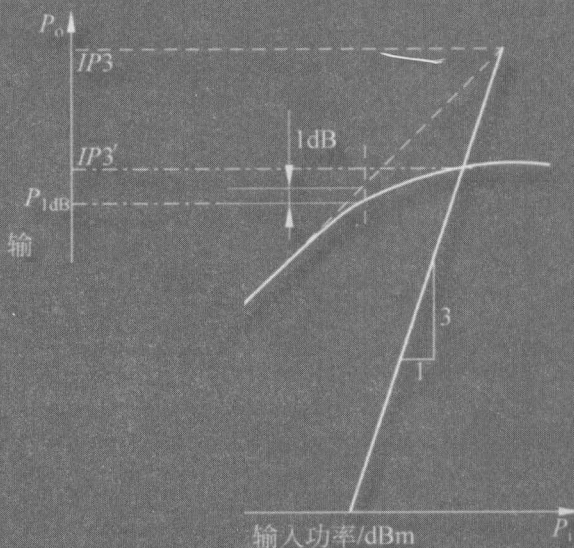
清华大学出版社

非线性电路与系统

张玉兴 赵宏飞 向荣 等编著

TN711.4
2h1

清华大学出版社



机械工业出版社
China Machine Press

作者分析了国内外一些相关文献,结合教学体会和科研实践,编写了本书。本书共六章,主要内容包括:非线性物理的重要概念;电子混沌现象及电路;射频与微波电路非线性有源器件模型等。放大器的非线性及线性化技术是本书的重点;另外,还讨论了非线性电路的两种分析方法——谐波平衡法和大小信号分析法,最后一章讨论无线通信接收机中的非线性问题。

本书注重理论联系实际,可作为高等院校电子信息工程、计算机、自动化等专业的本科教材或研究生教材,也可供从事相关工作的专业工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

图书在版编目(CIP)数据

非线性电路与系统/张玉兴,赵宏飞,向荣等编著. —北京:机械工业出版社,2007.6
(21世纪高等院校电子信息与电气学科系列规划教材)

ISBN 978-7-111-21428-1

I. 非… II. ①张… ②赵… ③向… III. 非线性电路—高等学校—教材
IV. TN711.4

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第071235号

机械工业出版社(北京市西城区百万庄大街22号 邮政编码 100037)

责任编辑:冯蕾

北京京北制版厂印刷·新华书店北京发行所发行

2007年8月第1版第1次印刷

184mm×240mm·20.5印张

定价:32.00元

凡购本书,如有倒页、脱页、缺页,由本社发行部调换
本社购书热线:(010)68326294

随着信息技术的迅猛发展,培养“适应 21 世纪时代需求的、有创新能力的复合型人才”已成为当前高等院校教育工作的重点。新型的人才培养模式应以基础扎实,拓宽专业口径为着眼点,突出培养学生的科学研究能力和工程设计能力。“编写精品教材,创建精品课程”是实现新型培养模式的基本保证。为进一步配合全国高校提高教育教学质量,共享优质教学资源,推动电子电气类精品课程的建设工作,机械工业出版社华章分社将与“教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会委员、教学名师和知名教授”一起建设“高等院校电子信息与电气学科系列规划教材”,从高校的教学改革出发,在对电子电气类课程的课程体系和教学内容深入研讨的基础上,建设具有先进性、创新性、实用性的精品教材和教学资源体系,使该系列教材成为“立足专业规范,面向新需求,成就高质量”的精品。

该系列教材的出版以新的教改精神和人才培养模式作为指导,这样不仅能够保证教材质量,而且有利于促进学科的发展。根据教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会制定的“专业规范和基本要求、学科发展和人才培养的目标”,确定教材特色如下:

- 教材的编写要以教育部高等学校电子信息与电气学科教学指导委员会制定的“专业规范和基本要求”为依据,以培养满足国家和社会发展需要的高素质人才为目标,系统整合教学改革成果,使教材结构体系具有渐进性,体现教学规律和学生的认识规律,使教材的结构完整,内容具有系统性、科学性和准确性,理论阐述严谨、正确。
- 教材的知识体系和内容结构具有较强的逻辑性,利于培养学生的科学思维能力;根据教学内容、学时、教学大纲的要求,优化知识结构,充分体现新知识、新技术、新工艺、新成果;既要加强基础理论,也要强化实践内容;理论的阐述、实验内容和习题的选取都应紧密联系实际,使学生做到运用理论处理实际问题,培养学生分析问题和解决问题的能力。

为做好该系列教材的出版工作,我们聘请了东南大学王志功教授为编审委员会顾问,天津大学孙雨耕教授为编审委员会主任,以及清华大学、北京大学、浙江大学、上海交通大学、电子科技大学、华中科技大学、西安电子科技大学、北京邮电大学、吉林大学等国内重点大学的教授为编审委员会副主任委员和委员,从根本上保证了教材的质量。我们将在今后的出版工作中广泛征询和听取一线教师的反馈意见和建议,逐步改进和完善该系列教材,积极推动高等院校教学改革和教材建设。

“21世纪高等院校电子信息与电气学科系列规划教材”

编审委员会

编审委员会顾问：王志功(东南大学)

