

国 家 工 科 电 工 电 子 教 学 基 地 教 材

电工学 III

数字电子技术

徐安静 主编

徐安静 李承 林红 张鄂亮 杨红权 编著



清华大学出版社

TM1/172

:3

2008

国家工科电工电子教学基地教材

电工学

III

数字电子技术

徐安静 主编

徐安静 李承 林红 张鄂亮 杨红权 编著



清华大学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统介绍了数字电子技术的基本概念、原理和分析方法。主要内容包括数字逻辑基础知识、门电路及电气特性、组合逻辑电路的分析和设计方法、触发器、时序逻辑电路的分析和设计方法、脉冲产生整形电路、存储器和可编程逻辑器件以及模拟量与数字量间的转换。本书注重基本概念,深入浅出,书中有大量例题,每章有小结、习题,绝大部分习题都附有答案,便于教学和自学。

本书可作为高等学校机械、交通、能源、化工、材料等各非电类专业数字电子技术课程的教材;也可作为电类专业学时较少的数字电子技术课程教学参考书;还可供有关工程技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

数字电子技术(电工学Ⅲ)/徐安静等编著. —北京:清华大学出版社,2008.7

ISBN 978-7-302-17361-8

I. 电… II. 徐… III. ①电工学—高等学校—教材 ②数字电路—电子技术—高等学校—教材 IV. TM1 TN79

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 052776 号

责任编辑:王敏稚 李 晔

责任校对:李建庄

责任印制:李红英

出版发行:清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机:010-62770175

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

邮 购:010-62786544

印 装 者:北京鑫海金澳胶印有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印 张:15 字 数:359 千字

版 次:2008 年 7 月第 1 版 印 次:2008 年 7 月第 1 次印刷

印 数:1~3000

定 价:24.00 元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:(010)62770177 转 3103 产品编号:025259-01

(前)(言)

为满足高等学校本科非电类各专业学生学习电工、电子技术课程的需要,国内外已经出版了不少“电工学”方面的教材。这些教材对非电类学生学习电工、电子技术起到了积极有效的作用。但是,随着科学技术的飞速发展,面对学科交叉以及电类、非电类的界限越来越模糊的现状,目前包括我校在内的不少学校在许多传统非电类专业的课程设置中都有加强电工、电子课程教学内容的要求,同时在课程学时、内容安排上也有不同的调整。然而,在国内很难找到适合这种要求的教材及参考书,为此,我们编写了《电路原理与电机控制(电工学Ⅰ)》、《模拟电子技术(电工学Ⅱ)》和《数字电子技术(电工学Ⅲ)》这套教材。

本套教材内容的安排、取舍主要有4个考虑:

(1) 参照教育部(前国家教育委员会)1995年颁发的非电类学生电工技术课程的教学基本要求。

(2) 内容要适合高等学校非电类多学科、多专业的具体情况与教学需要。

(3) 体现本学科的成果与技术发展现状。

(4) 为学生提供一本合适的参考书。

针对非电类的教学要求和学时较少的特点,在教材编写中,对传统的教材内容进行了精选,将学生最需要的基础知识和本课程的精髓部分内容都做了一定的加深或扩充,同时力求简明扼要,便于学生学习。

《电路原理与电机控制(电工学Ⅰ)》的特点为:

(1) 加强并突出了电路原理部分的内容,使学生对电路原理的内容有更多、更深的了解与掌握。另外,增加了受控源电路模型的讨论及增加了双口网络的内容。

(2) 精简了有关电机的内容,主要讨论了异步电机而略去了直流电机和控制电机等内容,突出电机传动与控制。

《模拟电子技术(电工学Ⅱ)》的特点为:

(1) 强调了基础知识,注重应用。主要体现在对于电路的定性分析和定量计算,都是从基本概念出发,避免了为此目的而做繁杂的公式推导。

(2) 加强了集成电路的内容,对集成电路的讨论强化“外部”淡化“内部”,使教材内容更符合电子技术发展的趋势。

《数字电子技术(电工学Ⅲ)》的特点为:

(1) 加强并突出了集成门电路电气特性部分的内容,使学生在实际应用门电路时对于可能出现的各种问题有更深入的理解。

(2) 加强并突出了中规模集成电路应用的内容,这部分内容也是电子技术发展的趋势。

本套教材的编写体系既是一种尝试、探索,也是作者长期教学体会、经验的总结。编写中,我们力求把教材编写成内容丰富、重点突出、适应性强、体现发展的一套教材;既处理好重要内容、较重要内容与一般内容的关系,也处理好打好基础、面向应用与新技术介绍的关系;立足于有利于学生建立坚实基础、增强创新意识、培养实践能力;立足于有利于学生学以致用,为解决实际工程问题打下基础。

