

油气藏工程实用预测方法文集

**Symposium of Practical Forecasting
Method for Oil & Gas Reservoir Engineering**

胡建国 张栋杰 著

石油工业出版社

Petroleum Industry Press

油气藏工程实用预测方法文集

Symposium of Practical Forecasting
Method for Oil & Gas Reservoir Engineering

胡建国 张栋杰 著

石油工业出版社

内 容 提 要

本书介绍了作者 10 多年科研工作中,在油气藏工程预测方法研究方面所取得的研究成果和实践经验。全书以油气藏工程预测方法研究与油气藏开发实践相结合为特征,对油气藏开发动态预测中涉及的方法、问题进行了比较深入的研究与探讨。书中许多研究成果具有一定的理论水平和较强的实用性。

本书可供从事油气藏工程方面的矿场研究工作者和技术人员使用,也可供生命体系、经济增长体系等领域预测研究方面的研究人员参考,同时也可作为石油院校和科研单位有关人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

油气藏工程实用预测方法文集 / 胡建国,张栋杰著.

北京:石油工业出版社,2002.10

ISBN 7-5021-3912-5

I. 油…

II. ①胡…②张…

III. 油气藏-油田开发-预测-计算方法-文集

IV. 34-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 064115 号

石油工业出版社出版

(100011 北京安定门外安华里二区一号楼)

北京乘设伟业科技排版中心排版

北京密云华都印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

*

787×1092 毫米 16 开本 18.75 印张 480 千字 印 1—1200

2002 年 10 月北京第 1 版 2002 年 10 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5021-3912-5/TE·2827

定价:45.00 元

序

油气藏工程是人们正确认识油气田,合理开发好油气田的一门实用性很强的学科。它是·以油藏物理、渗流力学和数理方法为基础,结合油气田开发实践,建立起来的基本原理和分析预测方法。油气藏工程方法,对于新油气田,可用于产能的评价和储层特性的认识,制定科学合理的开发方案;对于已开发的油气田,可以用于开发形势的分析与预测,尤其是对开发调整的效果,以及可采储量、剩余可采储量与采收率,作出有效的评估,因而,受到国内外油气藏工程专家和工程师的高度重视。

本书是两位作者 10 多年来,在油气藏工程预测方法方面所取得的成果,不少文章有较好的创新内容。全书共分三个部分,收集了作者 53 篇论文:

第一部分,主要介绍了在油气藏增长曲线分析方法方面的内容,共有 12 篇文章。作者对油气藏增长曲线分析方法进行了深入研究,取得了富有成效的研究成果,如广义模型、HCZ 模型、 Γ 模型、Weibull 模型和简化的对数正态模型等。

第二部分,主要介绍了作者在递减曲线和水驱曲线方面的研究成果,共有 16 篇文章。在该部分内容中,作者对油气藏动态预测中常用的递减曲线分析方法,进行了有效简化,从而大大地提高了该类方面的实用价值。

第三部分,主要介绍了作者在矿场试井与储量计算方面的研究成果,共有 15 篇文章。作者以常规的试井分析方法为基础,提出了有关矿场试井和储量计算方面的分析计算方法,也有较好的实用价值。

我作为一位老的油气藏工程师,在初读本书内容之后感到:这是一本理论性、方法性和实用性的文集。它的正式出版发行,会受到同行的欢迎,并在实际应用中产生良好的效果。我为本书的两位年轻作者而高兴,并愿他们二位百尺竿头,更进一步。

陈元平

2002.10.25 北京

目 录

油气藏增长曲线分析

预测油气田产量的广义模型	(3)
预测油气田产量和可采储量新模型	(13)
预测油气田产量的新模型	(22)
预测油气田产量的 Γ 模型	(30)
油气田产量预测的模型研究	(37)
预测油气田产量的简单模型	(46)
预测油气田产量和储量的 Weibull 模型	(53)
Logistic 模型的推导及自回归方法	(59)
t 模型的应用与讨论	(65)
对数正态预测模型的完善与简化	(71)
广义翁氏模型的推导及应用	(76)
对 Weng 旋回模型预测可采储量方法的修正	(86)

