中职中专公共基础课“十一五”规划教材

应用数学

SHU XUE

刘明仁○主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中职中专公共基础课“十一五”规划教材

应 用 数 学

主编　刘明仁

机 械 工 业 出 版 社

本书根据教育部颁布的中等职业学校机电类专业培养目标的要求编写．全书分为集合与函数、三角函数、立体几何和复数等4章．每节有较多的例题配合教学，并配有练习题和习题．

本书力求内容以必需、够用为度，编写过程中尽量减少理论推导，突出基本训练．本书力求使学生在从听例题、跟着做到自己做的过程中，逐渐理解基本概念，掌握基本解题方法．

本书可作为中等职业学校（含中专、技校、职高）机电类各专业数学教材，也可作为中级工培训教材使用．

图书在版编目（CIP）数据

应用数学/刘明仁主编．—北京：机械工业出版社，2007.5

中职中专公共基础课"十一五"规划教材

ISBN 978-7-111-21393-2

Ⅰ．应…　Ⅱ．刘…　Ⅲ．应用数学—专业学校—教材　Ⅳ．029

中国版本图书馆CIP数据核字（2007）第059935号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
策划编辑：宋学敏　责任编辑：徐永杰　版式设计：霍永明
责任校对：樊钟英　封面设计：王伟光　责任印制：洪汉军

北京双青印刷厂印刷

2007年8月第1版第1次印刷
169mm×239mm・6印张・232千字
0001—4000册
标准书号：ISBN 978-7-111-21393-2
定价：17.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
销售服务热线电话：（010）68326294
购书热线电话：（010）88379639 88379641 88379643
编辑热线电话：（010）88379199
封面无防伪标均为盗版

前　言

本书是结合《中等职业学校数学教学大纲》，根据教育部颁布的中等职业学校机械、电气类各专业教学指导方案的培养目标的要求而编写的.

本书在编写过程中，紧密围绕中等职业教育的培养目标，以就业为导向，根据教学需要，以“必需、够用”为度，以培养高素质的劳动者为宗旨，对教材内容进行了重组和构建. 本书力求使学生掌握集合与函数、三角函数、立体几何和复数的基本概念和基本性质，培养学生分析问题、解决问题、逻辑思维和空间想象能力，为进一步学习后继课程服务，为今后就业服务.

根据生源实际情况和受教学时数80的限制，本书少讲或不讲理论，以讲授例题带动学生学习基本知识. 本书力争概念清晰、步骤明确、讲练结合，使学生在从听教师分析例题，到在教师的指导下做课堂练习题，再到独立完成课外习题的过程中，逐渐理解基本概念和性质.

本书可作为中等职业学校(含中专、技校、职高)机械、电气类各专业数学教材外，也可作为中级工培训教材.

本书由刘明仁老师主编、罗继宗老师任副主编，参加编写人员：刘明仁、罗继宗、廖祥新、陶同兵.

为了本书的出版，南京交通高级技工学校和老河口市信息工程学校对本书的编写给予了很大的支持. 在此，我们一并表示最诚挚的谢意.

由于水平所限，错误和不足之处在所难免，恳请读者和同行批评指正.

编　者

目　　录

前言
第 1 章　集合与函数 …… 1
1.1　集合的概念 …… 1
1.2　集合的运算 …… 6
1.3　不等式的解法 …… 9
1.4　函数的概念 …… 14
1.5　函数的性质 …… 18
1.6　反函数 …… 22
1.7　指数幂 …… 26
1.8　幂函数 …… 30
1.9　指数函数 …… 35
1.10　对数 …… 39
1.11　对数函数 …… 44
1.12　小结 …… 48
第 2 章　三角函数 …… 56
2.1　角的概念的推广和度量 …… 56
2.2　任意角三角函数 …… 60
2.3　同角三角函数关系式 …… 64
2.4　诱导公式 …… 68
2.5　和角公式 …… 73
2.6　倍角公式 …… 76
2.7　解斜三角形 …… 81
2.8　正弦函数的图像和性质 …… 85
2.9　正弦型函数的图像和性质 …… 90
2.10　余弦函数、正切函数的图像和性质 …… 97
2.11　反三角函数 …… 101
2.12　小结 …… 108
第 3 章　立体几何 …… 114
3.1　空间图形的概念和画法 …… 114
3.2　直线和直线的位置关系 …… 118
3.3　直线和平面的平行和垂直 …… 121
3.4　斜线长与射影长定理、三垂线定理 …… 126