本套教材由华中科技大学电工学课程组编写,其中在《电路原理与电机控制(电工学Ⅰ)》中,张鄂亮编写了第1、5、8章,李群编写了第2、3章,林红编写了第6、7、10章,张浩编写了第11章,周鑫霞编写了第13章,李承担任主编并编写了第4、9、12章。在《模拟电子技术(电工学Ⅱ)》中,林红编写了第1、7章,谭丹编写了第4、5章,陈明辉编写了第6、8章,徐安静任主编并编写了第2、3章。在《数字电子技术(电工学Ⅲ)》中,李承编写了第1章,张鄂亮编写了第3章,林红编写了第4、5章,杨红权编写了第7、8章,徐安静任主编并编写了第2、6章。

由于时间仓促,编者水平有限,本套教材错误与疏漏之处在所难免,恳请读者提出宝贵意见。

编 者

2008年2月

于华中科技大学

(目) (录)

第 1 章 数字逻辑基础	1
1.1 数字信号的特点	1
1.1.1 模拟信号与数字信号	1
1.1.2 脉冲信号的主要参数	2
1.1.3 数字电路	3
1.2 数制与码制	4
1.2.1 几种常用的进位记数制	4
1.2.2 不同数制间的相互转换	6
1.3 二进制编码	9
1.3.1 二-十进制编码	10
1.3.2 字符编码	12
1.4 基本逻辑运算	12
1.4.1 逻辑变量与逻辑函数	13
1.4.2 基本逻辑运算	13
1.5 逻辑代数的公式和规则	16
1.5.1 基本公式	16
1.5.2 常用公式	18
1.5.3 逻辑代数的 3 个规则	19
1.6 逻辑函数的代数化简法	21
1.6.1 逻辑表达式的类型及最简与或表达式	22
1.6.2 公式化简法	22
1.6.3 卡诺图化简法	24
1.6.4 具有约束项的逻辑函数的化简	31
1.6.5 逻辑函数表示方法之间的转换	32
本章小结	36
习题	37
第 2 章 门电路	39
2.1 半导体器件的开关特性	40

2.1.1	二极管的开关特性	40
2.1.2	三极管的开关特性	42
2.1.3	MOS管的开关特性	45
2.2	分立元件门电路	47
2.2.1	二极管与门	47
2.2.2	二极管或门	48
2.2.3	三极管非门(反相器)	49
2.3	TTL集成门电路	50
2.3.1	TTL反相器	51
2.3.2	其他逻辑功能的门电路	57
2.3.3	TTL集电极开路门和三态门	59
2.4	CMOS集成门电路	62
2.4.1	CMOS反相器	62
2.4.2	其他逻辑功能的CMOS门电路	64
2.4.3	CMOS传输门、三态门和漏极开路门	66
2.4.4	门电路在使用中应注意的若干问题	68
	本章小结	70
	习题	71
第3章	组合逻辑电路	76
3.1	组合逻辑电路的分析方法	76
3.2	组合逻辑电路的设计方法	78
3.3	常用的集成组合逻辑电路及其应用	80
3.3.1	加法器	80
3.3.2	编码器	84
3.3.3	译码器	89
3.3.4	数据分配器	95
3.3.5	数据选择器	97
3.3.6	数值比较器	99
3.4	组合逻辑电路中的竞争冒险	103
3.4.1	产生竞争冒险的原因	103
3.4.2	检查竞争冒险的方法	104
3.4.3	消除竞争冒险的方法	105
	本章小结	105
	习题	106
第4章	触发器	108
4.1	触发器的特点	108
4.2	RS触发器	108

4.2.1	基本 RS 触发器	108
4.2.2	同步 RS 触发器	111
4.2.3	主从 RS 触发器	113
4.2.4	集成 RS 触发器	114
4.3	JK 触发器	115
4.3.1	主从 JK 触发器	115
4.3.2	边沿 JK 触发器	118
4.4	D 触发器	120
4.5	T 触发器和 T' 触发器	121
4.6	触发器逻辑功能的转换	123
	本章小结	123
	习题	124
第 5 章	时序逻辑电路	126
5.1	时序逻辑电路的特点和分析方法	126
5.1.1	时序逻辑电路的特点	126
5.1.2	时序电路逻辑功能的一般分析方法	128
5.2	计数器	135
5.2.1	异步计数器	135
5.2.2	同步计数器	136
5.2.3	用触发器设计同步计数器	139
5.2.4	用中规模集成计数器设计 N 进制计数器	142
5.3	寄存器和移位寄存器型计数器	148
5.3.1	数据寄存器	148
5.3.2	移位寄存器	149
5.3.3	移位寄存器型计数器	151
	本章小结	155
	习题	156
第 6 章	脉冲产生与整形电路	160
6.1	555 定时器	161
6.1.1	555 定时器的电路组成	161
6.1.2	555 定时器的工作原理	162
6.2	施密特触发器	162
6.2.1	用 555 定时器接成施密特触发器	163
6.2.2	其他形式的施密特触发器	164
6.2.3	施密特触发器的应用	166
6.3	单稳态触发器	166
6.3.1	用 555 定时器接成单稳态触发器	167