油气藏产量递减曲线和水驱曲线分析

递减曲线应用对比分析	(95)
递减曲线分析的最佳拟合法	(105)
产量递减分析的典型曲线图	(113)
应用衰减曲线确定可采储量的截距法	(118)
应用典型曲线进行产量递减分析	(124)
递减曲线分析的一种简易方法	(131)
新型递减曲线方程的推导及应用	(138)
产量指数递减分析的自回归模型	(143)
用典型曲线拟合法分析衰减曲线	(148)
衰减曲线分析方法评价	(152)
衰减曲线分析的新方法	(159)
气藏衰减曲线处理的新方法	(166)
建立双曲线递减方程的一种简便方法	(173)
应用典型曲线拟合方法进行水驱曲线分析	(176)
新型水驱曲线及其简便处理方法	(183)
油水相对渗透率比与含水饱和度函数关系的修正及应用	(190)

矿场试井及储量计算

圆形封闭油藏试井分析方法	(199)
--------------	-------

圆形定压边界油藏试井分析方法.....	(210)
试井资料早期解释的新方法.....	(219)
试井分析的新方法.....	(225)
压力恢复曲线早期段解释的新方法.....	(233)
确定油气井泄油面积内平均地层压力的截距法.....	(240)
应用 MDH 法确定油气井平均地层压力的简便方法	(245)
确定低渗透油藏生产井平均地层压力的简便方法.....	(250)
确定气井平均地层压力的简易方法.....	(255)
应用 Hasan 和 Kabir 法确定气井地层压力	(260)
应用扩展的 Muskat 法确定地层压力的新方法	(265)
应用压力恢复曲线中期段资料确定油井的地质储量.....	(271)
确定异常高压气藏地质储量和有效压缩系数的新方法.....	(276)
一点法确定油井的 IPR 曲线	(283)
图解法确定异常高压气藏原始天然气地质储量.....	(288)

Contents

Growth Curve Analysis of Oil & Gas Reservoir

A Generalized Model of Forecasting Production Rate of Oil and Gas Fields	(3)
A New Model of Predicting the Output and Recoverable Reserves of the Oil and Gas Field	(13)
A New Model to Predict Production Rate of Oil and Gas Fields	(22)
Gamma Model for Predicting Production Rate of Oil and Gas Field	(30)
A Model Investigation on Forecasting the Production of Oil and Gas Field	(37)
A Simple Model for Forecasting Production Rate of Oil and Gas Fields	(46)
Weibull Model for Predicting Output and Reserve in An Oil and Gas Field	(53)
Derivation of Logistic Model and its Self – Regression Method	(59)
Discussion on Model t and its Application	(65)
Improvement and Simplification of Logarithmic Normal Distribution Prediction Model ...	(71)
Derivation of Generalized Weng – Model and its Application	(76)
Modification to the Estimation of Recoverable Reserves with Weng Cycle Model	(86)

Decline Curve and Water Drive Curve Analysis of Oil & Gas Reservoir

Application of Decline Curve and its Comparative Analysis	(95)
Optimum Fitting of Decline Curve Analysis	(105)
Type Curve for Production Decline Analysis	(113)
A Sectional Method of Determining Recoverable Reserves by Using Attenuation Curves	(118)
Production Decline Analysis by Means of Type Curve Matching Technique	(124)
A Simple Method for Analyzing the Decline Curve	(131)
Derivation and Application of New Type Equation of Decline Curve	(138)
Auto – Regressive Model for Analyzing Production Exponential Decline	(143)
Analyzing Decline Curves with Typical Curve Matching	(148)
An Evaluation of Production Decline Curves	(152)
A New Method for Analyzing Decline Curve	(159)
A New Method for Processing Decline Curve of Gas Reservoir	(166)
A Simplified Method of Establishing Hyperbola Decreasing Equation	(173)
Displacement Characteristic Curve Analysis by Means of Type Curve Matching Technique	(176)
A New Water Drive Curve and its Simple Method	(183)
Revision and Application for Functional Relation of Oil – Water Relative Permeability Ratio	

