

时滞递归神经网络

王林山◎著



科学出版社

www.sciencep.com

内 容 简 介

本书系统地介绍了时滞递归神经网络中的重要问题. 主要内容包括时滞递归神经网络的初边值问题、平衡态、周期解、概周期解、稳定性、鲁棒性、不变性、吸引性和吸引子的存在性及其空间位置的估计等问题.

本书可供理工院校数学、应用数学、非线性科学、计算机科学、通信和信息科学、智能控制、人工智能及生物工程等相关专业的大学生、研究生、教师以及有关科学工作者学习与参考.

图书在版编目 (CIP) 数据

时滞递归神经网络 / 王林山著. —北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-020533-9

I. 时… II. 王… III. 时滞—递归论—神经网络 IV. TP183

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 031093 号

责任编辑: 莫单玉 房 阳 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽源印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008 年 4 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2008 年 4 月第一次印刷 印张: 16 3/4

印数: 1—3 000 字数: 311 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈新欣〉)

出版说明

聊城地处鲁西大地，是全国历史文化名城之一。

元代以降，会通河之开通，不仅促成该地区经济的繁荣，也促进了南北文化的交融；明清之际的聊城，文运昌盛，书院林立，一时“科目鼎盛，贤士辈出”。这自然与齐鲁大地尊师重教之古风有所联系。

毋须追溯更远历史。屈指算来，清季“行乞兴学”之教育家武训、民国学人傅斯年、抗日英雄张自忠、国学大师季羨林、丹青高手李苦禅，以上诸位，差可堪称聊城文化之骄傲。一座名城的历史，仿佛一条有生命的河流，其所蕴涵之人文精神，势必造就一批又一批的贤良才俊。时至今日，薪传文化，弘扬传统，谁堪担当？

始建于20世纪70年代的聊城大学，其前身为山东师范学院聊城分院。80年代初，独立为聊城师范学院；新世纪伊始，更名为聊城大学。学校历经30多年风雨洗礼，业已成为规模较大、颇具影响的省属综合性大学。作为鲁西最高学府，聊城大学上承历史，下启未来，其责任亦大矣！

放眼中外，大凡一高等学府兴盛壮大，皆须鼓励探索创新学术精神，积淀深厚学术底蕴。如今，学校内涵建设方兴未艾，学科建设蓬勃发展。为进一步推进学术进步，营造浓厚学术氛围，学校决定集中推介博士群体中涌现的优秀学术成果付梓面世。一则为当代学苑再添新花；再则昭示聊城大学充满活力，后继有人。

文化学术，乃至民族精神，悉赖代代学人之勉力承传。那些“筚路蓝缕，以启山林”的开拓者和创新者，尤其值得尊重。愿聊城大学诸位学人，秉承历史文化之光，会通中西学术，为弘扬民族文化劬劳尽责！

聊城大学学术委员会

2008年1月

前 言

近十年来, 人工神经网络理论及其应用研究有了引人注目的发展, 特别是 Hopfield 型神经网络所具有的独特功能引起了众多学者的研究. 人工神经网络是受人脑功能的启发而发展起来的非生物信息处理系统. 随着计算机科学的迅速发展, 人类从外功能和内结构上模拟人类的智能成为可能. 人工神经网络是人类发展历程中的必然事件, 是人类社会加快拟脑时代的产物, 神经网络成为国际学术研究的热点之一是顺理成章的事情.

人工神经网络大体可分为两类: 一类是以硬件或软件实现的人工神经网络, 以完成某些特定的信息处理功能为目的, 这类网络不妨称为工程人工神经网络; 另一类是工程人工神经网络提出的由数学模型表达的递归神经网络, 这类人工神经网络主要以研究其动力特征来揭示工程人工神经网络的特性和功能, 为设计和开发工程人工神经网络提供理论保证和支持. 事实上, 工程人工神经网络对非线性信息的处理功能表现在其动力特征上. 例如, 若设计的人工神经网络具有非线性优化计算功能, 就必须要求网络具有全局渐近稳定的平衡态, 若要求网络具有快速搜索能力就需要设计的网络具有全局指数稳定的平衡态. 再如, 若设计的网络具有识别 N 个模式的能力, 那么就必须要求网络具有 N 个平衡态, 每个平衡态代表一种模式且每个平衡态必须是局部渐近稳定的, 以及需要确定每个平衡态的吸引域的范围.

连续递归神经网络模型是非线性动力学系统, 可用常微分方程、泛函微分方程、随机微分方程、偏微分方程和微分流形等描述. 递归神经网络的动力学行为可理解为状态的变换或迁移过程. 递归神经网络的信息处理功能体现在其动力特征中, 包括平衡态、周期和概周期过程、振动性、吸引子和混沌等.