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

3.5 平面和平面的位置关系 …… 130
3.6 棱柱和棱锥 …… 136
3.7 圆柱和圆锥 …… 142
3.8 球 …… 148
3.9 小结 …… 153
第4章 复数 …… 161
4.1 复数的概念 …… 161
4.2 复数的运算(一) …… 165
4.3 复数的三角形式 …… 168
4.4 复数的运算(二) …… 171
4.5 复数的运算(三) …… 175
4.6 复数的指数形式及运算 …… 178
4.7 小结 …… 181
参考文献 …… 186

第 1 章

集合与函数

本章讲授集合与函数的概念和性质，并进一步研究一些常用的函数. 这些知识都是今后学习数学和其他自然科学的工具. 学习它们也有助于培养学生的逻辑思维能力和分析问题、解决问题的能力.

1.1 集合的概念

1.1.1 集合与元素

在日常生活中，人们为了抓住一类事物的共同本质，往往需要把具有共同性质的事物放在一个整体里加以研究.

例如：

(1) 本校的全体学生；

(2) 本教室的所有课桌；

(3) 1，3，5，7，…；

(4) $x^2-5x+6=0$ 的全部解；

(5) 所有的直角三角形；

(6) 抛物线 $y=x^2$ 上的所有点.

它们分别是由一些人、物、数、图形组成的整体，每个整体的组成对象都具有共同性质.

一般地，具有某种共同性质的不同对象的全体，叫做**集合**，简称**集**. 组成集合的各个对象，叫做该集合的**元素**.

例如上例(1) 是由全校学生组成的集合，每个学生都是这个集合的元素，他们具有的共同性质是每个人都是本校学生，具有本校学籍.

例(3) 是奇数集合，1、3、5 等都是奇数集合的元素，它们具有的共同性质是被 2 整除后余数是 1.

集合的元素之间没有顺序关系．相同的对象归入一个集合时，只能作为这个集合的一个元素．

本书中，我们主要研究数的集合和点的集合．

1.1.2 集合的记号

我们一般用大写的拉丁字母 A、B、C 等作为集合的记号，用小写的拉丁字母 a、b、c 等表示集合的元素．

几个常用的数集有专用记号：

非负整数集(自然数集)，记作 $\mathbf{N}$；

正整数集，记作 $\mathbf{N}^+$；

整数集，记作 $\mathbf{Z}$；

有理数集，记作 $\mathbf{Q}$；

实数集，记作 $\mathbf{R}$.

一般地，如果 a 是集合 A 的元素，则叫做 a **属于** A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 的元素，则叫做 a **不属于** A，记作 $a \notin A$.

例如：

$$2 \in \mathbf{N};\ \frac{1}{2} \notin \mathbf{Z};\ \sqrt{2} \notin \mathbf{Q};\ \sqrt{2} \in \mathbf{R}.$$

含有无限多个元素的集合，叫做**无限集**．含有有限个元素的集合，叫做**有限集**．只含有一个元素的集合，叫做**单元素集**．不含有任何元素的集合，叫做**空集**．空集记作 $\varnothing$.

例如：

上例中(3)、(5)、(6)是无限集，(1)、(2)、(4)是有限集．

方程 $x-5=0$ 的解集是单元素集．

方程 $x^2+1=0$ 的解集是空集．

1.1.3 集合的表示法

把集合的元素一一写在一个大括号内，彼此之间用逗号分开的方法，叫做**列举法**．

例如上例(3)表示为

$$A=\{1,3,5,\cdots\}$$

上例(4)表示为

$$B=\{2,3\}$$

把集合中元素的共同性质用语言或数学式子描述出来，写在大括号内的方法，叫做**描述法**．

例如上例(4) 表示为

$$B=\{x\mid x^2-5x+6=0\}$$

上例(5) 表示为

$C=\{$有一个内角是直角的三角形$\}$

上例(6) 表示为

$$D=\{(x,y)\mid y=x^2\}$$

用一条封闭的曲线围成的区域表示一个集合的方法，叫做**图示法**. 区域内部的点表示这个集合的元素.