and Water Saturation	(190)
----------------------------	-------

Well Testing and Reserve Estimation

A Method of Well – Test Analysis for a Circular Reservoir with a Closed Outer Boundary	(199)
A Method of Well – Test Analysis for a Circular Reservoir with a Constant Pressure Outer Boundary	(210)
A New Method Interpreting Well Test Data at Early Times	(219)
A New Method for Well Testing Analysis	(225)
A New Method for the Early Stage Interpretation of Pressure Build – up Curve	(233)
Intercept Method to Determine Formation Pressure on Drainage Area of Oil and Gas Wells	(240)
A Simple Method for Determining Average Formation Pressure of Oil and Gas Well by Using MDH Method	(245)
A Simple Method for Determining Average Reservoir Pressure in Producing Wells for Low Permeable Reservoirs	(250)
A Simple Method for Determining Average Formation Pressure of Gas Well	(255)
Determining Average Formation Pressure of Gas Well by Using Hasan – Kabir Method	(260)
A New Method for Determining Formation Pressure by Using Modified Maskat Method	(265)
Determination of Geologic Reserve of a Well Using the Intermediate Segment of a Bulid up Curve	(271)
A New Method for Determining Gas in Place and Effective Compressibility in Abnormal High Pressure Reservoir	(276)
Determination of IPR Curve with One – Point Method	(283)
Graphic Method for Determining Gas in Place in Abnormal High Pressure Reservoir	(288)

油气藏增长曲线分析

Growth Curve Analysis of Oil & Gas Reservoir

预测油气田产量的广义模型

摘 要 在油气田产量、累积产量的预测中,已相继出现了众多的预测模型。这些模型是相互分散的、孤立的,种类多、公式繁杂,相互间的联系又不清楚,使油气田现场研究人员难于准确应用。本文通过对前人在生命总量有限体系等领域的研究成果进行系统的研究,经过深入的理论推导、综合和归纳,得到了预测油气田产量的广义模型。该广义模型通过选取不同的模型常数,进行模型简化,可以得到经济增长预测领域著名的 Gompertz 模型、社会各个领域广泛应用的 Logistic 模型、油气田产量预测的 Arps 双曲线递减模型、 Γ 模型及 HCZ 模型等在全类生命总量有限体系广泛应用的 12 个预测模型,它们基本上覆盖了生命总量有限体系常用的预测模型。从而将生命总量有限体系分散的、孤立的预测模型,通过本文建立的广义模型有机地联系起来,得到了各种模型间的异同点,使之便于在油气田现场应用。同时,本广义模型亦可直接应用于油气田的产量预测之中。

一、引 言

人类在社会生活和生产劳动中,经常要根据过去和现在的资料对未来作出各种假设、猜测、设想、推断和探索,并对人们所关心的事件,作出今后可能的发展趋势预测,以指导未来的行动。

在油气田开发过程中,产量、累积产量的动态预测,就是根据目前已得到的动态资料,应用适当的方法对今后产量的变化趋势进行预测,以指导油气田中长期开发规划的制定及日常动态分析工作,它始终是油气藏工程师的一项十分重要的任务。

油气田产量、累积产量以及最终可采储量的预测,其可靠程度是受多种因素制约的。除与所应用的信息和数据的准确程度、预测者的个人素质、工作经验等有关外,更重要的是取决于预测方法的优劣,即所建立的数学模型的正确程度,它将直接影响预测结果的精度。

油气田开发过程中,产量、累积产量以及最终可采储量的预测方法,在借鉴国内外生命总量有限体系数学模型的基础上,相继研制了各种预测模型,并已逐渐完善。这些模型是相互分散的、孤立的,种类多、公式繁杂,相互间的关系又不清楚,使油气田现场研究人员难于准确而合理地应用。