6.3.2	其他形式的单稳态触发器	169
6.3.3	单稳态触发器的应用	171
6.4	多谐振荡器	172
6.4.1	用 555 定时器接成多谐振荡器	172
6.4.2	其他形式的多谐振荡器	174
	本章小结	176
	习题	177
第 7 章 存储器和可编程逻辑器件		180
7.1	只读存储器	180
7.1.1	掩模只读存储器	181
7.1.2	可编程只读存储器(PROM)	182
7.1.3	可擦除的可编程只读存储器(EPROM)	183
7.1.4	存储器应用举例	184
7.2	随机存储器	186
7.2.1	静态随机存储器的结构、原理	187
7.2.2	RAM 的应用	188
7.3	可编程逻辑器件	190
7.3.1	可编程只读存储器	192
7.3.2	可编程逻辑阵列	193
7.3.3	通用阵列逻辑	194
	本章小结	198
	习题	199
第 8 章 模拟量和数字量的转换		200
8.1	D/A 转换器	200
8.1.1	权电阻网络 D/A 转换器	201
8.1.2	T 型电阻网络 D/A 转换器	203
8.1.3	D/A 转换器的主要技术指标	206
8.2	A/D 转换器	207
8.2.1	逐次逼近型 A/D 转换器	209
8.2.2	双积分型 A/D 转换器	211
8.2.3	A/D 转换器的主要技术指标	213
	本章小结	214
	习题	214
附录 部分习题参考答案		217
参考文献		227

第 (1) 章

数字逻辑基础

内容提要

本章在简要介绍脉冲信号与数字信号概念的基础上,给出了数字电路的概念与定义;然后从常用的十进制数出发,分析讨论了各种不同数制下数的表示方法,同时重点讨论了各种数制之间的转换方法。

本章还讨论了二-十进制编码方法。重点讨论了几种 BCD 码编码规则,也对字符和符号的编码问题做了简单介绍。

在介绍逻辑代数的基本概念、常用公式和定理的基础上,着重讲解逻辑函数的公式化简法和卡诺图化简法。

最后介绍和归纳了逻辑函数的几种常用表示方法。

1.1 数字信号的特点

1.1.1 模拟信号与数字信号

总的来说,电子电路中的信号可以分为两大类:模拟信号和数字信号。模拟信号是时间连续、数值(幅度)也连续的信号。模拟信号来自于自然界客观存在的一些物理量,例如,电压、电流、速度、压力、温度等。这些量的共同特点是随时间连续变化。如电压 u 可以用测量仪器测量出某个时刻的瞬时值(或有效值,或某段时间之内的平均值),这种信号就是模拟信号,处理模拟信号的电路称为模拟电路。

数字信号是指在时间上和数值(幅度)上都不连续的信号。如电子表的秒信号、生产流水线上记录零件个数的计数信号等。这些信号的变化发生在一系列离散的瞬间,其值也是离散的。处理数字信号的电路称为数字电路。

目前,数字信号常采用二值逻辑表示,因此也认为数字信号只有两种相互对立的状态,常采用 0 和 1 两个数码表示这两种状态。正因为数字信号的表示以 0、1 二值为基础,数字信号又可以采用脉冲信号来表示。脉冲信号具有边沿陡峭、持续时间短的特点。图 1.1.1 即表示数字信号的一种脉冲波形。

图 1.1.1 就是一种采用脉冲表示的典型数字信号,这种表示方法也称为数字波形。假设图 1.1.1 中的信号为电压信号,可以看出,该信号有以下特点:

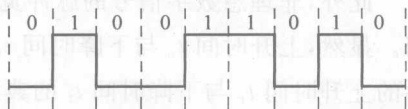


图 1.1.1 脉冲波形表示的数字信号

(1) 信号只有两个电压值,即脉冲出现时相对较高的电压和脉冲没有出现时相对较低的电压。在数字电路中,常常把电压高处称为高电平,电压低处称为低电平。因此,脉冲的两个电压值也被称为两个逻辑电平。