本书是围绕作者几年来的研究工作写成的, 绝大部分内容取材于作者近几年来已发表或尚未发表的论文. 为了保持其系统性, 个别章节也介绍了他人的工作. 重点选取了时滞递归神经网络中的平衡态问题、周期解问题、概周期解问题、不变性和吸引子问题等.

第 1 章介绍递归神经网络的基础知识和发展现状.

第 2 章介绍几类本书涉及的时滞递归神经网络模型.

第 3 章定性分析时滞常微分方程描述的时滞递归神经网络. 这种网络分为两种类型: 一类是时滞局域递归神经网络模型 (local field recurrent neural network model

with delays); 另一类是时滞静态递归神经网络模型 (static recurrent neural network model with delays). 对时滞分类又可分为离散时滞 (常时滞和变时滞) 和分布时滞两种类型, 且两者互不包含. 然而, S 分布时滞递归神经网络却包含了离散型和分布型两类时滞递归神经网络. 因此, S 分布时滞递归神经网络的研究不仅在理论上, 而且在应用上都十分有意义. 本章讨论时滞局域递归神经网络, 重点讨论 S 分布时滞递归神经网络模型.

第 4 章讨论时滞静态递归神经网络模型. 目前, 局域递归神经网络模型已被深入地研究, 并取得了众多成果. 然而, 静态递归神经网络模型的动力学性质尚未被深入地讨论. 由于 ReBP (recurrent back-propagation) 神经网络、BSB (brain-state-in-a-box) 神经网络、Op-type (optimization-type) 神经网络等模型都是静态递归神经网络模型, 因此, 静态递归神经网络模型具有广泛的代表性, 对其进行研究具有理论和应用两方面的价值. 本章研究时滞静态递归神经网络的动力行为.

第 5 章讨论时滞反应扩散递归神经网络和含有 Markov 跳跃的时滞随机反应扩散递归神经网络模型. 如果考虑递归神经网络模型的动力行为仅依赖于时间, 则此时的模型是一个常微分方程. 如果不仅考虑动力行为依赖于时间而且还要考虑时间的延迟, 那么这时的递归神经网络模型是一个泛函微分方程. 然而, 严格地讲, 当电子在一个非均匀的电磁场中运行时, 在神经网络中的扩散现象是不可避免、不能忽视的. 因此, 研究递归神经网络的动力行为时, 不仅要考虑时间延迟, 还要研究状态空间随时间的涨落. 因此, 廖晓昕等率先研究了一类反应扩散的而不含时滞的递归神经网络的稳定性. 然而, 发生在神经元之间的相互作用而引起的时滞效应, 往往使网络产生振动和不稳定性现象而影响网络的稳定性. 因此, 研究含时滞的反应扩散递归神经网络的动力行为, 更有理论和实际意义. 王林山和徐道义首先研究了时滞反应扩散递归神经网络的动力行为. 本章主要介绍近几年来作者关于时滞反应扩散递归神经网络的研究工作, 主要涉及时滞反应扩散递归神经网络的稳定性、周期与概周期性、鲁棒性、不变性与吸引性、吸引子等问题.

由于人工神经网络运行往往受到随机因素的干扰, 第 5 章还介绍了作者近几年来关于含有 Markov 跳跃的时滞随机反应扩散递归神经网络动力行为的若干结果.

第 6 章讨论一类偏泛函微分方程——时滞反应扩散微分方程的初边值问题. 偏泛函微分方程起源于生物、化学和物理学等领域, 它是偏微分方程与泛函微分方程结合的产物, 它无论在理论上还是在应用上都极富发展前景. 20 世纪 80 年代以来, 众多学者利用半群、线性和非线性泛函分析等现代数学理论, 借助于偏微分方程和泛函微分方程的方法来研究偏泛函微分方程, 取得了许多重大进展. 同时, 他们在研究的过程中也发现和积累了研究偏泛函微分方程的独特方法和理论. 本章重点介绍作者引入

的一套算子方法,给出一种研究这类方程新的、具有普适性的有效方法.这种方法不仅给出了不变集、吸引域和吸引子的存在性,而且给出了具体空间位置的估计和 Hausdorff 维数估计.由于时滞反应扩散递归神经网络模型是一类特殊的时滞反应扩散微分方程,所以本章所得结论在满足相应条件下对于时滞反应扩散递归神经网络模型也是成立的.

第 7 章介绍作者关于 Ляпунов 稳定性定理推广的若干结果.

在成书过程中,作者始终坚持以下原则:

- (1) 鉴于本书的性质,重点介绍自己的工作;
- (2) 有目的地吸收他人的工作,以保持其系统性;
- (3) 重点介绍思想和方法,所介绍的方法有较强的普适性.