本文通过对前人在生命总量有限体系、经济增长体系、矿产资料体系以及寿命试验等领域的研究成果进行了系统的研究,经过深入的理论推导、综合和归纳,得到了预测油气田产量、累积产量以及最终可采储量的广义模型。该广义模型通过选取不同的模型常数,进行适当的模型简化,可以得到经济增长预测领域著名的 Gompertz 模型,社会各个领域广泛应用的 Logistic 模型,油气田产量及最终可采储量预测的 Arps 双曲线递减模型、 Γ 模型及 HCZ 模型,在生命科学中应用的 Von Bertalanffy 三次等轴模型等在全类生命总量有限体系中广泛应用的 12 个预测模型,它们基本覆盖了生命科学、经济增长预测以及矿产资源预测等领域常用的预测模型。从而将生命总量有限体系分散而孤立的预测模型,通过本文建立的广义模型有机地联系

起来,得到了各种模型之间的异同点,使之便于在油气田现场更准确更合理地应用。同时,本文建立的广义模型亦可直接应用于油气田的产量、累积产量以及最终可采储量的预测之中。

二、广义数学模型的建立

油气田开发实践表明,无论何种储集类型的油气田,也无无论何种驱动类型和开发方式,在开发过程中,其产量变化基本上可分为上升、稳定和下降(即递减)三个阶段。而这三个阶段的累积产量,总是随时间连续上升。油气田产量的这种变化趋势,与生命总量有限体系和经济增长体系的兴起、成长、成熟和衰退的过程基本上是一致的。

Doucet 等人在研究生命科学的数学模型时提出^[1],对于一个有限体系,如经济增长体系、矿产资源体系等,随时间呈递增变化的总量函数,其数学模型可由(1)或(2)式描述

$$\frac{dy}{ydt} = f(t) \quad (1)$$

$$\frac{dy}{ydt} = g(y) \quad (2)$$

我们将由(1)、(2)式所表示的单一函数关系,归纳为更具有普遍的实际意义的复合函数关系,则有

$$\frac{dy}{ydt} = h(y, t) \quad (3)$$

式中 y ——增长信息函数;

t ——时间。

众所周知,在油气田开发过程中,油气田的累积产量属于递增的总量信息,据(3)式可以写为

$$\frac{dN_p}{N_p dt} = h(N_p, t) \quad (4)$$

我们研究了前人在生命总量有限体系的研究成果,通过对前人提出的数学模型进行综合、归纳和演绎,得到(4)式中的 $h(N_p, t)$ 函数可由下式描述

$$h(N_p, t) = aN_p^{-m}e^{-bt}t^{c-1} \quad (5)$$

将(5)式代入(4)式得

$$\frac{dN_p}{N_p dt} = aN_p^{-m}e^{-bt}t^{c-1} \quad (6)$$

将(6)式分离变量积分得

$$\int_{N_{p0}}^{N_p} \frac{dN_p}{N_p^{1-m}} = a \int_0^t e^{-bt} t^{c-1} dt \quad (7)$$

或

$$\int_{N_p}^{N_R} \frac{dN_p}{N_p^{1-m}} = a \int_t^{\infty} e^{-bt} t^{c-1} dt \quad (8)$$

式中 N_R ——油气田的最终可采储量。

由于

$$\int_0^t e^{-bt} t^{c-1} dt = b^{-c} \int_0^t (bt)^{c-1} e^{-bt} d(bt) \quad (9)$$

令 $u = bt$, 则(9)式可写为

$$\int_0^t e^{-bt} t^{c-1} dt = b^{-c} \int_0^{bt} u^{c-1} e^{-u} du = b^{-c} \gamma(c, bt) \quad (10)$$

式中 $\gamma(c, bt)$ ——不完全伽马函数^[2], 可采用数值方法求解。

将(10)式代入(7)式求解, 并解出 N_p 得

$$N_p = [N_{p0}^m + ab^{-c} m \gamma(c, bt)]^{1/m} \quad (11)$$

而(8)式右边积分为

$$\int_0^\infty e^{-bt} t^{c-1} dt = \int_t^\infty e^{-bt} t^{c-1} dt - \int_0^t e^{-bt} t^{c-1} dt = b^{-c} [\Gamma(c) - \gamma(c, bt)] \quad (12)$$