编审委员会主任：孙雨耕(天津大学)

编审委员会副主任：倪光正(浙江大学)

彭启琮(电子科技大学)

张晓林(北京航空航天大学)

戴先中(东南大学)

编审委员会委员：

陈洪亮(上海交通大学)

陆文娟(清华大学)

马西奎(西安交通大学)

吴建强(哈尔滨工业大学)

华成英(清华大学)

孟 桥(东南大学)

刘新元(北京大学)

蔺志青(北京邮电大学)

姜建国(上海交通大学)

石光明(西安电子科技大学)

尹项根(华中科技大学)

黄瑞光(华中科技大学)

邓建国(西安交通大学)

郭树旭(吉林大学)

王成华(南京航空航天大学)

陈鹤鸣(南京邮电大学)

李哲英(北京联合大学)

王泽忠(华北电力大学)

清华大学出版社出版

1998年

FOREWORD

前言

严格地讲，电路与系统中所用的元器件都是时变、非线性的。不同的使用条件下，表现出的非线性程度是不同的。对于小信号条件，在一般情况下，总是忽略大部分元器件的非线性，将它们看成是一种时不变元器件。在此条件下，发展出一套分析线性网络的方法及手段，这就是目前高校电子信息工程本科所学专业基础课的几乎全部内容。

事实上，流过元器件的电流与在其上所施加的电压之间的相互关系是非线性的。长期以来，大部分的电路与系统总是作为线性问题来处理，由此得到的结果具有确定性。在某些情况下，这种处理方法是可接受的。然而由线性化处理所形成的传统观念却束缚了人们的思维方式，以致总以为自然界的规律意味着确定性，未来世界总是可以预测的。物理界中形成了根深蒂固的观念——拉普拉斯的决定论观点。

近三十年来，随着计算技术的发展及日益增长的通信技术与系统的要求，许多迫切需要解决的非线性问题正在得到解决，并展现出一些直接冲击传统学术观点的结果。在非线性的领域里，从决定性的方程出发，不一定能得到决定性的结果，在某些条件下，结果可能是随机性的。

时至今日，非线性已成为电路与系统中重要的研究课题，大信号问题、非线性现象已不能再回避。在此领域内，非线性物理学无疑是最活跃的。电子电路中的非线性问题，可以借助物理学来解决，物理学中的非线性问题也可利用电子电路来仿真。

一个系统，如果其输出量不与输入量成正比，则它是非线性的。任何电子系统，当输入信号的幅度足够大时都是非线性的。因此，非线性系统远比线性系统多得多，客观世界本来就是非线性的，线性只是一种近似。从数学上看，非线性系统的特征是叠加原理不再成立。对于一个非线性系统，哪怕是一个微小扰动，比如初始条件的一个微小改变，都可能造成系统在以后时刻的巨大差异。叠加原理的失效也将导致傅里叶变换方法不适用于非线性系统的分析。因此，系统的非线性带来系统行为的复杂性，对于非线性系统行为的解析研究是相当困难的。在许多情况下，对于我们所要研究的系统，方程是未知的，甚至可能不存在。

混沌是非线性系统的最典型行为，它起源于非线性系统对于初始条件的敏感依赖性。混沌现象早在 20 世纪初就被法国学者庞加莱发现，近年来，学术界对于混沌特别关注。20 世纪 70 年代，美国人费根鲍姆发现，一些像平方函数重复迭代的一大类简单映射系统居然具有普适的性质。例如倍周期分岔混沌的道路，分叉参数的渐近收敛比值，几何特性具有普适标度性等。

混沌系统有两个特性特别有意义：一是一个决定论性系统的行为处于混沌状态时似乎是随机的，仅仅这一发现就使得所有的科学实验者重新考察他们的数据，以确定曾经归于噪声的随机行为是否是由于决定论性混沌而产生的；二是人们发现很少自由度的非线性系统就可

能是混沌的,从而表现得相当复杂。这一发现给我们这样的启示:许多真实系统中所观察到的复杂行为其实有一个简单的起源——混沌。决定论性混沌的真实系统的行为具有明显的不可预测性,在看起来复杂的行为中,却蕴藏着秩序。

混沌的另一个重要应用是混沌的控制。这一应用基于如下事实:许多不稳定周期轨道嵌入在奇怪吸引子内,我们可以根据需要进行控制,通过对系统施加一个小扰动的方法使其中之一稳定,并将混沌系统驱动到这一稳定周期轨道状态。

混沌理论的成功开启了复杂性科学的研究之门,混沌理论也成功地用于“电路与系统”领域,如混沌编码理论若用于扩频通信系统将获得更好的保密性能等。

电子系统中的非线性问题,特别是移动通信系统中的接收机、发射机、高清晰度数字电视无线系统中的非线性问题,已成为当今研究的热门课题。这些系统中的线性度指标直接影响系统的总体性能。为改善系统的线性度指标,出现了很多“线性化”技术与方案。其中,功率放大器的线性化技术是近十年来研究发展的成果。上述内容都会在本书中重点讨论。

