

21 世纪高等学校电子信息类教材

非线性电子线路

● 杨金法 彭 虎 编著

11.4

电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

21 世纪高等学校电子信息类教材

非线性电子线路

杨金法 彭 虎 编著

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 • BEIJING

内 容 简 介

本书内容包括:非线性器件描述方法及应用概述,非线性器件模型与分析,功率放大器,正弦振荡器,模拟乘法器,调幅与检波,混频电路,调频与鉴频和反馈控制系统简介。本书突出电子器件在大动态应用情况下的非线性效应,给出一些独特的结论和方法。本书可供高等院校电子信息类专业的学生使用,亦可供相关专业的的工作人员参考。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

非线性电子线路/杨金法,彭虎编著. —北京:电子工业出版社,2003.8

21 世纪高等学校电子信息类教材

ISBN 7-5053-8975-0

I. 非… II. ①杨…②彭… III. 非线性电路—高等学校—教材 IV. TN711.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 066973 号

责任编辑:凌 毅

印 刷:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×1092 1/16 印张:13 字数:333 千字

版 次:2003 年 8 月第 1 版 2003 年 8 月第 1 次印刷

印 数:5 000 册 定价:19.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077。质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn,盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

前 言

本书是作者总结了在中国科学技术大学 25 年的教学实践经验,对试用了十多年的同名教材做了精心调整和修改而成的,可供高等院校电子信息类专业作为《非线性电子线路》或类似课程的教材,亦可供相关专业的研究生和工程技术人员参考。

本书的特点是:

① 不拘泥于具体电路的介绍,突出非线性电子器件和非线性电子线路的模型化,为非线性电子线路的计算机辅助分析和设计打下基础;

② 对非线性电路的共性的一些典型的非线性效应——频率变换效应、自生负偏压效应、自稳幅效应等做了比较详细的定量分析;

③ 在正弦振荡器中引入理想变压器交流等效电路的概念,大大简化了正弦振荡器的定量分析;

④ 专门设立一章,集中对在实际中应用广泛的各种类型的模拟乘法器,尤其是集成变跨导型模拟乘法器的工作原理、调试方法做了详细的描述;

⑤ 引入“失随失真”的概念,纠正了传统教材中把检波器的失真分成“斜切失真”和“底切失真”的不适当描述;

⑥ 介绍了统一的鉴频器模型,即微分器+低通模型,由于微分方法的不同而派生出各种不同的鉴频器;

⑦ 对直接调频电路、调相电路引入简洁、实用、统一的计算方法,大大简化了这些电路的定量计算;

⑧ 提供了分析设计、解答习题所必需的图表和数据表,减少了学生演算习题的计算量。大多数习题附有参考答案。

全书共 9 章。完成全部内容的教学约需 65~68 学时。

毫无疑问,大量国内外同类教材、学生提出的宝贵意见和建议给本书的编写提供了很好的素材。同时,本书的编写工作也得到中国科学技术大学电子科学与技术系的同事、合肥地区其他兄弟院校老师们的支持和帮助,在此致以诚挚的谢意。也希望有机会使用本书的读者能对本书中仍存在的不足甚至错误给予直率的批评指正。

编著者

本书文字符号说明

一、字符及其下标大小写的规定

字符下标

字符和下标既可大写,也可小写,共有 4 种可能的组合,有着不同的意义,见下例:

U_{BE} : 晶体管发射结直流压降	I_C : 集电极直流电流
U_{be} : 晶体管发射结交流电压幅度	I_c : 集电极交流电流幅度
u_{BE} : 晶体管发射结压降瞬时值	i_C : 集电极电流瞬时值
u_{be} : 晶体管发射结交流压降, $u_{BE} = U_{BE} + u_{be}$	i_c : 集电极交流电流值

二、电压符号

U_1	高频电压幅度
U_b	加到晶体管基极交流电压幅度
U_c	晶体管集电极交流电压幅度
$U_{(BR)CEO}$	晶体管基极开路时的击穿电压
$U_{GS(th)}$	MOS 管开启电压
U_i	输入高频电压幅度
U_n	干扰信号的幅度
U_P	结型场效应管的夹断电压
U_Q	工作点电压
U_r	温度电压当量, 室温下 $U_r \approx 26\text{mV}$
U_{ref}	参考电压、基准电压
U_T	PN 结(二极管)的导通电压
U_ϕ	变容二极管势垒电位
U_Ω	音频电压幅度
U_{CES}	集电极—发射极间的饱和电压