式中 $\Gamma(c)$ ——完全伽马函数^[2], 可采用数值方法求解, 如 Lanczos 逼近法^[3,4]。

将(12)式代入(8)式, 解出 N_p 得

$$N_p = \{N_R^m - ab^{-c} m [\Gamma(c) - \gamma(c, bt)]\}^{1/m} \quad (13)$$

(11)和(13)式即为本文建立的预测油气田累积产量的广义数学模型表达式, 它对于经济增长体系等生命总量有限体系的预测同样是有有效的。

(11)和(13)式之所以称之为广义模型, 可从后面的推导发现国内外有限体系预测众多的数学模型均可由(11)或(13)式简化得出。

由于 $Q = dN_p/dt$, 故由(6)式得

$$Q = a N_p^{1-m} e^{-bt} t^{c-1} \quad (14)$$

式中 Q ——油气田年产量。

将(11)、(13)式分别代入(14)式得, 预测油气田产量的广义模型为

$$Q = a [N_{p0}^m + ab^{-c} m \gamma(c, bt)]^{\frac{1-m}{m}} e^{-bt} t^{c-1} \quad (15)$$

或

$$Q = a \{N_R^m - ab^{-c} m [\Gamma(c) - \gamma(c, bt)]\}^{\frac{1-m}{m}} e^{-bt} t^{c-1} \quad (16)$$

三、模型参数确定方法

在广义模型(11)、(13)式中, 存在着5个待定常数 a, b, c, m, N_{p0} (或 N_R), 可根据具体情况采用不同的参数估算方法。对于产量变化较平滑、产量波动不大的情形, 可采用如下推导的多元回归方法, 否则最好采用 Marquardt 阻尼最小二乘法等最优化方法求解。下面对多元回归方法作以推导。

由于 $Q = dN_p/dt$, 故(6)式可以写为

$$\frac{Q}{N_p} = a N_p^{-m} e^{-bt} t^{c-1} \quad (17)$$

(17)式两边同取自然对数得

$$\ln \frac{Q}{N_p} = \ln a - m \ln N_p - bt + (c-1) \ln t \quad (18)$$

若令

$$B_0 = \ln a \quad (19)$$

$$B_1 = -m \quad (20)$$

$$B_2 = -b \quad (21)$$

$$B_3 = c - 1 \quad (22)$$

并令 $Y = \ln(Q/N_p)$, $X_1 = \ln N_p$, $X_2 = t$, $X_3 = \ln t$, 则(18)式可以写为

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 \quad (23)$$

根据油气田的实际生产数据,当利用(23)式进行多元回归分析后,可直接得到油气田的 B_0 、 B_1 、 B_2 和 B_3 的数值,然后按如下公式计算模型常数:

$$a = e^{B_0} \quad (24)$$

$$m = -B_1 \quad (25)$$

$$b = -B_2 \quad (26)$$

$$c = B_3 + 1 \quad (27)$$

a 、 b 、 m 和 c 值确定之后,代入(11)式,可得 N_{p0} 由下式确定

$$N_{p0} = [N_p^m - ab^{-c}m\gamma(c, bt)]^{1/m} \quad (28)$$

或代入(13)式,可得 N_R 由下式确定

$$N_R = \{N_p^m + ab^{-c}m[\Gamma(c) - \gamma(c, bt)]\}^{1/m} \quad (29)$$

由于 a 、 b 、 c 和 m 已由前面的多元回归分析求得,将油气田任一时间对应的 t 和 N_p 代入(28)或(29)式,即可得到 N_{p0} 或 N_R 的值。为了消除或减小生产计量误差对 N_{p0} 或 N_R 值计算的影响,可采用求和平均的方法。该法的原理是:将油气田实际生产数据的所有点(设共有 n 个点)分别代入(28)或(29)式,先求和,再求平均值。

$$N_{p0} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [N_{pj}^m - ab^{-c}m\gamma(c, bt_j)]^{1/m} \quad (30)$$

$$N_R = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \{N_{pj}^m + ab^{-c}m[\Gamma(c) - \gamma(c, bt_j)]\}^{1/m} \quad (31)$$