“非线性电路与系统”这门课程,实质上是“非线性物理”的一个细小分支。但由于“电路与系统”工程上的实用性,非线性电路的分析方法大部分是基本工程实用性近似分析方法,例如折线近似分析法、幂级数法、包络仿真法、开关函数法、线性时变分析法(大小信号分析法)等。上述的分析方法都是无线通信电路的基本理论,本教材对这部分内容仅是略有涉及。近年来,随着通信频段不断上移,已进入了微波频段,卫星通信更是向毫米波发展。非线性微波电路越来越受到重视,理论研究也出现了大的进展——谐波平衡法,谐波平衡法在分析非线性微波电路场合起到了相当大的作用,以此为基础,建立了较好的射频与微波计算机的仿真、优化和分析,例如 HFSS、ADS 等。

本书的第 1 章是非线性物理初步,从简单的单摆运动这一物理现象入门,分析非线性现象,逐步引入一些重要的概念,最后引入混沌的概念及走向混沌的道路。第 2 章介绍电子混沌现象及电路。第 3 章讨论射频与微波电路非线性有源器件模型。第 4 章讲述放大器的非线性及线性化技术,这一章是本书的重点。首先引入描述放大器非线性特性的一些重要指标及术语,如 1dB 压缩点、三阶交截点、互调、交调等,然后重点讲述了分析放大器非线性特性的方法——幂级数法和包络仿真法。最后介绍功率放大器的线性化技术——负反馈法、预失真法和前反馈技术。谐波平衡法广泛应用于 RF 电路及微波电路中的功率放大器、混频器、倍频器、检波器等非线性电路的仿真与设计优化。第 5 章讨论非线性电路的两种分析方法——谐波平衡法与大小信号分析法。最后一章讨论无线通信接收机中的非线性问题,重点讨论了高线性大动态接收机的设计问题。

本书第 3 章由赵宏飞编写,第 5 章由向荣编写,第 1、2 章由张骏凌编写。第 4、6 章由张玉兴编写,全文由张玉兴审核。

本书在编写过程中,得到了电子科技大学研究生院及电子系统工程研究中心(成都赛英科技有限公司)的大力支持,在此表示衷心的感谢。

本书疏漏不足之处,敬请读者指正!

张玉兴

2007 年 2 月于成都

INSTRUCTOR'S MANUAL

教学建议

本书是为电路与系统学科、电子信息工程类硕士研究生作为专业基础课而编写。事实上作者早已编著了一本讲义，已经试用四年，本书是在此基础上，参阅了大量的国内外文献、书籍，根据作者近四十年的科研实践编著而成。本书与讲义相比作了较大的增补与删减，使其内容更能代表 21 世纪非线性电路的最新进展。

因而，本书可作为电路与系统学科、电子工程、通信工程硕士研究生的专业基础课或选修课程。如作为专业基础课，总学时为 60 学时；如作为选修课，总学时为 40 学时。也可作为电磁场与微波技术学科硕士研究生的专业基础课教材，总学时为 60 学时。

本书也可作为电子信息工程、计算机、自动化等专业的本科生教材，重点学习第 3、4、5 和 6 章，总学时为 32 学时。

教学大纲(按总学时 60 学时考虑,其他学时可酌情增减)

| 章节安排 | 学习要点 | 教学内容 |
|----------------------|--|---|
| 第 1 章 非线性物理初步 (6 学时) | 1.1、1.2、1.3(2 学时) 1.4、1.5(2 学时) 1.6 (2 学时)重点讲述由倍周期分岔走向混沌 | <p>电子系统中所用的元件、器件，从绝对意义上讲，都是时变、非线性的。小信号条件下，忽略元、器件的非线性，而且看成是时不变的。长期以来，电路与系统基本上是作为线性问题来处理，由此得到的结果具有确定性。由线性化处理所形成的传统观念却束缚了人们的思维方式</p> <p>近三十年来，随着观测手段的完善，计算技术的发展及日益发展的通信技术与系统的要求，许多迫切需要解决的非线性问题正在得到解决，并展现出一些直接冲击传统学术观点的结果。在非线性的领域里，从决定性的方程出发，不一定能得到决定性的结果，在某些条件下，结果可能是随机的</p> <p>非线性已成为电路与系统中重要的研究课题，大信号问题、非线性观现象已不能再回避。在此领域内，非线性物理学无疑是最活跃的。电子电路中的非线性问题，可以借助物理学来解决。物理学中的非线性问题也可用电子电路来仿真</p> |