(2) 在图 1.1.1 中把高电平用 1 表示,把低电平用 0 表示,这就是所谓的正逻辑规定。在数字系统中,除特殊情况外一般都采用正逻辑规定。

(3) 信号从高电平变为低电平,或者从低电平变为高电平的过程是一个突然变化的过程,发生在某些离散的时刻,这是脉冲信号的特点。

(4) 采用一个脉冲信号表示一个数字量时,既要看高、低电平,又要看高、低电平持续的时间。如果把图 1.1.1 中的脉冲对应一个数字量,那么该数字量为 010011010。

在数字系统中,脉冲不仅经常用于表示数字量或数字信号,还是数字系统工作的统一时间基础。因此有必要讨论一下脉冲的主要参数。

1.1.2 脉冲信号的主要参数

图 1.1.2 为一个理想的周期性脉冲信号,它可用以下几个参数来描述。

- A ——信号幅度。它表示电压波形变化的最大值。
- T ——信号的重复周期。信号的重复频率 $f=1/T$ 。
- t_w ——脉冲宽度。它表示脉冲的作用时间。
- D ——占空比。它表示脉冲宽度 t_w 占整个周期 T 的百分比。定义为

$$D = \frac{t_w}{T} \times 100\% \quad (1.1.1)$$

在实际的数字系统中,脉冲不可能是理想的,脉冲的上升与下降都要经历一段时间。

图 1.1.3 为一个实际脉冲波形。

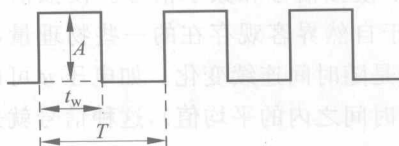


图 1.1.2 理想周期脉冲波形

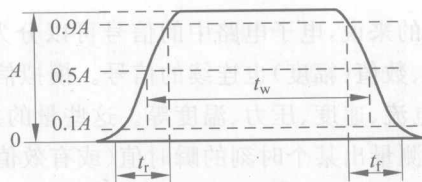


图 1.1.3 非理想脉冲波形

对于如图 1.1.3 所示的脉冲信号,除了上述理想脉冲的几个参数以外,还有两个重要的参数,即上升时间 t_r 和下降时间 t_f 。

- 上升时间 t_r : 指从脉冲幅值的 10% 上升到 90% 所需要的时间。
- 下降时间 t_f : 指从脉冲幅值的 90% 下降到 10% 所需要的时间。

此外,非理想数字信号的脉冲宽度 t_w 定义为脉冲幅值为 50% A 的两个点之间相距的时间。显然,上升时间 t_r 与下降时间 t_f 的值越小,脉冲就越接近理想脉冲波形。数字电路器件的上升时间 t_r 与下降时间 t_f 的典型值约为几个纳秒(ns)。在分析数字电路波形时,大多数情况下都把脉冲波形画成理想波形,只是在必要时才考虑上升时间和下降时间。

1.1.3 数字电路

前面已经说过,电子电路中的信号可分为模拟信号和数字信号两类。而对数字信号进行发送、传输、接收和处理的电子电路称为数字电路,这就是本书将要讨论的主要内容。

数字电路大致包括信号的产生、放大、整形、传输、控制、存储、计数和运算等电路。

作为一个例子,图 1.1.4 为一个数字频率计的方框图。

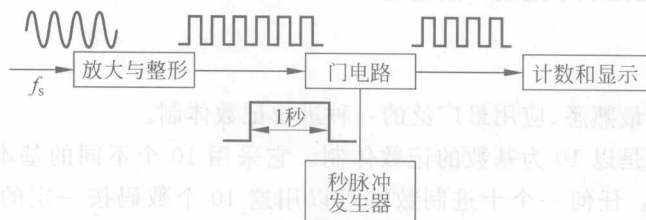


图 1.1.4 数字电路的一个应用例子——数字频率计

数字频率计的作用是测量周期信号的频率。假定被测信号为正弦波,它的频率为 f_s 。为了把被测信号的频率用数字直接显示出来,首先要将被测的模拟信号放大、整形,使被测信号变换成同频率的矩形脉冲信号。既然是测量频率,则还需要有个时间标准,以秒为单位,把 1 秒内通过的脉冲个数记录下来,就得出了被测信号的频率。这个时间标准由秒脉冲发生器产生,它产生宽度为 1 秒的矩形脉冲。秒脉冲控制门电路在这 1 秒内,信号经整形后的矩形脉冲通过门电路进入计数器,计数器累计 1 秒内的信号个数就是被测信号在 1 秒内重复的次数,即信号的频率。最后通过显示器显示出来。