将以上求得的参数分别代入(11)[或(13)]、(15)[或(16)]式,即可预测油气田的累积产量和年产量了。

值得注意的是,在应用数学模型预报油气田产量变化时,模型中的 Q 为油气田生产至 t

时刻的瞬时产量,而油气田现场关心的是年产量 $\bar{Q}$,即阶段产量。为此,有必要对 Q 和 $\bar{Q}$ 的换算关系作以介绍。

油气田产量变化如图1所示。由图1可见, t 时刻的瞬时产量 $Q(t)$ 介于第 t 年的年产量 $\bar{Q}(t)$ 和第 $t+1$ 年的年产量 $\bar{Q}(t+1)$ 之间。为了简化运算,根据图1, Q 与 $\bar{Q}$ 可采用如下近似式进行换算:

$$Q(t) = \frac{1}{2} [\bar{Q}(t) + \bar{Q}(t+1)] \quad (32)$$

$$\bar{Q}(t) = \frac{1}{2} [Q(t-1) + Q(t)] \quad (33)$$

在应用油气田产量建模时,必须应用(32)式将

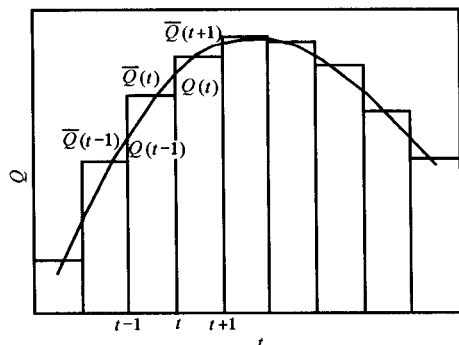


图1 油气田产量变化示意图

年产量 $\bar{Q}$ 换算为瞬时产量 Q 。当模型建立之后,在预报油气田产量变化时,应用(15)或(16)式计算的瞬时产量必须经过(33)式的换算,才为预报的油气田年产量。

四、应用举例

下面以俄罗斯萨马特洛尔油田实际开发数据的应用,说明广义模型在油气田产量预测中的实用性和有效性。

萨马特洛尔(Самотлорское)油田是俄罗斯最大的油田。油田含油面积为 1575km^2 ,原始石油地质储量为 $51.5 \times 10^8\text{t}$ 。主要产层为下白垩纪的阿雷姆组、瓦尔托夫组和麦吉昂组油层,油层总厚度为 103m ,渗透率为 $(30 \sim 1100) \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,油层表现出厚度大、分层性强、非均质严重的特点。该油田于1965年发现,1969年4月投入正式开发,同年10月采用注水保持地层压力方式开采,1969至1992年的实际开发数据见表1。