三、电源符号

V_{CC}	晶体管集电极直流电源
V_{BB}, E_B	晶体管基极直流电源
V_{EE}	晶体管发射极直流电源
V_{DD}	漏极直流电源
V_{SS}	源极直流电源

四、电流符号

I_{CQ}, I_{EQ}	晶体管集电极、发射极工作点电流
I_S, I_{ES}	PN 结、发射结反向饱和电流

I_0	周期电流的均值分量
I_1	周期电流的基波分量
I_n	周期电流的 n 次谐波分量
I_k	回路谐振电流幅度
I_{CM}	最大集电极电流
I_{DSS}	结型场效应管饱和电流

五、功率符号

P_C	集电极功耗
P_{CM}	最大集电极功耗
P_o	功放输出的交流功率
P_{DC}	直流电源提供的功率
P_L	负载得到的交流功率
P_m	调幅波边带功率

六、电阻和电导(跨导)符号

R_e	功放最佳负载电阻
$R_L(G_L)$	负载电阻
$R_T(G_T)$	谐振阻抗
$R_D(g_D)$	二极管导通电阻(电导)
$R_s(G_s)$	信号源内阻
$r_{bb'}$	三极管基区体电阻
$r_e(g_{in}, g_{inQ})$	共基晶体管的输入电阻
r_q	晶体等效损耗电阻
g	小信号电导
g_{ce}	共射晶体管小信号输出电导
$g_{b'e}(r_{b'e})$	共射晶体管小信号发射结电导
g_C	混频电导(跨导)
g_{inC}	混频器输入电导
g_m, g_{mQ}	跨导
g_{md}	差分电路跨导
$g_n(r_n)$	负阻负电导值
$g(t)$	时变电导(跨导)
g_1, g_k	时变电导的基波、 k 次谐波分量
$G_{nl}(r_{nl})$	负阻等效基波负电导
G_{m1}	非线性电阻基波等效跨导
$G_{m,n}$	非线性电阻 n 次谐波等效跨导
G_{NS}	非线性电阻对 RLC 回路的等效电导
G_B	折线化晶体管的输入电导
G_{cr}	折线化晶体管中饱和区输出特性的斜率

七、电容符号

C_j	变容二极管电容
C_{j0}	变容二极管电容零偏压时的电容
C_{jQ}	变容二极管电容在工作点处的电容
$C_{b'e}$	晶体管反偏集电结电容
C_{dg}	场效应管漏极与栅极间的电容
$C_{b'e}$	晶体管发射结电容
C_{gs}	场效应管源极与栅极间的电容
C_{ce}	晶体管集、射极间电容
C_q	晶体等效电容
C_0	晶体支架电容
C_s	信号源内阻的容性分量

八、频率符号

ω, f	高频信号的角频率、频率
f_T	晶体管、场效应管特征频率
f_n	干扰信号频率
f_{RF}'	干扰信号出现在接收机刻度盘上所对应的频率
ω_{RF}, f_{RF}	射频频率
ω_{IF}, f_{IF}	中频频率
ω_{LO}, f_{LO}	本振频率
ω_C, f_C	载波频率
ω_n, f_n	干扰信号频率
ω_{s0}, f_{s0}	无损晶体的串联谐振频率
ω_{p0}, f_{p0}	无损晶体的并联谐振频率
ω_s, f_s	有损晶体的串联谐振频率
ω_p, f_p	有损晶体的并联谐振频率
ω_{jp}	鉴频器中心频率
$\Delta\omega$	调频波的频偏、鉴频特性的线性宽度
$\Delta\omega_H$	锁相环的同步带
$\Delta\omega_p$	锁相环的捕捉带
$\Delta\omega_L$	锁相环的快捕带
$\Delta\omega_i$	锁相环的固有频差
Ω, F	低频信号的角频率、频率
Ω_{max}	音频信号最高角频率
BW	带宽
BW_{CR}	Carson 带宽

九、相位符号

φ, θ	相位、电流的导通角
-------------------	-----------

φ_{A0}	放大器小信号相移
φ_{F0}	反馈网络小信号相移
φ_A	放大器大信号相移
φ_F	反馈网络大信号相移
φ_i	有源器件正向传输延迟
φ_{iF}	$\varphi_{iF} = \varphi_F + \varphi_i$
φ_z	并联谐振回路阻抗相角
$\varphi_{e\infty}$	锁相环稳态相差