(续)

| 章节安排 | 学习要点 | 教学内容 | |
|-----------------------------|---|----------------------------------|---|
| 第2章 电子混沌现象及电路(2学时) | 重点讲述控制混沌与同步混丧、保密通信 | 掌握非线性系统中的典型行为及其应用 | 混沌是非线性系统的最典型行为,它起源于非线性系统对于初始条件的敏感依赖性。混沌系统有两个特性特别有意义:1)一个决定论性系统的行为处于混沌状态时似乎是随机的,仅仅这一发现就迫使所有的实验科学家重新考察他们的数据,以确定曾经归于噪声的随机行为是否是由于决定论性混沌而产生的;2)人们发现很少自由度非线性系统就可能是混沌的,从而表现得相当复杂 混沌行为已在通信中得到广泛应用,如混沌编码、混沌同步控制等 |
| 第3章 射频与微波电路非线性有源器件模型(12学时) | 3.1 二极管(4学时) 3.2 双极型晶体管(4学时) 3.4 有源器件参数的提取(4学时) | 掌握射频与微波电路非线性有源器件模型 | 现代电子电路的设计分析中,大信号问题、噪声问题已无法避免。本章是非线性电路建模的基础 |
| 第4章 放大器的非线性及放大器的线性化技术(22学时) | 4.1 非线性电路的基本概念及定义 线性与非线性 新频率的产生 非线性现象(3学时) 4.2 放大器中的非线性现象(9学时) 4.3 功率放大器线性化技术(10学时) | 第4章是本书重点,需要牢固掌握。放大器是电子系统中的最基本的部件 | 电子系统中的非线性问题,特别是移动通信系统中的接收机、发射机、高清晰度数字电视无线系统中的非线性问题已成为当今的研究热门课题。这些系统中的线性度指标直接影响系统的总体性能。为改善系统的线性度指标,出现了很多“线性化”技术与方案。其中,功率放大器的线性化技术是近十年来研究发展的成果。上述内容都会在这本书中重点讨论 |
| 第5章 非线性电路设计方法(8学时) | 5.1 非线性电路设计的基本方法(4学时) 5.2 谐波平衡法和大小信号分析法的原理及应用(2学时) 5.3 使用转换矩阵的大、小信号分析(1学时) 5.4 扩展的谐波平衡法(1学时) | 掌握非线性电路的基本分析方法 | “非线性电路与系统”这门课程,实质上是“非线性物理”的一个细小分支。但由于“电路与系统”工程上的实用性,非线性电路的分析方法大部分是基本工程实用性近似分析方法,例如折线近的分析法、幂级数法、包络仿真法、开关函数法、线性时变分析法等。上述的分析方法都是无线通信电路的基本理论,教材对这部分内容仅是略有涉及。近年来,随着通信频段不断的上移,已进入了微波波段,卫星通信更是向毫米波发展。非线性微波电路受到了愈来愈大的重视,理论研究也出现了大的进展——谐波平衡法,谐波平衡法在分析非线性微波电路场合起到了相当大的作用,以此为基础,建立了较好的射频、微波计算机仿真、优化、分析设计程序,例如 HFSS、ADS 等 |
| 第6章 无线通信接收机中的非线性问题(10学时) | 6.1 概述 无线信道的特点(2学时) 6.2 二极管混频率(2学时) 6.3 接收机指标分析(3学时) 6.4 接收机系统设计(3学时) | 掌握无线通信接收机线性度指标的定义,测量方法以及设计方法 | 现代无线数字通信接收机中的非线性问题,已成为重要指标。本章重点讨论了高线性大动态接收机的设计问题 |

CONTENTS

目录

| | |
|--------------------------------------|--|
| 出版说明 | |
| 前言 | |
| 教学建议 | |
| 第1章 非线性物理初步 1 | |
| 1.1 无阻尼单摆的自由振荡 1 | |
| 1.1.1 小角度无阻尼单摆 1 | |
| 1.1.2 任意角度无阻尼单摆——双曲点 2 | |
| 1.1.3 无阻尼单摆的相图与势能曲线 4 | |
| 1.2 阻尼振子 4 | |
| 1.3 相图法 5 | |
| 1.3.1 相轨迹 5 | |
| 1.3.2 平衡点的类型及其稳定性 6 | |
| 1.4 受迫振动 9 | |
| 1.4.1 线性单摆的受迫振动 ... 9 | |
| 1.4.2 杜芬方程的受迫振动 10 | |
| 1.5 分岔与奇异吸引子 12 | |
| 1.5.1 简单数学分岔 12 | |
| 1.5.2 平方映射与倍周期分岔 17 | |
| 1.5.3 流体不稳定性与洛伦兹方程 21 | |
| 1.5.4 李雅普诺夫指数与奇异吸引子 25 | |
| 1.6 走向混沌的道路 29 | |
| 1.6.1 由倍周期分岔走向混沌 29 | |
| 1.6.2 阵发性混沌 31 | |
| 1.6.3 同步、锁模与混沌 ... 32 | |
| 1.6.4 湍流道路 38 | |
| 1.6.5 保守系统中的不规则运动 39 | |
| 第2章 电子混沌现象及电路 44 | |
| 2.1 外激励非线性 LC 谐振电路 ... 44 | |
| 2.1.1 单结晶体管混沌电路 44 | |
| 2.1.2 二极管——电感混沌电路 45 | |
| 2.2 非线性微分方程混沌特性的模拟电子电路 46 | |
| 2.2.1 非线性常微分方程 ... 46 | |
| 2.2.2 几个电子混沌电路 ... 48 | |
| 2.3 弹跳运动的电子模拟 51 | |
| 2.4 控制混沌与同步混沌 53 | |
| 2.4.1 控制混沌 53 | |
| 2.4.2 同步混沌与保密通信 56 | |
| 第3章 射频与微波电路非线性有源器件模型 61 | |
| 3.1 二极管 62 | |
| 3.1.1 大信号二极管模型 ... 62 | |
| 3.1.2 混频和检波二极管 ... 64 | |
| 3.1.3 PIN 二极管 68 | |
| 3.1.4 变容二极管 70 | |
| 3.2 双极型晶体管 91 | |
| 3.2.1 双极型晶体管的几个术语 91 | |