表1 萨马特洛尔油田开发数据

年 度	时 间 (a)	产 量(10^4t/a)		累 积 产 量(10^4t)		Q (10^4t/a)	年 度	时 间 (a)	产 量(10^4t/a)		累 积 产 量(10^4t)		Q (10^4t/a)
		实际	预测	实际	预测				实际	预测	实际	预测	
1969	1	130	93.23	130	93.23	280	1985	17	11090	11830.04	158860	159772.23	11035
1970	2	430	388.31	560	481.54	715	1986	18	10980	10669.58	169830	170441.81	10430
1971	3	1000	1067.50	1560	1549.04	1555	1987	19	9880	9524.66	179720	179966.47	9075
1972	4	2110	2263.00	3670	3812.04	3005	1988	20	8270	8430.78	188410	188397.25	7995
1973	5	3900	3998.97	7570	7811.01	5010	1989	21	7720	7410.47	196140	195807.71	7060
1974	6	6120	6158.41	13690	13969.42	7415	1990	22	6400	6476.16	202530	202283.87	6005
1975	7	8710	8112.72	22400	22482.14	9865	1991	23	5610	5632.83	208140	207916.70	5205
1976	8	11020	10790.38	33420	33272.52	12010	1992	24	4800	4800.26	212940	212796.96	
1977	9	13000	12748.29	46420	46020.81	13660	1993	25		4214.74		217011.70	
1978	10	14320	14230.74	60730	60251.55	14700	1994	26		3630.50		220642.20	
1979	11	15080	15131.05	75810	75382.60	15280	1995	27		3120.62		223762.82	
1980	12	15480	15483.12	91290	90865.72	15255	1996	28		2677.76		226440.58	
1981	13	15030	15342.28	106320	106208.00	14755	1997	29		2294.58		228735.16	
1982	14	14380	14804.34	120710	121012.34	14190	1998	30		1964.07		230699.23	
1983	15	14000	13975.04	134700	134987.38	13530	1999	31		1679.71		232378.94	
1984	16	13060	12954.81	147770	147942.19	12075	2000	32		1435.56		233814.51	

将表1中的开发数据,首先按(32)式将年产量 $\bar{Q}$ 换算为瞬时产量 Q ,列于表1中第7列。

按(23)式对表1中数据进行多元线性回归分析得,多元线性回归方程为

$$Y = 0.50114 + 0.079024X_1 - 0.145823X_2 - 0.572583X_3 \quad (34)$$

(34)式的复相关系数为0.99981。

由(24)~(27)式分别求得, $a = 1.650559$, $m = -0.079024$, $b = 0.145823$, $c = 0.427417$ 。

将以上计算的 a 、 b 、 c 和 m 的数值,以及油田历年生产时间及对应的累积产油量数据代入(31)式,经计算得 $N_R = 242202.0423 \times 10^4\text{t}$ 。同时, $c = 0.427417$ 时,采用 Lanczos 逼近法计算得 $\Gamma(c) = 2.073196$ 。

将以上计算得到的参数值分别代入(13)、(16)式得:

(1)预报该油田累积产油量的具体模型为

$$N_p = \{0.375423 + 0.297020[2.073196 - \gamma(0.427417, 0.145823t)]\}^{-12.65438} \quad (35)$$

(2) 预报该油田年产油量的具体模型为

$$Q = 1.650559\{0.375423 + 0.297020[2.073196 - \gamma(0.427417, 0.145823t)]\}^{-13.65438} e^{-0.145823t - 0.572583} \quad (36)$$

由(35)、(36)式[(36)式预测的瞬时产量已经(33)式换算]预测的萨马特洛尔油田累积产量和年产油量列于表1中。将油田的实际开发数据与理论预测结果同画在图2上。由图2可见,两者的吻合相当好。

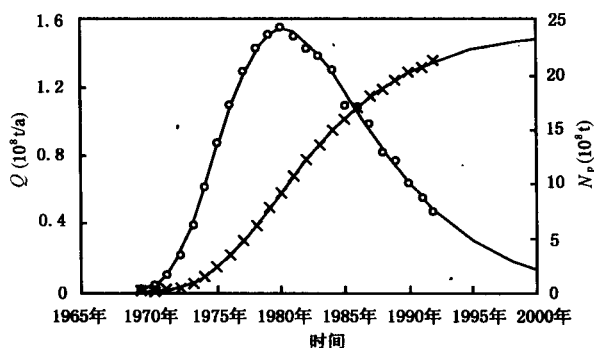


图2 萨马特洛尔油田实际开发数据与理论预测结果对比图

五、子模型的派生

在生命总量有限体系的预测中,已相继出现了众多的预报模型,如 Gompertz 模型、Logistic 模型、 Γ 模型、Hubbert 模型、Arps 递减模型、Weng 旋回模型、t 模型、HCZ 模型以及 HZC 模型等。下面将从广义模型出发,对以上模型进行推导。