十、其他符号

α	共基电流放大倍数
$\alpha_n(\varphi)$	折线、平方特性器件电流分解系数, $n=0,1,2,\dots$
β	共射电流放大倍数
β_n	MOS 管参数
γ	变容管的变容系数、非线性失真系数
ζ	电源电压利用率, 指交流电压幅度与电源电压之比
ξ	非线性器件的自生负偏压系数
η_C	功率放大器的集电极效率
η_d	检波器的检波增益
η_i	鉴频器鉴频灵敏度
η_T	匹配网络传输效率
τ	时间常数
$a_{2n-1}(x)$	差分电流分解系数, $n=1,2,3,\dots$
$I_n(x)$	指数特性器件电流分解系数, 第 1 类变态 Bessel 函数, $n=0,1,2,\dots$
$J_n(m_i)$	以 m_i 为变量的 n 阶 Bessel 函数, $n=0,1,2,\dots$
$K^+(*), K^-(*)$	正半周、负半周开关函数
k_p	调相电路增益, 指单位电压引起的相位变化
k_f	调频电路增益, 指单位电压引起的频率变化
k_{VCO}	压控振荡器增益, 意义同 k_f
k_{PD}	鉴相器增益, 指单位相位变化引起的输出电压
k_F	环路滤波器增益
k_T, k_{T0}	环路总增益
m	调幅波的调幅指数
m_f	调频波的调频指数
m_P	调相波的调相指数
n	自然数; 阻抗变换器的接入系数 ($n < 1$)
g	电荷; 电子电量
Q_0	谐振回路空载品质因数
Q_T	谐振回路加载品质因数
$THD(x)$	谐波失真

$D(x)$	谐波失真系数, $\text{THD}(x) = Q_T \times D(x)$
k	波尔兹曼常数
T	绝对温度; 反馈放大器环路增益
A_u, A_{uA}	电压增益, 甲类放大器电压增益
A_{uC}	混频电压增益
A_{PC}	混频功率增益
A_f	反馈放大器闭环增益
X_s	串联电抗
X_p	并联电抗
$b(t)$	调幅波包络函数
L_q	晶体等效电感
L_C	插入损耗

目 录

第 1 章 概述	(1)
1.1 非线性器件	(1)
1.1.1 非线性电阻	(1)
1.1.2 非线性电容	(2)
1.1.3 非线性电感	(3)
1.2 非线性器件的频率变换作用	(3)
1.3 非线性器件应用概述	(5)
习题	(9)
第 2 章 非线性器件的分析方法	(10)
2.1 指数律特性的分析	(10)
2.2 指数律器件转化为折线律器件	(14)
2.3 双曲正切特性	(16)
2.4 折线律特性分析	(19)
2.5 平方律特性和钳位平方律特性	(20)
2.6 时变参量分析法	(22)
2.7 线性电抗与非线性电阻的组合电路	(23)
2.7.1 周期信号由电容耦合到非线性电阻	(24)
2.7.2 高 Q_T 值调谐回路的非线性电阻加载	(25)
习题	(28)
第 3 章 功率放大器	(33)
3.1 概述	(33)
3.1.1 功率放大器主要的性能指标	(33)
3.1.2 功率放大器的分类	(34)
3.2 乙类推挽功率放大器	(35)
3.2.1 原理电路介绍	(35)
3.2.2 乙类推挽功放性能分析	(36)
3.2.3 乙类推挽功率放大器的实际电路	(37)
3.3 谐振功率放大器	(40)
3.3.1 功放管特性的折线化	(40)
3.3.2 丙类功放的状态	(43)