| | | | | | |
|---|--|-----|------------------------------|------------------------------------|-----|
| 3.2.2 | 双极型晶体管的小 信号等效电路 | 92 | 4.2.4 | 调幅-调相(AM-PM) 转换效应 | 165 |
| 3.2.3 | 等效电路中元件的 确定 | 93 | 4.2.5 | RF 功率放大器中的 偏置调制效应 | 168 |
| 3.2.4 | 本征 π 电路与 T 电路 拓扑之间的等效 互换 | 95 | 4.2.6 | 数字调制系统对 RF 功率放大器的指标 要求 | 168 |
| 3.2.5 | 非线性双极器件 模型 | 97 | 4.2.7 | 多载波系统对功率 放大器的指标 要求 | 170 |
| 3.3 | 场效应晶体管 FET | 99 | 4.3 | 功率放大器的线性化技术 | 170 |
| 3.3.1 | FET 介绍 | 99 | 4.3.1 | 负反馈线性化技术 | 172 |
| 3.3.2 | MOSFET 管 | 101 | 4.3.2 | 预失真技术 | 183 |
| 3.3.3 | GaAs MESFET 和 HEMT 管 | 115 | 4.3.3 | 前馈技术 | 193 |
| 3.4 | 有源器件参数的提取 | 132 | 4.4 | GaAs FET 线性功率放大器 | 204 |
| 3.4.1 | 引言 | 132 | 4.4.1 | 非线性模型 | 204 |
| 3.4.2 | 典型的 SPICE 参数 | 133 | 4.4.2 | GaAs FET 线性功率 放大器的设计 | 207 |
| 3.4.3 | 噪声建模 | 134 | | | |
| 3.4.4 | 参数提取方法 | 140 | 第 5 章 非线性电路设计方法 | 209 | |
| 3.4.5 | 结论 | 144 | 5.1 | 非线性电路设计的基本 方法 | 209 |
| 3.4.6 | 器件库 | 145 | 5.1.1 | 频谱域分析 | 209 |
| 3.4.7 | 在低电压和近夹断 电压情况下的一种 新的仿真方法 | 148 | 5.1.2 | 三角恒等式法 | 209 |
| | | | 5.1.3 | 分段线性近似 | 210 |
| | | | 5.1.4 | 贝塞尔函数 | 212 |
| | | | 5.1.5 | 时域分析 | 213 |
| | | | 5.1.6 | 牛顿-拉夫森(Newton- Raphson)算法 | 217 |
| 第 4 章 放大器的非线性及放大器的 线性化技术 | 152 | | 5.1.7 | 准线性法 | 219 |
| 4.1 | 非线性电路基本概念与 定义 | 152 | 5.1.8 | 谐波平衡法的基本 概念 | 220 |
| 4.1.1 | 线性与非线性 | 152 | 5.2 | 谐波平衡法和大小信号分析 法的原理及应用 | 222 |
| 4.1.2 | 频率的产生 | 153 | 5.2.1 | 大信号、单音激励下 的谐波平衡法 | 225 |
| 4.1.3 | 非线性现象 | 154 | 5.2.2 | 计算算法 | 231 |
| 4.2 | 放大器中的非线性现象 | 155 | 5.2.3 | 选择谐波的数目和 时间采样 | 239 |
| 4.2.1 | 线性放大器在通信 系统与图像传输系 统中的作用 | 155 | 5.2.4 | 各算法的比较 | 240 |
| 4.2.2 | 信号失真特性 | 156 | | | |
| 4.2.3 | 双音包络分析 | 161 | | | |

| | | | | | |
|-----------------------------------|----------------------|------------|---------------------|----------------------------|------------|
| 5.3 | 使用转换矩阵的大、小信号分析 | 241 | 频谱 | 268 | |
| 5.3.1 | 组成转换矩阵 | 242 | 6.2 | 二极管混频器 | 273 |
| 5.3.2 | 转换矩阵用于时变电路 | 246 | 6.2.1 | 二极管混频器的指标 | 273 |
| 5.3.3 | 时变电路的多音激励和互调 | 251 | 6.2.2 | 二极管混频器的结构与工件原理 | 276 |
| 5.4 | 扩展的谐波平衡法 | 255 | 6.2.3 | 混频器的非线性分析 | 279 |
| 5.4.1 | 谐波平衡概念的扩展 | 255 | 6.2.4 | 单二极管混频器的设计 | 283 |
| 5.4.2 | 傅里叶变换的重新阐明 | 257 | 6.2.5 | 平衡混频器 | 288 |
| 5.4.3 | 近似周期傅里叶变换 | 257 | 6.3 | 高线性大动态范围接收机指标分析 | 292 |
| 第 6 章 无线通信接收机中的非线性问题 | | 259 | 6.3.1 | 噪声特性分析——接收机的噪声系数与灵敏度 | 292 |
| 6.1 | 概述 | 259 | 6.3.2 | 压缩点、最小可检测信号和动态范围 | 295 |
| 6.1.1 | 无线信道的特点和调制的要求 | 259 | 6.4 | 接收机系统设计 | 301 |
| 6.1.2 | 信道的冲激响应 | 260 | 6.4.1 | 高线性大动态范围接收机设计方法 | 302 |
| 6.1.3 | 多普勒效应 | 261 | 6.4.2 | 接收机展宽动态范围的设计方法 | 309 |
| 6.1.4 | 传递函数 | 261 | 6.5 | 无线 RF 接收机的一些其他问题考虑 | 310 |
| 6.1.5 | 关于比特、符号和波形 | 264 | 6.5.1 | 镜像抑制技术 | 311 |
| 6.1.6 | 数字已调载波的频谱 | 267 | 6.5.2 | 零中频接收机 | 312 |
| 6.1.7 | 数字已调载波的解调 | 267 | 主要参考文献 | | 313 |
| 6.1.8 | 数字调制技术和 | | | | |