1. Gompertz 模型及 HCZ 模型的派生

当 $m=0$ 、 $c=1$ 时,可分别由(11)、(13)式,得到经济增长预测著名的 Gompertz 模型和预测油气田产量的 HCZ 模型。

对(11)式两边取自然对数得

$$\ln N_p = \frac{1}{m} \ln [N_{p0}^m + ab^{-c} m \gamma(c, bt)] \quad (37)$$

据罗毕塔法则,当 $m \rightarrow 0$ 时,(37)式的极限为

$$\ln N_p = \ln N_{p0} + ab^{-c} \gamma(c, bt) \quad (38)$$

由于 $c=1$ 时

$$\gamma(c, bt) = \int_0^{bt} e^{-u} du = 1 - e^{-bt} \quad (39)$$

则(38)式可写为

$$N_p = N_{p0} e^{\frac{a}{b}(1 - e^{-bt})} \quad (40)$$

令 $\alpha = N_{p0} e^{a/b}$, $\beta = e^{-a/b}$, $\theta = e^{-b}$, (40)式可简化为

$$N_p = \alpha \beta^{\theta^t} \quad (41)$$

(41)式即为经济增长预测领域著名的 Gompertz 模型^[5,6],它在生命科学中也得到了应用^[1]。

同(40)式的推导,当 $m=0$ 、 $c=1$ 时,由(13)式可以得到

$$N_p = N_{Re}^{-\frac{a}{b}e^{-bt}} \quad (42)$$

(42)式即为预测油气田产量的 HCZ 模型^[7]。

2. Logistic 模型的派生

当 $m=-1$ 、 $c=1$ 时,由(11)或(13)式均可得到著名的 Logistic 模型。

当 $m=-1$ 时,由(11)式得

$$N_p = [N_{p0}^{-1} - ab^{-c}\gamma(c, bt)]^{-1} \quad (43)$$

$c=1$ 时,将(39)式代入(43)式得

$$N_p = \frac{\frac{N_{p0}}{1 - aN_{p0}/b}}{1 + \frac{aN_{p0}/b}{1 - aN_{p0}/b}e^{-bt}} \quad (44)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时, $N_p \rightarrow N_{p0}/(1 - aN_{p0}/b)$, 即 $N_R = N_{p0}/(1 - aN_{p0}/b)$, 并令 $\alpha = aN_{p0}/(b - aN_{p0})$, 则(44)式简写为

$$N_p = \frac{N_R}{1 + \alpha e^{-bt}} \quad (45)$$

(45)式即为应用于经济增长预报及人口统计学等众多领域著名的 Logistic 模型^[8],文献[9,10,11]已将其应用于油气田的产量预测中。

3. Γ 模型及 Weng 旋回模型的派生

当 $m=1$ 时,由(11)或(13)式可得到 Γ 模型及 Weng 旋回模型。

当 $m=1$ 时,由(11)或(13)式得

$$N_p = N_{p0} + ab^{-c}\gamma(c, bt) \quad (46)$$

或

$$N_p = N_R - ab^{-c}[\Gamma(c) - \gamma(c, bt)] \quad (47)$$

将(46)或(47)式对时间 t 求导数得

$$Q = ae^{-bt}t^{c-1} \quad (48)$$

(48)式即为预测油气田产量的 Γ 模型^[3]。当(48)式中 c 取自然数(1,2,3……)时,则得到 Weng 旋回模型^[12,13]。

4. t 模型的派生

当 $m=0$ 、 $b=0$ 时,由(13)式可得到 t 模型。

同(38)式的推导,当 $m=0$ 时显然由(13)式可得到

$$N_p = N_{Re}^{-ab^{-c}[\Gamma(c) - \gamma(c, bt)]} \quad (49)$$

当 $b \rightarrow 0$ 时,由于 $c > 0$,故 $b^{-c}[\Gamma(c) - \gamma(c, bt)]$ 为一不定型 $\infty \cdot 0$ 。根据极限运算中罗毕塔法则可得

$$N_p = N_{Re}^{\frac{a}{c}t} \quad (50)$$

(50)式即为预测油气田产量的 t 模型^[14,15]。