3.3.3 丙类功放的负载特性、调制特性与放大特性	(45)
3.4 丁类(D类)功率放大器简介	(49)
3.4.1 电压开关型丁类功率放大器	(49)
3.4.2 电流开关型丁类功率放大器	(50)
3.5 功率放大器的馈电电路和匹配网络	(52)
3.5.1 馈电电路	(52)
3.5.2 匹配网络	(53)
习题	(56)
第4章 正弦振荡器	(60)
4.1 反馈型正弦振荡器基本原理	(60)
4.1.1 反馈型正弦振荡器的基本构成与自稳幅原理	(60)
4.1.2 正弦振荡器的起振条件	(61)
4.1.3 正弦振荡器的平衡条件	(61)
4.1.4 正弦振荡器的稳定条件	(62)
4.2 振荡器分析的预备知识	(63)
4.2.1 不同组态的晶体管的简化模型	(63)
4.2.2 准变压器阻抗变换器	(65)
4.2.3 受控源变换	(68)
4.3 正弦振荡器分析举例	(69)
4.4 正弦振荡器的频率稳定性讨论	(74)
4.4.1 LC正弦振荡器的频率相对变化量的定量分析	(74)
4.4.2 提高频率稳定的电路措施	(75)
4.5 负阻振荡原理和负阻振荡器	(77)
4.6 石英晶体正弦振荡器	(79)
4.6.1 石英谐振器及其电特性	(79)
4.6.2 晶体谐振器的阻抗特性	(80)
4.6.3 并联型晶体振荡器	(82)
4.6.4 串联型晶体振荡器	(83)
4.6.5 泛音晶体振荡器	(84)
4.7 阻容振荡器	(85)
习题	(86)
第5章 模拟乘法器	(93)
5.1 概述	(93)
5.2 变跨导式模拟乘法器	(93)
5.3 指数对数式模拟乘法器	(97)

5.3.1	对数放大器	(97)
5.3.2	指数放大器	(97)
5.3.3	指数对数式模拟乘法器	(98)
5.4	准模拟乘法器	(98)
5.4.1	双平衡二极管准模拟乘法器	(99)
5.4.2	并联开关式准模拟乘法器	(100)
习题		(101)
第6章	幅度调制与检波	(104)
6.1	调幅原理	(104)
6.1.1	概述	(104)
6.1.2	调幅的基本概念	(104)
6.2	调幅电路	(106)
6.2.1	低电平调幅电路	(106)
6.2.2	高电平调幅电路	(108)
6.2.3	单边带信号的产生	(110)
6.3	调幅波的解调——检波	(111)
6.3.1	均值包络检波	(111)
6.3.2	理想二极管的实现	(112)
6.3.3	峰值包络检波器	(113)
6.3.4	同步检波	(116)
习题		(117)
第7章	混频	(122)
7.1	概述	(122)
7.2	有源混频器	(124)
7.2.1	晶体管混频器	(124)
7.2.2	场效应管混频器	(126)
7.2.3	集成电路混频器	(128)
7.3	无源混频器	(129)
7.3.1	双平衡二极管混频器	(130)
7.3.2	场效应管无源混频器	(131)
7.4	混频器干扰问题	(132)
7.4.1	组合频率干扰	(132)
7.4.2	寄生通道干扰	(133)
7.4.3	交叉调制干扰	(134)
7.4.4	互调干扰	(134)

习题	(135)
第 8 章 角度调制和解调	(139)
8.1 基本概念	(139)
8.1.1 调角信号的数学表达式和波形	(139)
8.1.2 调频波的频谱	(140)
8.1.3 调频波的功率关系	(143)
8.2 调频信号通过非线性电路	(143)
8.2.1 调频信号的倍频	(143)
8.2.2 调频信号通过混频电路	(144)
8.3 调频信号通过线性电路的传输	(145)
8.4 调频波的产生	(147)
8.4.1 概述	(147)
8.4.2 变容二极管直接调频电路	(148)
8.4.3 间接调频电路	(150)
8.5 鉴频	(153)
8.5.1 概述	(153)
8.5.2 直接微分鉴频器——Clarke—Hess 鉴频器	(153)
8.5.3 斜率鉴频器	(155)
8.5.4 相位鉴频器	(157)
8.5.5 利用乘法器的相位鉴频器	(162)
习题	(164)
第 9 章 反馈控制电路简介	(169)
9.1 概述	(169)
9.2 自动电平控制电路	(169)
9.3 自动频率控制电路 AFC	(171)
9.4 自动相位控制电路——锁相环路(PPL)	(173)
9.4.1 PPL 的工作原理	(173)
9.4.2 锁相环构成的基本组件及其数学模型	(174)
9.4.3 一阶环路分析	(176)
9.4.4 锁相环应用简介	(180)
习题	(183)
附录 A 修正 Bessel 函数的有关性质	(186)
附录 B 相关数值表	(187)
参考文献	(194)

第 1 章 概 述

1.1 非线性器件

器件的响应 y 与激励 x 之间的函数关系称为器件在一定测试条件下的特性。特性或以解析表达式表示,或以测试所得的响应与激励的数据集合 (x, y) 表示,但更多情况下,器件特性是以测试曲线的方式表示的。