在写作过程中,作者得到了导师徐道义先生的悉心指导和帮助.在此向徐道义老师表示深深的敬意和感谢!

本书的出版得到聊城大学科研基金的资助,也得到科学出版社的大力支持.在科研过程中作者获得国家自然科学基金(No:10771199; No:10171072)和中国海洋大学的资助.作者得到中国科学院数学与系统科学研究院晨兴数学中心的资助,有幸参加了随机动力系统研讨班.学生赵丹丹、刘溥臣、郭嫻、王珉、韩伟、廖文通、周建平、陈红军、张洪方、张若君、张喆、张燕、卢春阁、赵永昌、马亚锋、孟令常、李翠波、王扬帆、李文玲、王顺康、陆爱莉、于乐斐等也对本书做了许多有益的工作.谨此致谢.

感谢所有支持、帮助、呵护我的亲人和朋友们!

限于作者水平,书中定有不妥甚至错误之处,恳请读者批评指正.

王林山

2007 年 8 月 6 日

目 录

出版说明

前言

第 1 章 概述	1
1.1 人工神经网络的起源与发展	1
1.2 神经元和人工神经网络的特点	3
1.3 人工神经网络的分类	6
1.4 人工神经网络的应用	10
参考文献	13
第 2 章 几类递归神经网络模型	15
2.1 McCulloch-Pitts 递归神经网络模型	15
2.2 Hopfield 递归神经网络模型	16
2.3 Cohen-Grossberg 递归神经网络模型	20
2.4 静态递归神经网络模型	20
2.5 参数摄动对递归神经网络特性的影响	21
2.6 时间延迟对递归神经网络特性的影响	24
2.7 时滞反应扩散递归神经网络模型	26
2.8 含有 Markov 跳跃的时滞随机反应扩散递归神经网络	27
参考文献	27
第 3 章 时滞局域递归神经网络的动力行为	30
3.1 预备知识	30
3.2 离散时滞局域递归神经网络的稳定性分析	35
3.3 离散时滞区域递归神经网络的周期性分析	58
3.4 双向联想记忆时滞局域递归神经网络的稳定性分析	63
3.5 S 分布时滞局域递归神经网络稳定性分析	72
3.6 具有不同时间尺度的时滞竞争递归神经网络概周期分析	86
参考文献	99
第 4 章 时滞静态递归神经网络的动力行为	102
4.1 迭合度方法	102
4.2 时滞静态递归神经网络的全局鲁棒稳定性	104
4.3 变时滞静态递归神经网络的概周期解存在性与全局渐近稳定性	109

4.4 变时滞静态递归神经网络的周期解的存在性与全局指数稳定性	114
4.5 有限区间上的 S 分布时滞静态递归神经网络模型的全局鲁棒稳定性	119
4.6 有限区间上的 S 分布时滞静态递归神经网络模型的全局周期吸引子	122
4.7 无穷区间上的 S 分布时滞静态递归神经网络模型平衡点的全局渐近稳定性	128
4.8 无穷区间上的 S 分布时滞静态递归神经网络模型概周期解的全局渐近稳定性	130
4.9 无穷区间上的 S 分布时滞静态神经网络模型的不变集和吸引集	135
参考文献	138
第 5 章 时滞反应扩散递归神经网络的动力行为	140
5.1 变时滞反应扩散 Hopfield 递归神经网络的全局指数稳定性	140
5.2 变时滞反应扩散区间递归神经网络的鲁棒指数稳定性	147
5.3 变时滞反应扩散区间递归神经网络周期解的鲁棒指数稳定性	153
5.4 变时滞反应扩散静态递归神经网络的全局吸引子	160
5.5 S 分布时滞反应扩散递归神经网络的全局指数稳定性	174
5.6 S 分布时滞反应扩散区间递归神经网络的全局鲁棒指数周期性	182
5.7 含有 Markov 跳跃的时滞随机反应扩散递归神经网络的指数稳定性	192
参考文献	198
第 6 章 时滞反应扩散方程的吸引子与波动方程核截面的 Hausdorff 维数估计	200
6.1 预备知识	200
6.2 自治时滞反应扩散方程的吸引子	203
6.3 非自治阻尼波动方程的核截面的 Hausdorff 维数估计	214
参考文献	228
第 7 章 Ляпунов 定理的推广与矩阵微分方程的渐近行为研究	230
7.1 预备知识	230
7.2 非自治矩阵微分方程的等度稳定性	234
7.3 非自治矩阵微分方程的等度有界性	238
7.4 时滞矩阵微分方程的等度稳定性	244
7.5 关于稳定性 Ляпунов 定理的推广	247
参考文献	249
索引	251