非线性物理初步

1.1 无阻尼单摆的自由振荡

严格地说,应该从非线性角度去观察物理现象中的问题,即使最简单的无阻尼单摆的自由振荡也是如此。

1.1.1 小角度无阻尼单摆

一个摆长为 l , 连着重量为 mg 的重锤的悬挂单摆运动是物理教科书中最简单的力学系统(见图 1-1)。但是,它具有非常复杂的动力学行为。

先讨论“理想”单摆(注意理想是不存在的),也就是对此特定的系统作简化:忽略摆线 l 的质量,所有质量都集中在摆锤上,忽略一切阻尼、空气阻力、悬挂点的摩擦损耗。这样由牛顿第二定律列出运动方程

$$ml \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\sin\theta \quad (1-1)$$

$$\text{即} \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \quad (1-2)$$

令 $\sqrt{\frac{g}{l}} = \omega_0$, 则上式变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\sin\theta = 0 \quad (1-3)$$

式(1-3)是二阶非线性微分方程,严格求解比较困难。如 $|\theta| \leq \frac{\pi}{6}$ 时, $\sin\theta \approx \theta$, 该式可化简为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2\theta = 0 \quad (1-4)$$

由此得到式(1-4)的通解为

$$\theta(t) = C_1 e^{j\omega_0 t} + C_2 e^{-j\omega_0 t} \quad (1-5)$$

式中, C_1, C_2 为复常数,但描述单摆运动的 $\theta(t)$ 应为实函数,所以 $C_1 = \frac{p}{2} e^{j\varphi}$, $C_2 = \frac{p}{2} e^{-j\varphi}$ (p 为模), 这样

$$\theta(t) = \frac{p}{2} [e^{j(\omega_0 t + \varphi)} + e^{-j(\omega_0 t + \varphi)}] = p \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1-6)$$

式(1-6)表达的是一个振幅为 p , 角频率为 ω_0 的简谐运动,表明在 $\theta(t)$ (即摆角)很小时的



图 1-1 单摆

摆动为简谐振动。而振动角频率 ω_0 只与摆长 l 有关, 与摆锤质量 m 无关, 称 ω_0 为单摆的固有角频率。

1.1.2 任意角度无阻尼单摆——双曲点

小角度单摆运动是简谐运动。一般来说, 如果摆线是刚性的, 则不对单摆的摆角作任何限制, 摆角可以超过 90° , 接近或达到 180° (倒立状态)。

小角度单摆的振动周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, T_0 与 θ 无关, 周期始终是常数。但实验证明, 摆动周期是与 θ 有关的, 如表 1-1 所示。

表 1-1 单摆的振动周期与摆角的关系

| θ | 0° | 5° | 10° | 20° | 30° | 45° |
|----------|-----------|-----------|------------|------------|------------|------------|
| T/T_0 | 1.0000 | 1.0005 | 1.0019 | 1.0077 | 1.0174 | 1.0369 |

摆角为 45° 时, 周期增加了 3.7%。摆角小于 90° 时, T 随摆角的增加幅度变化不大; 而当摆角超过 90° 时, T 随摆角增大而很快增长, $\theta \rightarrow 180^\circ$, $T \rightarrow \infty$, 这是非线性项的影响越来越大的缘故。

式(1-2)乘以 $\frac{d\theta}{dt}$, 并对 t 积分得

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = E + 2\omega_0^2 \cos\theta \quad (1-7)$$

式中, E 为积分常数, 在最大角位移 $\theta = \theta_0$ 处, $\frac{d\theta}{dt} = 0$, 代入式(1-7)求得积分常数 E

$$0 = E + 2\omega_0^2 \cos\theta_0$$

$$E = -2\omega_0^2 \cos\theta_0$$

所以

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = 2\omega_0^2 \cos\theta - 2\omega_0^2 \cos\theta_0$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_0 [2(\cos\theta - \cos\theta_0)]^{\frac{1}{2}} \quad (1-8)$$

对式(1-8)积分得

$$\omega_0 t = \int \frac{d\theta}{[2(\cos\theta - \cos\theta_0)]^{\frac{1}{2}}} \quad (1-9)$$