如果一器件特性可以表示成 xy 直角坐标系内的一条过原点的直线,则称此器件为线性器件;否则,就是非线性器件。

线性与非线性是相对的。一个器件究竟是线性的还是非线性的,取决于器件的静态工作点、激励信号的动态范围以及设计者对最终结果的认可程度。当器件响应中的非线性效应小到设计者认为可以忽略的程度时,就认为此器件是线性的;当动态范围增大,以至于非线性效应不可忽略时,就应该把此器件看做非线性的。因此,器件的非线性是绝对的,而线性是相对的。线性状态只是非线性状态的一种近似或特例而已。

非线性器件的种类很多,可以归纳为 3 类:非线性电阻(NR)、非线性电容(NC)和非线性电感(NL)。

1.1.1 非线性电阻

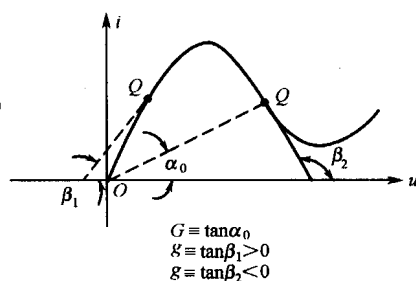
非线性电阻是指其特性可以用电流 $i \sim$ 电压 u 平面内的曲线表示的器件。按此定义,忽略了电抗效应后的半导体二极管、晶体管、场效应管等器件都是非线性电阻。

表征一个线性电阻只需用一常量即电阻值或电导值即可,但是对非线性电阻,对不同的情况,必须用不同的电阻或电导概念加以描述。

1. 静态电阻或电导 G

$$G \equiv \frac{I_Q}{U_Q} \quad (1.1.1)$$

G 除了与器件本身特性有关外,惟一地取决于工作点 Q 。在 $i \sim u$ 直角坐标系中,原点到工作点 Q 的矢量的斜率表示 G (见图 1.1.1 中的 $\tan\alpha_0$)。 G 一般为正值,表征在工作点 Q 所限定的条件下,非线性电阻从直流电源汲取直流功率的能力大小。



2. 动态电导(微变电导或小信号电导) g

$$g \equiv \left. \frac{\partial i}{\partial u} \right|_{u=U_Q} \quad (1.1.2)$$

图 1.1.1 定义 G 和 g

g 的大小取决于器件特性本身和工作点的选取。在 $i \sim u$ 直角坐标系中, g 等于工作点处

器件特性的斜率。 g 的大小表征器件把输入的小信号交流电压转换成同频率交流电流的能力。如果激励电压与响应电流不在同一端口上, g 又称小信号跨导, 记做 g_m 。

g 可以是正值(见图 1.1.1 中的 $\tan\beta_1$), 也可以是负值(见图 1.1.1 中的 $\tan\beta_2$)。负阻或负

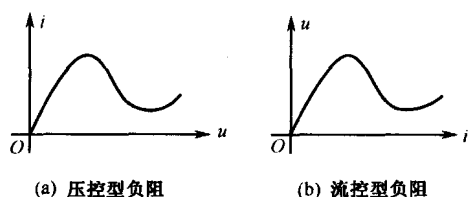


图 1.1.2 负阻的特性曲线

电导表示对外电路而言, 器件相当于一个向外电路提供能量的源, 或更确切地说, 器件能够把从直流电源汲取的直流能量的一部分转换成交流能量。这种在一定条件下呈现负电导的非线性电阻称为负阻器件。

负阻有两种: 压控型负阻, 即流过器件的电流是其上压降的单值函数的负阻(见图 1.1.2(a)); 流控型负阻, 即压降是控制电流的单值函数的负阻(见图 1.1.2(b))。

3. 谐波等效电导

非线性电阻对正弦激励的响应是与激励信号有相同重复周期的非正弦周期信号, 如图 1.1.3 所示。

设激励电压 $u = U_Q + U_i \cos \omega t$, 周期电流 $i(t)$ 可以展成 Fourier 级数

$$i(t) = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + \dots + I_n \cos n\omega t + \dots$$

定义

$$G_{m,n} \equiv \frac{I_n}{U_i} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.1.3)$$