第 1 章 概 述

1.1 人工神经网络的起源与发展

在对科学技术的追求过程中,人类发觉自己才是最奇妙的机器.探索人类智慧的规律并设想用机器来模拟人脑的功能,亚里士多德在公元前 3 世纪就曾做过这样的努力^[1].随着人类社会的发展、文明的进步以及由此带来的“科技以人为本”理念的不断深化,旨在用机器代替人类从事危险、繁重、重复等劳动的研究显得越来越重要,一些模拟人脑对客观对象进行识别、分析、判别和处理的研究,即对具有复杂、模糊、高度非线性问题识别能力的知识体系研究,越来越引起科学工作者的广泛兴趣.近 40 年来,计算机科学的迅速发展,使人类从外功能和内结构上模拟人类的智能成为可能.为了再创大脑的智能行为,人类发现必须模拟大脑的神经系统的结构,这就诞生了“人工神经网络 (artificial neural networks ,ANN)”这门科学^[2].因此,人工神经网络的诞生是人类发展历程中的一个必然事件.

现代神经生理学和神经解剖学研究的结果表明^[3,4],人脑极其复杂,有约 10^{11} 个神经元交织在一起,构成一个网状结构.它能完成诸如思维、情绪、感知、识别、学习、联想、记忆和推理等智能,被认为是最复杂、最完美和最有效的一种信息处理系统.人工神经网络不是生物神经网络,它是对生物神经网络极其简单的抽象,通过数学方法进行演绎和模拟且可以用程序和电路实现,是一种模仿人脑结构及其功能的非线性信息处理系统.人工神经网络的能力远远不及人脑,但是可对其进行训练以实现人脑所具备的某些功能.

人工神经网络的产生与发展,经历了一个曲折艰难的历程.神经网络领域的研究始于 19 世纪末 20 世纪初.它源于物理学、心理学和神经生理学的跨学科研究.主要代表人物有 Von Helmholtz, Mach 和 Pavlov.这些早期研究主要着重于有关学习、视觉和条件反射等理论,并没有包含有关神经元工作的数学模型.

现代神经网络的研究可以追溯到 20 世纪 40 年代 McCulloch 和 Pitts 的工作^[5].他们从原理上证明了人工神经网络可以计算任何算术和逻辑函数.通常他们的工作被认为是神经网络领域研究工作的开始.

在 McCulloch 和 Pitts 之后,Hebb^[6]指出,经典的条件反射是由单个神经元的性质引起的,他提出了生物神经元的一种学习机制.

人工神经网络第一个实际应用出现在 20 世纪 50 年代后期, Rosenblatt 提出了

感知机和联想学习规则^[7]. Rosenblatt 和他的同事构造了一个感知机网络, 并公开演示了它进行模式识别的能力. 这些早期的成功引起了许多人对神经网络研究的兴趣. 不幸的是, 后来研究表明基本的感知机网络只能解决有限几类问题.

此后, Widrow 和 Ted-Hoff 引入了一个新的学习算法用于训练自适应线性神经网络^[8]. 它在结构和功能上类似于 Rosenblatt 的感知机. Widrow-Hoff 学习规则至今仍然还在使用.

但是, Rosenblatt 和 Widrow 的网络都有同样的固有局限性. 这些局限性在 Minsky 和 Papert 的书中有广泛的论述^[9]. Rosenblatt 和 Widrow 也十分清楚这些局限性, 并提出了一些新的网络来克服这些局限性. 但是他们没能成功找到训练更加复杂的网络的学习算法.

许多人受到 Minsky 和 Papert 的影响, 相信神经网络的研究进入了死胡同. 同时由于当时没有功能强大的数字计算机来支持各种试验, 从而导致了许多研究者纷纷离开这一研究领域. 神经网络的研究就这样停止了十多年.

即使如此, 在 20 世纪 70 年代, 科学家们仍然在该领域开展了许多重要的工作. 1972 年, Kohonen^[10] 和 Anderson^[11] 分别独立提出了能够完成记忆的新型神经网络. 这一时期, Grossberg^[12] 在自组织网络方面的研究也十分活跃.