图 1-1 所示的是任一非空集合 A.

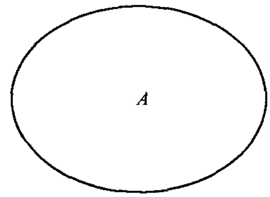


图 1-1

1.1.4 子集与真子集

我们考察集合 A 和 B:

$A=\{$等边三角形$\}$,

$B=\{$等腰三角形$\}$.

容易看出，集合 A 的任一个元素(即任一个等边三角形)都是集合 B 的元素(即等腰三角形). 也就是说集合 B 包含了集合 A 的所有元素.

设 A 和 B 是两个集合，如果集合 A 的每一个元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 就叫做集合 B 的**子集**，记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$；读作"A 包含于 B"或"B 包含 A". 上例中，$A\subseteq B$，即 A 是 B 的子集.

当 A 不是 B 的子集(即至少有一个元素 $x\in A$,但 $x\notin B$)时，记作 $A\nsubseteq B$(或 $B\nsupseteq A$).

注意 $\in$表示元素和集合之间的关系，$\subseteq$表示集合与集合之间的关系.

对于任意一个集合 A，由于它的任何一个元素都属于 A 本身，所以 $A\subseteq A$.

设 A 和 B 是两个集合，如果 A 是 B 的子集，且至少有一个元素 $x\in B$，但 $x\notin A$，则称 A 是 B 的**真子集**，记作 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$)，读作"A 真包含于 B"(或"B 真包含 A").

我们规定，空集是任何集合的子集，显然空集还是任何非空集合的真子集.

当 A 是 B 的真子集时，可用图 1-2 表示.

对于两个集合 A、B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，那么就叫集合 A 和集合 B **相等**，记作$A=B$.

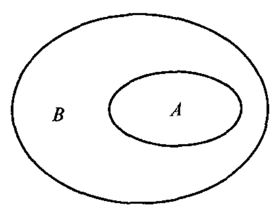


图 1-2

例 1 写出集合$\{0,1,2\}$的所有子集.

解 集合$\{0,1,2\}$的所有子集是：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{1,2\}$，$\{0,1,2\}$.

例 2 如果 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{1,2\}$，下列写法哪个正确？哪个不正确？

(1) $1\in A$； (2) $0\in A$； (3)$\{1\}\in A$； (4) $1\subseteq A$； (5) $\{0\}\subseteq B$；

(6) $\varnothing=\{0\}$；　(7) $\varnothing\subseteq A$；　(8) $B\subseteq A$.

解 (1) $1\in A$ 正确；

(2) $0\in A$ 正确；

(3) $\{1\}\in A$ 不正确，应为 $\{1\}\subsetneqq A$；

(4) $1\subseteq A$ 不正确，应为 $1\in A$；

(5) $\{0\}\subseteq B$ 不正确，应为 $\{0\}\not\subseteq B$；

(6) $\varnothing=\{0\}$ 不正确，应为 $\varnothing\subsetneqq\{0\}$；

(7) $\varnothing\subseteq A$ 正确；

(8) $B\subseteq A$ 正确.

例 3 若 $A=\{x\mid x>5\}$，$B=\{x\mid x\geqslant 3\}$. 在数轴上表示这两个集合，并判断这两个集合之间的关系.

解 作数轴，用实心点(表示包含该点)或空心点(表示不包含该点)及线段(或射线)表示集合，如图 1-3 所示.

可以看出 A 的所有元素都是 B 的元素，B 的有些元素不是 A 的元素，所以 $A\subsetneqq B$.

例 4 用图示法表示下列集合之间的关系，**N**、**Z**、**Q**、**R**.

解 它们之间关系为

$$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$$

用图示法表示为图 1-4.