$G_{m,n}$ 称为 n 次谐波等效电导, 它反映了非线性电阻把输入的基波电压转换成 n 次谐波电流的能力。其中, $G_{m,1}$ 或 G_{m1} 称做基波等效电导(跨导)。 $G_{m,n}$ 不仅与器件特性、工作点的选定有关, 而且与激励的电压幅度有关。器件的某个参数与激励幅度有关, 这正是非线性器件区别于线性器件的重要特征。

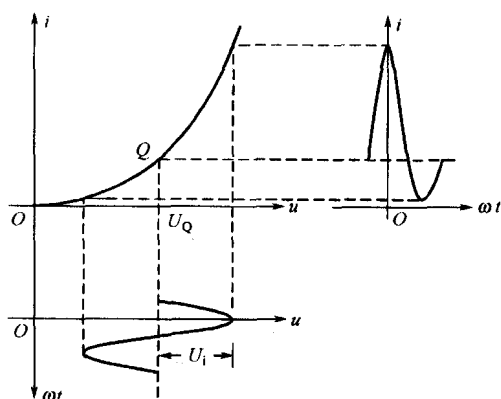


图 1.1.3 非线性电阻的正弦响应

1.1.2 非线性电容

非线性电容是指其特性可用电压 u ~ 电荷 q 平面内一条曲线表示的器件。按此定义, 以钛酸盐为介质的电容, 正偏的 PN 结的扩散电容和反偏 PN 结的势垒电容等均为非线性电容。

描述非线性电容的参数同样有静态电容 C , 小信号动态电容 c 和谐波等效电容 $C_{m,n}$ 。读者可参照非线性电阻中相应的量的定义方法加以定义。

变容二极管就是一种应用很广的非线性电容, 它是一种经特殊工艺制作的、工作在反偏状态的 PN 结。

由 PN 结理论可知, 处于热平衡状态下的反偏的 PN 结(耗尽层)可以理解为一个面积等于 PN 结横截面积、间距等于耗尽层宽度 d 的平行板电容器, 如图 1.1.4 所示。交变电压作用于 PN 结时, 耗尽层的宽度随之变化而引起“平行板电容器”电容做所谓的“ γ 律”的非线性变化, 如图 1.1.5 所示。即

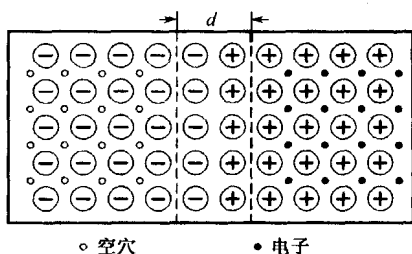


图 1.1.4 PN 结结构示意图

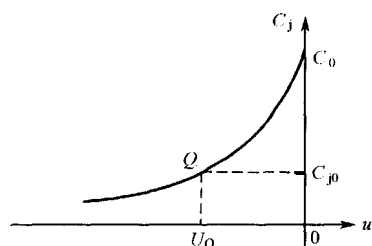


图 1.1.5 变容管特性

$$C_j = C_{j0} \left(1 + \frac{u}{U_\phi}\right)^{-\gamma} \quad (1.1.4)$$

式中 U_ϕ ——变容二极管势垒电位, 约 $0.2 \sim 0.9\text{V}$;

C_{j0} ——零偏压时的结电容;

γ ——变容指数。

γ 是变容管的重要参数之一, 它取决于 PN 结的性质。PN 结由于耗尽层中的杂质浓度分布不同而分成缓变结、突变结和超突变结, 如图 1.1.6 所示。对缓变结, $\gamma=1/3$; 对突变结, $\gamma=1/2$; 对超突变结, $\gamma=1 \sim 6$ 。 γ 值越大, 单位电压引起的结电容的变化也越大。

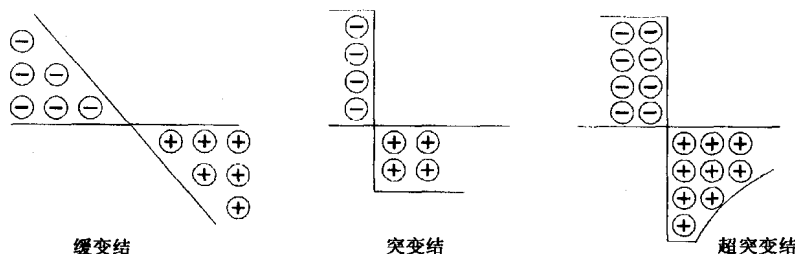


图 1.1.6 PN 结不同的杂质分布

如果变容管加上交流激励电压, 例如 $u = U_Q + U_n \cos \Omega_{\max} t$, 则变容管的电容将随之做周期性的变化, 由式(1.1.4)可得

$$C_j = C_{jQ} (1 + M \cos \Omega_{\max} t)^{-\gamma} \quad (1.1.5)$$

式中 C_{jQ} ——工作点处的静态电容, $C_{jQ} = C_{j0} \left(1 + \frac{U_Q}{U_\phi}\right)^{-\gamma}$;