如前所说, 在 20 世纪 60 年代, 由于缺乏新思想和用于试验的高性能计算机, 曾一度动摇了人们对神经网络的研究兴趣. 到了 80 年代, 随着个人计算机和工作站计算能力的急剧增强和广泛应用以及不断引入新的概念, 克服了摆在神经网络研究面前的障碍, 人们对神经网络的研究热情空前高涨. 特别值得赞扬的工作是, 1982 年美国加州工学院物理学家 Hopfield 提出的 Hopfield 神经网络^[13]. 这类神经网络有四大特点: ①Hopfield 神经网络有联想记忆功能, 联想记忆是人脑具有的特殊功能; ②Hopfield 神经网络可以在集成电路上实现, 这是应用的基础; ③有网络能量定律, 这是理论研究的依据; ④有描述网络的动力方程, 这是研究网络的动力行为的基础. 正是 Hopfield 神经网络的四个特点赋予了这种网络的极强的生命力, 引起了众多学者研究 Hopfield 神经网络的热潮. 理论和应用成果层出不穷. 另一个值得赞扬的工作是, 几个不同的研究者分别开发出了用于训练多层感知机的反传算法, 其中最具影响力的反传算法 (BP 算法) 是 Rumelhart 和 MaClelland 提出的^[14]. 该算法有力地回答了 20 世纪 60 年代 Minsky 和 Papert 对神经网络的责难, 证明了这种神经网络具有很强的学习能力, 它可以完成许多学习任务, 解决许多实际问题.

十几年来, 许多具备不同信息处理能力的神经网络已被提出来并应用于许多信息领域. 如模式识别、自动控制、信号处理、决策辅助、人工智能等领域, 神经计算机的研究也为神经网络的理论研究提供了许多有利条件, 各种神经网络模拟软件包、神经网络芯片以及电子神经计算机的出现, 体现了神经网络领域的各项研究均

取得了长足的进展. 同时, 相应的神经网络学术会议和神经网络学术刊物的大量出现, 给神经网络的研究者们提供了许多交流的机会.

虽然人们已对神经网络在人工智能领域的研究达成了共识, 其巨大的潜力也毋庸置疑, 但是由于人类对自身的了解, 尤其是对其中智能信息处理机制的了解还十分肤浅, 因而现有研究成果仅仅处于起步阶段, 还需许多有识之士长期的艰苦努力.

综上所述, 当前处于神经网络理论的研究高潮期, 不仅给新一代智能计算机的研究带来巨大影响, 而且将推动整个人工智能领域的发展. 但另一方面, 由于问题本身的复杂性, 不论是神经网络自身, 还是正在努力进行探索和研究的神经计算机, 目前都处于基础性的起步阶段, 其影响力和最终所能达到的目标, 目前还不十分明确, 还有待于继续深入研究^[15].

1.2 神经元和人工神经网络的特点

人类大脑是一个高度复杂的非线性的并行系统. 人脑是由 $10^{10} \sim 10^{12}$ 个不同类型的神经细胞 (神经元, neuron) 组成的. 就其共性而言, 神经元包含树突、轴突和细胞体三部分,

见图 1.1.

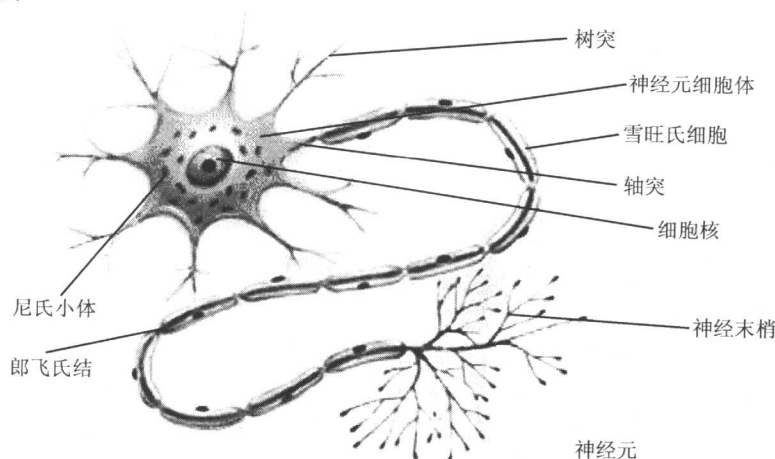


图 1.1 生物神经元结构

树突: 神经元的信息接收器, 接受并解释来自其他神经元轴突的化学信息. 一旦树突接受了一定的信息组合, 即向细胞体发出信号.

细胞体: 神经元的控制中心, 响应并解释来自各个树突的信息, 然后通过轴突输出信息.