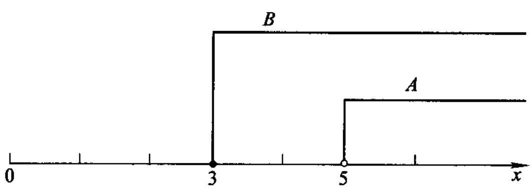


图 1-3

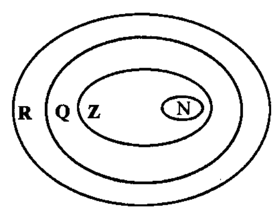


图 1-4

课堂练习 1.1

1. 用列举法表示下列各集合.

(1) 大于 3 且小于 15 的偶数的集合；　(2) 12 的正约数的集合；

(3) $A=\{x\mid x=2n, n\in\mathbf{N}^{+}\}$；　(4) 方程 $x^2+8=0$ 的解集.

2. 用描述法表示下列集合.

(1) 由 4 与 6 的所有公倍数组成的集合；

(2) 不等式 $x-3>0$ 解的集合；

(3) 正奇数的集合；

(4) 平面内到定点 O 距离为定长 L 的点的轨迹.

3. 用记号“$\subseteq$”，“$\subsetneqq$”，“$=$”表示集合 A 与 B 的关系.

(1) $A=\{2,4,6,8\}$，$B=\{x\mid x=2n,n\in\mathbf{N}\}$；

(2) $A=\{x\mid x^2-1=0\}$，$B=\{x\mid x^2-1\geqslant 0\}$.

4. 判断下列各式是否成立，并说明理由.

(1) $\{x\mid x^2-3x-4=0\}\subsetneqq\{\ |x|<10,x\in\mathbf{Z}\}$；

(2) $\{4,5,6,7\}\subseteq\{2,3,5,6,7,9\}$.

习题 1.1

1. 用列举法表示下列集合.

(1) {平方后等于自身的数}；　　(2) $\{x\mid 3<x<7,x\in\mathbf{N}\}$；

(3) $\{x\mid x^2+x-1=0\}$；　　(4) $\{(x,y)\mid x+y=4,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}\}$.

2. 用描述法表示下列集合.

(1) $\{1,4,9,16,\cdots\}$；　　(2) 全体实数的集合；

(3) 绝对值等于 3 的实数的集合；(4) 被 3 除余 2 的自然数的全体的集合.

3. 用 $\in$，$\notin$，$=$，$\subseteq$，$\subsetneqq$ 填空.

(1) a ______ $\{a,b,c\}$；

(2) 5 ______ $\{5\}$；

(3) $\{a\}$ ______ $\{a,b,c\}$；

(4) $\varnothing$ ______ $\{1,2,3\}$；

(5) $\{4,5,6\}$ ______ $\{6,5,4\}$；

(6) $\{a,b\}$ ______ $\{a,b,c\}$.

4. 在数轴上表示下列两个集合：$A=\{x\mid -3<x<2\}$，$B=\{x\mid x^2+x-2=0\}$，判断它们之间的关系.

5. 满足 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d\}$ 的集合 A 有几个，写出来.

6. 集合 U，S，T，F 的关系如图 1-5 所示，下列关系中哪些是对的，哪些是错的.

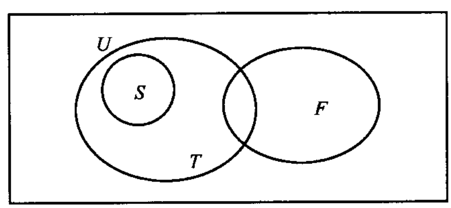


图 1-5

(1) $S\subsetneqq U$；　　(2) $F\subsetneqq T$；

(3) $S\subsetneqq T$；　　(4) $S\subsetneqq F$；

(5) $S\supsetneqq F$；　　(6) $F\subsetneqq U$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

1.2 集合的运算

1.2.1 交集

已知 6 的正约数的集合为 $A=\{1,2,3,6\}$，10 的正约数的集合为 $B=\{1,2,5,10\}$，那么 6 和 10 的正公约数的集合就是 $C=\{1,2\}$.

观察图 1-6，在集合 A 和集合 B 中，有一部分元素是重复的(图中的阴影部分)，这部分的元素既属于集合 A，也属于集合 B. 这些元素又组成一个新的集合.