M ——归一化交流电压幅度, $M = \frac{U_n}{U_Q + U_\phi}$ 。

变容二极管广泛应用于各类压控振荡器、电调谐电路和低噪声超高频的参量电路中。

1.1.3 非线性电感

非线性电感是指其特性可用磁通 $\Psi \sim$ 电流 i 平面上的曲线表示的器件。加有磁芯的线圈是非线性电感的例子。近年来, 体积大、分布电容影响严重、本身损耗大的非线性电感的作用已逐渐被非线性电容所代替。这里不再赘述。

1.2 非线性器件的频率变换作用

设非线性器件(例如非线性电阻)的特性为 $y = f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - X_Q)^n$, 激励信号

$$x = X_0 + X \cos \omega_i t, \text{ 则响应为 } y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n X^n \cos^n \omega_i t = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \cos n \omega_i t.$$

利用三角公式将上式展开后,得到响应 y 中所含的频率分量如下:

$$\text{直流分量 } Y_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{3}{8} a_4 X^4 + \dots$$

$$\text{基波分量 } Y_1 = a_1 X + \frac{3}{4} a_3 X^3 + \frac{5}{8} a_5 X^5 + \dots$$

$$\text{二次谐波分量 } Y_2 = \frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{1}{2} a_4 X^4 + \frac{5}{32} a_6 X^6 + \dots$$

$$\text{三次谐波分量 } Y_3 = \frac{3}{4} a_3 X^3 + \frac{5}{16} a_5 X^5 + \frac{21}{64} a_7 X^7 + \dots$$

...

由此可以得出以下 4 点结论。

① 当信号通过非线性器件时,响应中除了基波分量外,还出现了新的频率分量,说明非线性器件有频率变换作用。若激励频率为 ω_i ,响应频率为 ω_o ,如图 1.2.1 所示。一般有

$$\omega_o = n \omega_i \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.2.1)$$

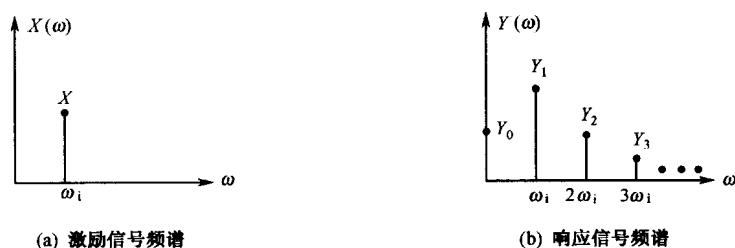


图 1.2.1 非线性器件的频率变换图

② 响应信号中的奇次谐波分量只取决于特性的奇次方项,而偶次谐波分量只取决于特性的偶次方项。

③ k 次谐波分量只与 $n \geq k$ 的高次方项系数有关, $n < k$ 的各低次方项系数对 k 次谐波没有贡献。

再来考察激励为 $x = X_0 + X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t$ 的情况,这时

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} (X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t)^n$$

利用三角公式展开后,得到各频率分量的表达式如下

$$\text{直流分量 } Y_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 (X_1^2 + X_2^2) + \dots$$

$$\omega_1 \text{ 基波分量 } Y_{\omega_1} = a_1 X_1 + \frac{3}{4} a_3 X_1^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1 X_2^2 + \dots$$

$$\omega_2 \text{ 基波分量 } Y_{\omega_2} = a_1 X_2 + \frac{3}{4} a_3 X_2^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1^2 X_2 + \dots$$

...

$$\text{二次组合频率 } \omega_1 \pm \omega_2 \text{ 分量 } Y_{\omega_1 \pm \omega_2} = a_2 X_1 X_2 + \frac{3}{2} a_4 X_1^3 X_2 + \frac{3}{2} a_4 X_1 X_2^3 + \dots$$