轴突：神经元信息传送者，传送一种称为动作电位的电信号，释放化学信息给相邻神经元的树突。一个神经元的轴突可以分支伸延与数百个其他神经元相连。

神经元通过树突与轴突彼此相互连接，组成了网状结构，被称为神经网络。研究表明，大脑中的神经元被组织成大约 1000 个模块(module)，每个模块包含大约 500 个神经网络，每个神经网络又由约 10^5 个神经元连接而成。单个神经元的功能是简单的，不具备存储智能或信息的能力，但是人脑可以通过改变神经元之间的连接来实现学习和记忆。改变大脑神经元之间的连接模式或强度，就改变了大脑掌握的信息。因此，人脑的智能存在于大规模的神经元相互连接之中，存在于网络神经元相互作用之中，即智能分布式存在于神经元之间的连接模式和连接强度之中。

人工神经网络是通过模拟人类大脑结构实现某类智能行为的信息处理系统。其基本处理单元与神经生理学神经元类比往往被称为人工神经元。自从 1943 年 McCulloch 和 Pitts 合作提出了 MP 模型之后，许多神经元模型被相继提出，这些模型包含着若干基本共同特征。因此，只讨论一种通用神经元模型，见图 1.2。

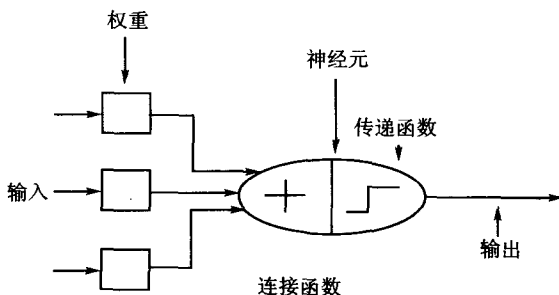


图 1.2 人工神经元结构

输入 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ ：人工神经元的输入端将来自其他人工神经元的信息引入，也可将自身的输出信号或外部信息引入。

权重 $W = (w_{ij})_{n \times n}$ ：输入对神经元的影响大小由权重来反映，从一个神经元到另一个神经元的信号强度也由它们之间的连接权重加以调节，权重直接影响从一个神经元到另一个神经元的作用量。

连接函数 WX ：将各输入量与对应的权重进行处理，并将处理结果送至传递函数。最常见的连接函数是加权求和函数。

传递函数 $f(WX)$ ：也称为作用函数、激活函数，将连接函数的结果映射为神经元的输出。目前，人们已经提出了许多种传递函数。

输出 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ ：传递函数作用的结果，一个神经元只有一个输出值。

相应地，人工神经元按一定拓扑结构相互连接组成的网络被称为人工神经网络。与传统的 Von Neumann 计算机相比，人工神经网络具有以下几个突出的优点：

1) 大规模的并行计算与分布式存储能力

传统计算机的计算和存储是互相独立的,而在人工神经网络中,无论是单个神经元还是整个神经网络都兼有信息处理和存储的双重功能,这两种功能自然融合在同一网络中,人工神经网络的计算过程的并行性决定了其对信息的高速处理能力.

2) 非线性映射能力

人工神经网络各神经元的映射特征是非线性的,有些网络的神经元间采用复杂的非线性连接.因此,人工神经网络是一个大规模的非线性动力系统,具有很强的非线性处理能力.

3) 较强的鲁棒性和容错性

由于信息的分布式存储和集体协作计算,每个信息处理单元既包含对集体的贡献又无法决定网络的整体状态,因此,神经网络的局部故障并不影响整体神经网络输出的正确性.

4) 自适应、自组织和自学习的能力

人工神经网络最突出的特点是具有自适应、自组织和自学习能力,它可以处理各种变化的信息,而且在处理信息的同时,非线性动力系统本身也在不断变化,可以通过对信息的有监督和无监督学习,实现对任意复杂函数的映射,从而适应环境的变化.

5) 非局域性

一个人工神经网络通常由多个神经元广泛连接而成.一个系统的整体行为不仅取决于单个神经元的特征,而且可能由神经元之间的相互作用和相互连接所决定.通过神经元之间的连接模拟大脑的非局域性,联想记忆是非局域性的典型的例子.

6) 非凸性

一个系统的演化方向,在一定条件下取决于某个特定的状态函数.例如,能量函数,它的极值对应于系统某个稳定的状态.非凸性是指某系统的能量函数有多个极值,故系统具有多个较稳定的平衡态,这将导致系统演化的多样性.

7) 联想功能

人工神经网络与传统人工智能相比,最大的亮点是在信息处理时不但有记忆功能,更重要的是有联想功能.“联想 (associative memory)”是人脑的一种独特的功能.例如,听到一句歌词可以联想起整个曲子 (自联想, auto-association);看到某人的名字会联想起他的音容相貌等 (异联想, hetero-association).联想功能可以从一个不完整的或模糊的模式中联想起存储在记忆中的某个完整的清晰的模式^[4].毫无疑问,用人工方式模拟这些功能,有助于加深对思维及智能的认识,特别是对计算机产业发展有强烈的刺激和极大的推动作用.