设 $t=0$ 时, $\theta=0$, 振动周期为 T 。 $t = \frac{\pi}{4}$ 时, $\theta = \theta_0$, 用半角公式可得

$$\frac{1}{4}\omega_0 T = \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{2\left(\sin^2 \frac{\theta_0}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (1-10)$$

令

$$\sin \frac{\theta}{2} = \sin \frac{\theta_0}{2} \sin\phi$$

应有

$$-1 \leq \sin\phi \leq 1$$

由此有

$$\frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta = \sin \frac{\theta_0}{2} \cos\phi d\phi$$

式(1-10)变为

$$\frac{\pi}{2} \frac{T}{T_0} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\left(1 - \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \sin^2 \phi\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (1-11)$$

式中, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 。最后可得

$$T = T_0 \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\right)^2 \sin^4 \frac{\theta_0}{2} + \dots \right] \quad (1-12)$$

忽略高次项, 得单摆的周期近似为

$$T = T_0 \left[1 + \left(\frac{1}{4}\right) \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \right] \quad (1-13)$$

在分析讨论非线性方程时, 经常给出相平面上的数学表达式来讨论物理现象。为了寻求任意摆角时单摆在相平面上的轨迹形状, 考察相平面上的两个特殊点 ($\theta = 0, \dot{\theta} = 0$) 和 ($\theta = \pm\pi, \dot{\theta} = 0$)。第一个点 ($\theta = 0, \dot{\theta} = 0$) 实际是相图的原点, 这里寻求 ($\theta = \pm\pi, \dot{\theta} = 0$) 附近的轨迹方程。由图 1-2 可见: $\phi = \pi - \theta$, 或 $\theta = \pi - \phi$, 这样

$$\frac{d^2}{dt^2}(\pi - \phi) + \omega_0^2 \sin(\pi - \phi) = 0$$

$$\text{即} \quad \frac{d^2 \phi}{dt^2} - \omega_0^2 \sin \phi = 0 \quad (1-14)$$

当 ϕ 很小 (大摆角, θ 很大) 时, $\sin \phi \approx \phi$ 。于是

$$\frac{d^2 \phi}{dt^2} - \omega_0^2 \phi = 0 \quad (1-15)$$

对式(1-15)积分

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 - \frac{1}{2} \omega_0^2 \phi^2 = E \quad (1-16)$$

$$\text{即} \quad \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{2} \omega_0^2 \phi^2 = E$$

在相平面上 (即 $\phi - \dot{\phi}$ 平面上) 这是一个双曲线, 不同的 E 值给出不同的双曲线族。 $E = 0$ 时, $\frac{d\phi}{dt} = \pm \omega_0 \phi$, 这是两条相交直线, 它们是双曲线的渐近线 (见图 1-3)。

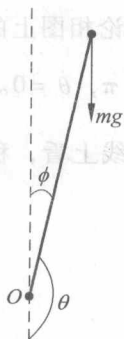


图 1-2 单摆摆角接近倒立时的情况

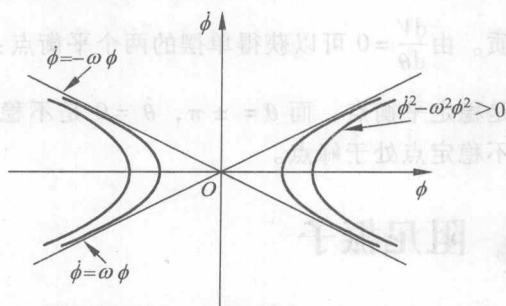


图 1-3 单摆倒立附近的相轨迹

⊖ 本章中的 $\dot{\theta} = d\theta/dt$ 。

1.1.3 无阻尼单摆的相图与势能曲线

相轨迹方程无法定态求解，只能以两种极端情况——小摆角和大摆角推断无阻尼单摆的完全相图。可以证明：低能量、小角度情况下，单摆的相轨迹为近似椭圆形的闭合轨道。当摆角增大时，单摆的能量 E 提高，轨线逐渐扩展开来，在横坐标的两个方向上轨线逐渐显现出尖角状；当能量 E 再提高时，单摆接近倒立状态，尖角状的轨线形状发展成双曲线形状，于是得到如图 1-4a 所示的相轨迹。