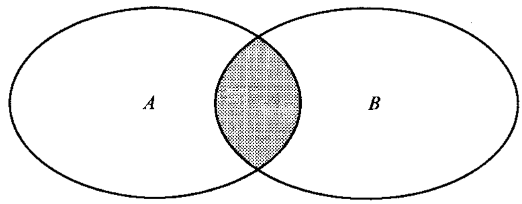


图 1-6

一般地，设 A、B 是两个集合，由既属于 A 且属于 B 的全体元素所组成的集合，叫做集合 A 与 B 的**交集**，记作 $A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}.$$

例如上例中，6 和 10 的正公约数的集合，就是 6 的正约数的集合与 10 的正约数的集合的交集，即

$$\{1,2,3,6,\}\cap\{1,2,5,10\}=\{1,2\}.$$

例 1 设 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{c,d,e\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\{c,d\}$.

例 2 设 $A=\{1,3,5,\cdots\}$，$B=\{2,4,6,\cdots\}$，求 $A\cap B$.

解 $A\cap B=\varnothing$.

例 3 设 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x>1\}$，求 $A\cap B$.

解 如图 1-7 所示，$A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$.

例 4 设 A 为平面上矩形的集合，B 为平面上菱形的集合，求 $A\cap B$.

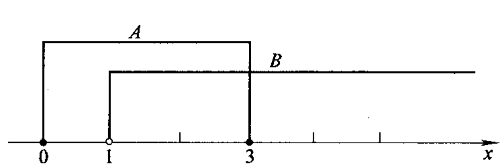


图 1-7

解 $A=\{$矩形$\}$，$B=\{$菱形$\}$，则

$$\begin{aligned}A\cap B&=\{\text{矩形}\}\cap\{\text{菱形}\}\\&=\{\text{正方形}\}.\end{aligned}$$

例 5 设 $A=\{x\mid x^2+2x-3=0\}$，$B=\{x\mid x^2+x-2=0\}$，求 $A\cap B$.

解
$$\begin{aligned}A\cap B&=\{-3,1\}\cap\{-2,1\}\\&=\{1\}.\end{aligned}$$

例 6 设 A 和 B 是非空集合，且 $A\subseteq B$，求 $A\cap B$，$A\cap A$，$A\cap\varnothing$.

解 $A\cap B=A$.

$A\cap A=A$.

$A\cap\varnothing=\varnothing$.

1.2.2 并集

已知集合 $A=\{a,b,c,d,e\}$，$B=\{c,d,b,f\}$，把 A 和 B 两个集合的元素合并起来，相同的元素只取一个，就组成了一个新的集合 $C=\{a,b,c,d,e,f\}$.

观察图 1-8 中 a、b 或 c 的阴影部分，它们表示属于 A 或属于 B 的所有元素组成的集合.

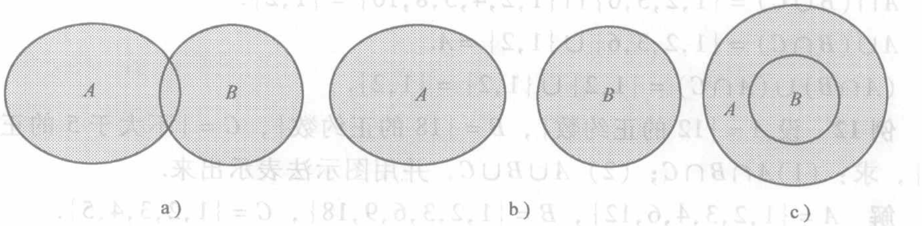


图 1-8

一般地，设 A、B 是两个集合，由属于 A 或属于 B 的所有元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的**并集**. 记作 $A\cup B$，读作"A 并 B"，即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}.$$

例如上例中，集合 C 就是集合 A 与集合 B 的并集，即

$$\{a,b,c,d,e\}\cup\{c,d,b,f\}=\{a,b,c,d,e,f\}.$$

例 7 设 $A=\{4,5,6,8\}$，$B=\{3,5,7,8\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\{4,5,6,8\}\cup\{3,5,7,8\}=\{3,4,5,6,7,8\}$.