1.3 人工神经网络的分类

人工神经网络分类标准不同,方法多种多样,归纳起来可分为以下几种形式:

- | | |
|---------|---|
| 1) 实现方式 | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">全硬件网络计算机</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">神经网络计算软件</div> </div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle; font-size: 3em; margin: 0 10px;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> 虚拟神经计算机
 光学神经计算机
 生物神经计算机 </div> </div> |
| 2) 连接方式 | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">线性关联网络</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">非线性关联网络</div> </div> |
| 3) 应用对象 | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">模式识别</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">预测预报</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">方案优化</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">智能控制</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">智能决策</div> </div> |
| 4) 拓扑分类 | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">前馈网络</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">反馈网络</div> </div> |
| 5) 学习规则 | <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">无师指导型</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">有师指导型</div> </div> |

虽然人工神经网络的分类多种多样,但是基本分类方式是按拓扑结构和学习规则分类.

1) 前馈网络

前馈神经网络是多层网,是一种有师指导型的神经网络,这种网络的信息处理原理是基于从输入到输出的变换机理,神经网络的实现是从一个输入向量空间 X 到输出向量空间 Y 的非线性变换 $T_{\omega}:X \rightarrow Y$, ω 是连接权值矩阵. 如何实现非线性变换 T_{ω} 是这类网络研究的核心问题. 前馈网络没有反馈,输出不能返回调节输入而建立动态关系. 前馈网络适应于表达输入输出的映射关系. 这类网络最典型的是 BP(back-propagation) 网络. 这种网络有输入层、隐层和输出层. 学习规则是由输入向量 x 产生与之对应的输出向量 y ,然后将输出向量 y 和目标向量 m 进行比较. 若相同则不进行学习,否则改变权值,减少误差继续学习. 根据误差调节网络的权重,重复此过程直至误差减少到预先设定的范围. 学习的目的是确定网络的连接方式和连接权值.

2) 反馈网络

反馈神经网络中神经元之间互相连接,一个神经元既接收其他神经元的输入,同时也输出给其他神经元信号. 反馈网络是反馈系统,输出返回调节输入而建立动

态关系. 对于包含 n 个神经元的全连接的反馈神经网络模型, 任一个神经元和其他 $n-1$ 个神经元相互连接起来, i 节点到 j 节点的连接权为 W_{ij} , 第 $j(j=1, \dots, n)$ 个神经元在 t 时刻的输出为 x_j , 取值 -1 或 1 , 神经元的工作方式为

(i) 同步方式工作

$$x_j(t+1) = \operatorname{sgn}\left(\sum_i W_{ij}x_i(t) - \theta_j + a_j\right), \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

(ii) 异步方式工作

$$\begin{cases} x_j(t+1) = \operatorname{sgn}\left(\sum_i W_{ij}x_i(t) - \theta_j + a_j\right), & i \neq j, \\ x_i(t+1) = x_i(t), \end{cases}$$

其中, θ_j 为阈值函数, a_j 为 j 神经元来自外部的刺激值.

在满足一定的参数条件下, 某种能量函数在该网络迭代运行过程中不断地降低能量, 最后趋于稳定的平衡态. 利用能量函数作为网络计算的求解工具. 网络可看作状态间的转换

$$T_w : x(t) \rightarrow x(t+1).$$

神经网络的行为可理解为状态的变换迁移过程时一个动力学行为, 可用常微分方程

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + f(WX)$$

或泛函微分方程、随机微分方程、偏微分方程和微分流形等来描述. 显然, 反馈神经网络构成了一个动力系统, 其动力行为可被广泛应用于联想记忆、优化计算、鲁棒控制、模式识别等领域. 因此, 动力行为的研究是反馈型神经网络的核心. 体现反馈神经网络的信息处理能力的动力特征, 包括平衡态、周期过程、振动性、吸引性和混沌等. 反馈网络通常称为递归人工神经网络^[16].

递归神经网络可分为离散型和连续型, 其模型分别对应了离散动力系统和连续动力系统. 著名的离散型 Hopfield 神经网络

$$\begin{cases} u_i(t+1) = \sum_{j=1}^n T_{ij}x_j(t) - \theta_i, \\ x_i(t+1) = \operatorname{sgn}(u_i(t+1)), \quad i = 1, \dots, n \end{cases}$$

是典型离散型递归神经网络.