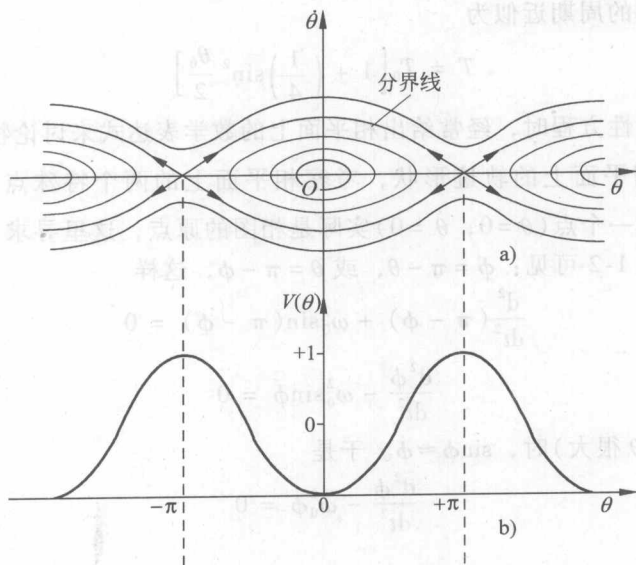


图 1-4 单摆的相轨迹及势能曲线

从式(1-3)出发，令 $\omega_0 = 1$ ，对其积分后可得

$$\frac{1}{2} \dot{\theta}^2 - \cos\theta = E \quad (1-17)$$

式(1-17)是一个能量方程， E 是总能量， $-\cos\theta$ 是势能 V ，于是我们有

$$V(\theta) = -\cos\theta \quad (1-18)$$

由式(1-18)即可得图 1-4b，它被称为势能曲线，可由势能曲线来讨论相图上的一些特殊点的性质。由 $\frac{dV}{d\theta} = 0$ 可以获得单摆的两个平衡点： $\theta = 0, \dot{\theta} = 0$ 及 $\theta = \pm\pi, \dot{\theta} = 0$ 。

$\theta = 0, \dot{\theta} = 0$ 的点是稳定平衡点，而 $\theta = \pm\pi, \dot{\theta} = 0$ 是不稳定平衡点，从势能曲线上看，稳定点处于凹谷，不稳定点处于峰点。

的点是稳定平衡点，而 $\theta = \pm\pi, \dot{\theta} = 0$ 是不稳定平衡点，从势能曲线上看，稳定点处于凹谷，不稳定点处于峰点。

1.2 阻尼振子

在一个真实的力学系统中，阻尼总是存在的。一个很小的阻尼，即使在短时间内可以将其忽略，但在长时间观察过程中，阻尼就不能不计了，单摆的摆动始终会因阻尼而停下来。

在小阻尼条件下，可以认为单摆所受到的阻尼力与单摆的角速度成正比。因此，运动方

程加进了阻尼力后可以写为

$$mld^2\theta + \gamma ld\theta + mg\sin\theta = 0 \quad (1-19)$$

式中, γ 为阻尼系数, 第二项即是阻尼力。小阻尼情况下, γ 可视为常数, 取 $\beta = \frac{\gamma}{2m}$, β 称为无量纲阻尼系数。又设小摆角情况下, $\sin\theta \approx \theta$, 因此式(1-19)可写成

$$d^2\theta + 2\beta d\theta + \omega_0^2\theta = 0 \quad (1-20)$$

这是齐次方程, 设其解具有形式

$$\theta = e^{\lambda t}$$

λ 为待定常数, 上式代入式(1-20)得特征方程

$$\lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (1-21)$$

式(1-21)的特征根为

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

小阻尼下, 上式根号中为负值, 所以

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm j\omega, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

所以式(1-20)的解为

$$\theta = C_1 e^{(-\beta+j\omega)t} + C_2 e^{(-\beta-j\omega)t} = e^{-\beta t} (C_1 e^{j\omega t} + C_2 e^{-j\omega t}) = \hat{\rho} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-22)$$

式(1-22)说明: 阻尼单摆是幅度随时间呈指数衰减的周期振荡, 振荡频率 $\omega \neq \omega_0$ 。

对式(1-22)微分一次得

$$\dot{\theta} = -\rho e^{-\beta t} [\beta \cos(\omega t + \varphi) + \omega \sin(\omega t + \varphi)] \quad (1-23)$$

$(\dot{\theta}, \theta)$ 平面变换为平面坐标 (u, v)

$$u = \omega\theta = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) = \rho \cos\phi$$

$$v = \dot{\theta} + \beta\theta = -Ae^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) = -\rho \sin\phi$$

式中, $A = \omega\rho$, $\rho = Ae^{-\beta t}$ 为 (u, v) 相平面上轨迹的矢径, $\phi = \omega t + \varphi$ 为轨迹线的幅度, 由于 $\beta > 0$, 说明单摆轨迹的矢径 ρ 随时间 t 作指数缩短。

相平面 (u, v) 不含时间, 所以需要将 ρ 的表达式中的 t 消去, 利用 $\phi = \omega t + \varphi$ 得

$$t = \frac{1}{\omega}(\phi - \varphi)$$

代入 ρ 式, 取消 $C = Ae^{\frac{\beta\phi}{\omega}}$ 得

$$\rho = Ce^{\frac{-\beta\phi}{\omega}} \quad (1-24)$$

从式(1-24)可画出相轨迹图, 如图 1-5 所示。

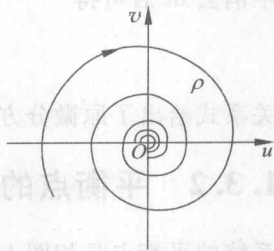


图 1-5 小阻尼单摆的相轨迹

1.3 相图法

1.3.1 相轨迹

非线性微分方程描述的物理现象的运动状态可用相图法表示。因此, 我们需要将单摆运动的相图法推广到一般系统, 这就是本节要讨论的内容。

用 x 作变量, 小角度单摆方程可以写为