例 8 设 $A=\{x \mid x>-3\}$，$B=\{x \mid x\leqslant 2\}$，求 $A\cup B$.

解 $A\cup B=\mathbf{R}$.（见图 1-9）

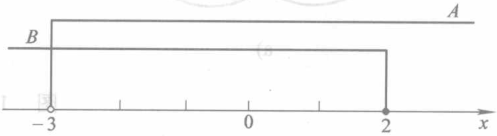


图 1-9

例 9 设 $A=\{$锐角三角形$\}$，$B=\{$钝角三角形$\}$，求 $A\cup B$；$A\cap B$.

解 $A\cup B=\{$锐角三角形$\}\cup\{$钝角三角形$\}=\{$锐角三角形或钝角三角形$\}$

$=\{$斜三角形$\}$

$A\cap B=\varnothing$.

例 10 设 $A=\{(x,y) \mid x+y=0\}$，$B=\{(x,y) \mid x-y=0\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

解 A 表示二元一次方程 $x+y=0$ 解的集合，或者理解为直线 $x+y=0$ 上点

的集合，B 表示二元一次方程 $x-y=0$ 解的集合，或者理解为直线 $x-y=0$ 上点的集合. 那么，$A\cap B$ 就是二元一次方程组

$$\begin{cases}x+y=0\\x-y=0\end{cases}$$

解的集合，或者理解为两直线：$x+y=0$ 和 $x-y=0$ 的交点的集合.

所以，$A\cap B=\{(x,y)\mid(x,y)=(0,0)\}$；$A\cup B=\{(x,y)\mid x+y=0$ 或 $x-y=0\}$.

例 11 设 $A=\{6$ 的正约数$\}$，$B\doteq\{8$ 的正约数$\}$，$C=\{10$ 的正约数$\}$，求 $A\cap(B\cup C)$；$A\cup(B\cap C)$；$(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

解 $A=\{1,2,3,6\}$，$B=\{1,2,4,8\}$，$C=\{1,2,5,10\}$.

$A\cap(B\cup C)=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,4,5,8,10\}=\{1,2\}$.

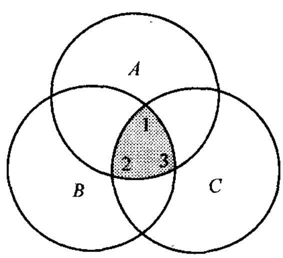
$A\cup(B\cap C)=\{1,2,3,6\}\cup\{1,2\}=A$.

$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{1,2\}\cup\{1,2\}=\{1,2\}$.

例 12 设 $A=\{12$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的正自然数$\}$，求：(1)$A\cap B\cap C$；(2) $A\cup B\cup C$，并用图示法表示出来.

解 $A=\{1,2,3,4,6,12\}$，$B=\{1,2,3,6,9,18\}$，$C=\{1,2,3,4,5\}$.
所以，(1) $A\cap B\cap C=\{1,2,3\}$. 如图 1-10a 所示.

(2) $A\cup B\cup C=\{1,2,3,4,5,6,9,12,18\}$. 如图 1-10b 所示.



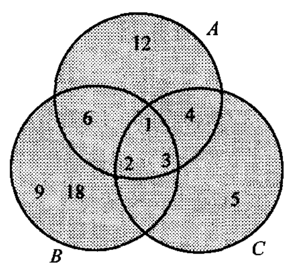


图 1-10

课堂练习 1.2

1. 设 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{2,4,6\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$.

2. 设 $A=\{x\mid x\geqslant -2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 4\}$，把它们表示在数轴上，并求 $A\cap B$；$A\cup B$.

3. 设 $A=\{$平行四边形$\}$，$B=\{$矩形$\}$，求 $A\cap B$；$A\cup B$.

4. 设 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,3\}$，$C=\{3,4,5\}$，求 $(A\cap B)\cup C$；$(A\cup B)\cap C$；$(A\cap B)\cap C$；$A\cup B\cup C$.

习题 1.2

1. 设 $A=\{x\mid x>-1\}$，$B=\{x\mid x>-3\}$，求 $A\cap B$；$A\cup B$.