连续型反馈递归神经网络以模拟量作为网络的输入输出量, 各神经元采用并行方式工作, 在信息处理的并行性、联想性、实时性、分布存储和协同性等方面比离

散型递归神经网络更接近于生物神经系统. 此外, 由于连续型递归神经网络更易于用简单电子线路实现, 许多模型被相继提出. 例如, Hopfield 将他的离散型模型推广为连续型模型, 提出了由电子线路实现的连续型 Hopfield 递归神经网络模型

$$C_i \frac{du_i}{dt} = -u_i R_i + \sum_{j=1}^n w_{ij} g_j(u_j) + I_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

将前馈型网络中深受喜爱的误差反向传播 (BP) 算法应用到反馈型网络而产生反馈型 RBP 网络 (ReBP-Type NNs) 模型

$$\tau \frac{dv_i}{dt} = -v_i + g_i \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} v_j + \theta_i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

双向联想记忆 (BAM) 模型

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = -a_i x_i + \sum_{j=1}^m t_{ij} f(y_j) + I_i, & i = 1, \dots, n, \\ \frac{dy_j}{dt} = -c_j y_j + \sum_{i=1}^n t_{ij} f(x_i) + J_j, & j = 1, \dots, m. \end{cases}$$

盒中脑 (BSB) 模型

$$\frac{dx_i}{dt} = -x_i + g_i \left(x_i + \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + ab_i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

BCO 模型

$$\tau \frac{dx_i}{dt} = -x_i + g_i \left(x_i - a_i \sum_{j=1}^n Q_{ij} x_j + q_i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

细胞神经网络 (CNNs) 模型

$$\frac{dv_{ij}}{dt} = -v_{ij} + \sum_{(k,l) \in N_r(i,j)} w_{ij,kl} \text{sat}(v_{kl}) + d_{ij}, \quad i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N.$$

根据基本变量的不同选择, 连续型递归神经网络的数学模型又可细分为局域递归神经网络模型 (local field recurrent neural network models) 和静态递归神经网络模型 (static recurrent neural network models) 两类. 使用局域状态 (神经元内部状态) x 作为基本变量的递归神经网络模型被称为局域递归神经网络, 其基本形式为

$$\tau \frac{dx_i}{dt} = -x_i(t) + \sum_{j=1}^n w_{ij} g_j(x_j(t)) + I_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

其中, n 代表神经元的个数, w_{ij} 表示从神经元 j 到神经元 i 的连接权重, $g_i(\cdot)$ 表示神经元 i 的激活函数, I_i 表示神经元 i 的偏流. 显然, 上述 Hopfield 模型、双向联想记忆模型和 CNNs 模型都属于局域模型.

静态神经网络模型使用神经元的外部状态 y 作为基本变量, 基本形式为

$$\tau \frac{dy_i(t)}{dt} = -y_i(t) + g_i \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} y_j(t) + I_i \right), \quad i = 1, \dots, n.$$

ReBp 网、BCOp 网、BSB 网的模型都是静态神经网络模型.

最具有代表性的局域递归神经网络是 Hopfield 神经网络. 原始的 Hopfield 神经网络的动力方程是一种非线性常微分方程组. 由于人工神经网络在实现过程中不可避免会产生时间延迟现象, 所以人们又把这种方程推广到如下类型的时滞微分方程:

1) 离散时滞 Hopfield 递归神经网络模型^[16]

$$\frac{dU_i}{dt} = -a_i U_i + \sum_{j=1}^N \omega_{ij} f(U_j(t - \tau_{ij}(t))) + I_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

2) 分布时滞 Hopfield 递归神经网络模型^[17]

$$\frac{dU_i}{dt} = -a_i U_i + \sum_{j=1}^N \omega_{ij} f_j \left(\int_0^\infty K_j(s) U_j(t-s) ds \right) + I_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

3) S 分布时滞的 Hopfield 递归神经网络模型

因为离散时滞微分方程和分布时滞微分方程互不包含, 而 S 分布时滞的微分方程包含了离散和分布两种时滞的微分方程^[18], 因此, 研究 S 分布时滞的 Hopfield 递归神经网络, 不仅理论上而且应用上都有实际意义. 王林山和徐道义^[19,20] 首先研究了如下 S 分布时值的 Hopfield 递归神经网络模型:

$$\frac{dU_i}{dt} = -a_i U_i + \sum_{j=1}^N \omega_{ij} f \left(\int_0^\infty d\eta_j(\theta) U_j(t+\theta) \right) + I_i, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

4) 反应扩散 Hopfield 神经网络模型

因为电子在非均匀电场中运行会出现扩散现象, 因此, 廖晓昕等首先研究了如下反应扩散 Hopfield 递归神经网络模型^[21,22]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_i}{\partial t} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial x_k} \left(D_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) - a_i u_i + \sum_{j=1}^n T_{ij} g_j(u_j(t, x)) + I_i, \\ \frac{\partial u_i}{\partial n} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial u_i}{\partial x_n} \right)^T = 0, \quad t \geq t_0 \geq 0, x \in \partial \Omega. \end{cases}$$