2. 设 $A=\{x\mid 1<x\leqslant 5\}$，$B=\{$小于 10 的自然数$\}$，求 $A\cap B$；$A\cup B$.

3. 设 A 表示某班全体男生的集合，B 表示姓王的全体学生的集合，求 $A\cap B$；$A\cup B$.

4. 设 $A=\{x\mid x^2+2x+1=0\}$，$B=\{x\mid x+1=0\}$，求 $A\cap B$；$A\cup B$.

5. 设 $A=\{(x,y)\mid x+y=7\}$，$B=\{(x,y)\mid x-y=1\}$，求 $A\cap B$.

6. 已知 A 与 B 是非空集合，且 $A\neq B$，在______处填空($\subseteq,\subsetneqq,\not\supseteq,=$).

(1) $A\cap B$ ______ A；　　(2) $A\cap B$ ______ $B\cap A$；

(3) $A\cup B$ ______ B；　　(4) $\varnothing$ ______ $B\cup A$；

(5) $A\cap B$ ______ $A\cup B$；　　(6) $\varnothing$ ______ $A\cap B$.

7. 设 $C\subsetneqq B\subsetneqq A$，求：

(1) $A\cup B$；　　(2) $A\cap C$；

(3) $A\cup B\cup C$；　　(4) $A\cap B\cup C$.

1.3　不等式的解法

1.3.1　不等式的解集与区间

能使含有未知数的不等式成立的未知数值的集合，叫做**不等式的解集**. 可以用描述法表示. 例如，不等式

$$x^2-3x+2<0$$

的解集表示为

$$A=\{x\mid x^2-3x+2<0\}.$$

还可以用区间的概念表示. 设 a、b 是两个实数，且 $a<b$，那么：

满足不等式 $a\leqslant x\leqslant b$ 的所有实数的集合，叫做**闭区间**，记作$[a,b]$；

满足不等式 $a<x<b$ 的所有实数的集合，叫做**开区间**，记作(a,b)；

满足不等式 $a<x\leqslant b$ 或 $a\leqslant x<b$ 的所有实数的集合，叫做**半开半闭区间**或**半闭半开区间**，记作$(a,b]$或$[a,b)$.

在数轴上，可以用一条包含端点或不包含端点的线段的点集表示区间，如图 1-11 所示.

全体实数的集合 **R**，用区间$(-\infty,+\infty)$表示. “∞”读作无穷大，它不是数，仅是记号.

集合$\{x\mid x>a\}$，用区间$(a,+\infty)$表示；

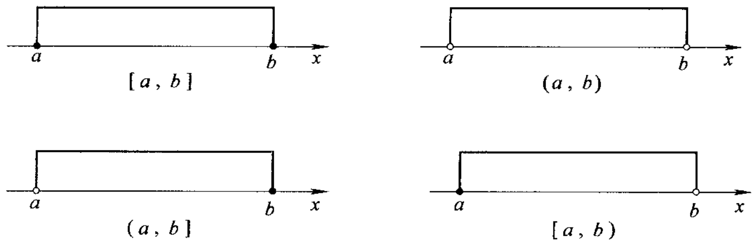


图 1-11

集合$\{x \mid x \leqslant b\}$，用区间$(-\infty, b]$表示.

在数轴上，可以用数轴本身表示$(-\infty, +\infty)$，用包含端点或不包含端点的射线表示$(a, +\infty)$或$(-\infty, b]$，如图 1-12 所示.

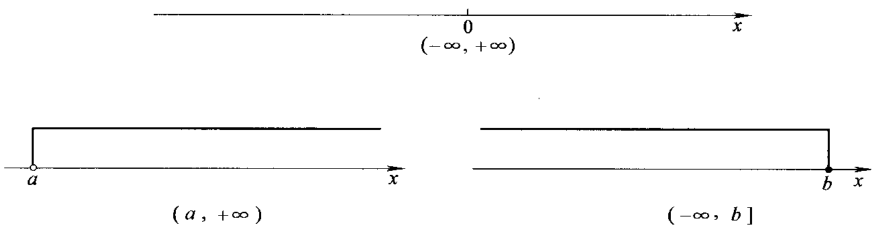


图 1-12

例 1 用区间表示下列不等式的解集：

(1) $-2 < x \leqslant 4$；　　(2) $x > 1$.

解 (1) $(-2, 4]$；

(2) $(1, +\infty]$.

例 2 在数轴上表示下列不等式的解集.

(1) $-2 < x \leqslant 4$；　　(2) $x > 1$；

(3) $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$；　　(4) $x \leqslant -1$.

解 如图 1-13 所示.

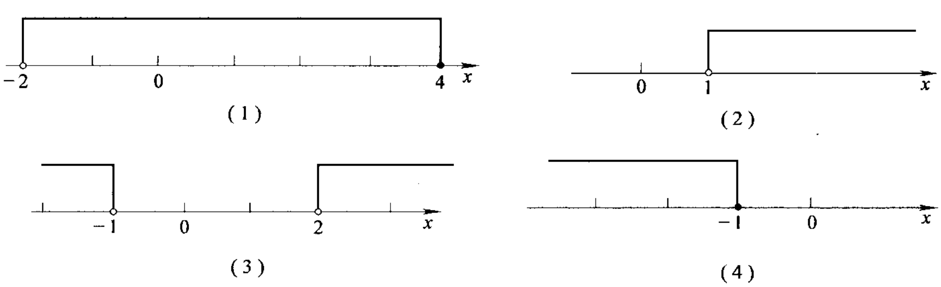


图 1-13

1.3.2 绝对值不等式

绝对值符号里面含有未知数的不等式，叫做**绝对值不等式**.

例如 $|x|>3$；$|2x+4|\geqslant 2$；$|3x-5|<5$.

根据绝对值的定义，对任意实数 a，有

$$|a|=\begin{cases} a & (\text{当 } a>0 \text{ 时}) \\ 0 & (\text{当 } a=0 \text{ 时}) \\ -a & (\text{当 } a<0 \text{ 时}) \end{cases}$$

数 a 的绝对值 $|a|$，在数轴上等于对应实数 a 的点到数轴原点的距离. 如图 1-14 所示，$|-3|$或$|3|$分别表示 A 点与 B 点到原点的距离.

不等式 $|x|<3$ 的解集是，与原点距离小于 3 的所有点对应实数构成的集合，即

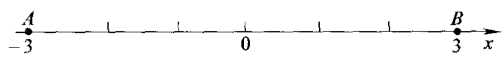


图 1-14

$$\{x\,|\,|x|<3\}=\{x\,|\,-3<x<3\}=(-3,3).$$

不等式 $|x|>3$ 的解集是，与原点距离大于 3 的所有点对应实数构成的集合，即

$$\{x\,|\,|x|>3\}=\{x\,|\,x>3 \text{ 或 } x<-3\}=(-\infty,-3)\cup(3,+\infty).$$

一般地，如果 $a>0$，$|x|<a$ 的解集为 $-a<x<a$；$|x|>a$ 的解集为 $x<-a$或 $x>a$.

例 3 解不等式 $|x|>2$.

解 因为 $|x|>2$，所以 $x<-2$ 或 $x>2$.
即原不等式的解集为$(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$.

例 4 解不等式 $|x-3|\leqslant 7$.

解 把 $x-3$ 视为一个数，因为 $|x-3|\leqslant 7$，所以 $-7\leqslant x-3\leqslant 7$，$-4\leqslant x\leqslant 10$，即原不等式的解集为$[-4,10]$.

例 5 解不等式 $|2x+5|>3$.

解 因为 $|2x+5|>3$，所以 $2x+5<-3$ 或 $2x+5>3$，即

$$2x<-8 \text{ 或 } 2x>-2.$$

所以

$$x<-4 \text{ 或 } x>-1,$$

即原不等式的解集为$(-\infty,-4)\cup(-1,+\infty)$.

例 6 解不等式 $3|x-2|+1>0$.

解 因为 $3|x-2|>-1$，所以 $|x-2|>-\frac{1}{3}$.

因为无论 x 取何值，总有 $|x-2|>-\frac{1}{3}$成立，所以原不等式的解集为$(-\infty,+\infty)$.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com