从以上讨论可得到数字电路的几个特点。

- 数字电路的工作信号是离散变化的数字信号,所以在数字电路中工作的半导体管多数工作在开关状态,即工作在饱和区和截止区,而放大区只是其过渡状态。
- 数字电路主要研究的是输出信号的状态(0 或 1)与输入信号的状态之间的关系,因而不能采用模拟电路的分析方法,例如,微变等效电路法等就不适用了。
- 数字电路的主要分析工具是逻辑代数,而数字电路功能的主要表达形式有真值表、逻辑表达式、卡诺图、逻辑电路图以及波形图等。
- 数字电路不仅可以完成数值运算,而且能进行逻辑判断和运算,这在控制系统中是不可缺少的。
- 数字信息便于长期保存,比如可将数字信息存入磁盘、光盘等长期保存。
- 数字集成电路产品系列多、通用性强、成本低、可靠性高。

由于具有一系列优点,所以数字电路在电子设备或电子系统中得到了越来越广泛的应用,计算机、计算器、电视机、音响系统、视频记录设备、光盘、长途电信及卫星系统等,都采用了数字电路与数字系统。

1.2 数制与码制

1.2.1 几种常用的进位记数制

记数问题是实际中经常遇到的问题,也是数字电路常需考虑的问题。按进位的原则进行计数,称为进位记数制。如生活中常用的十进制等,而计算机中常采用二进制、十六进制等。为讨论方便,还是从十进制开始讨论。

1. 十进制

十进制是人们最熟悉、应用最广泛的一种进位记数体制。

所谓十进制就是以 10 为基数的记数体制。它采用 10 个不同的基本数码 0、1、2、3、5、6、7、8、9 来表示数。任何一个十进制数都可以用这 10 个数码按一定的排列规律来表示。其进位规则是:逢十进一。因此,十进制就是以 10 为基数,遵循逢十进一原则的进位记数体制。

例如,十进制数 666.66 可表示为

$$666.66 = 6 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

其中 10^2 、 10^1 、 10^0 、 10^{-1} 、 10^{-2} 分别称为百位、十位、个位、十分位、百分位的位权。从上面的数 666.66 可以看到,相同的数码放在不同的位置,所代表的值大小不同,这是由位权决定的。一般地,一个有 n 位整数、 m 位小数的任意十进制数 D_{10} ,总可以写成下面的通式形式

$$D_{10} = \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 10^i \quad (1.2.1)$$

式(1.2.1)就是十进制数的一般表示形式。其中 10 为基数,系数 k_i 可为 0、1、2、3、5、6、7、8、9 中的任一个数字。

虽然十进制是人们使用最多、最习惯的记数体制,但却很难用电路来实现。因为,很难找到一个电路或电子器件,而它又有 10 个能被严格区分开的状态来表示十进制数的 10 个基本数码。所以数字电子系统中一般不直接采用十进制,而直接采用二进制。

2. 二进制

作为进位记数制的一种形式,二进制具有和十进制完全相同的性质。即有两个基本数码:0、1;采用逢二进一的进位原则。例如数 $(111.01)_2$ 表示一个二进制数,括号后的下标 2 表示该数是二进制数。当然,写在不同位置的 1 或 0 也有不同的位权,数 $(111.01)_2$ 各位的位权为 2^2 、 2^1 、 2^0 、 2^{-1} 、 2^{-2} 。

一般地,一个有 n 位整数、 m 位小数的任意二进制数 D_2 ,总可以写成下面的通式形式

$$D_2 = \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 2^i \quad (1.2.2)$$

式(1.2.2)是二进制数的一般表示式。其中 2 为基数,系数 k_i 可取 0、1 中的任一个数字。

二进制是各种数字系统和计算机中经常直接采用的记数体制。但是,二进制数书写麻烦,不直观。因此,常采用十六进制作为它的简记形式。

在数字电路中,与十进制相比,二进制具有一定的优点:

(1) 用二进制设计的数字电路简单可靠,便于实现。

二进制只有两个数码 0 和 1,因此它的每一个位数都可以用任何具有两个不同稳定状态的元件来表示,而这类元件非常普遍。例如,二极管的导通与断开,三极管的饱和与截止,开关的闭合与断开等。只需规定其中一种状态为 1,另一种状态就可以用 0 来表示。由于只有两种状态,所以数码的传输与存储都非常简单。

(2) 二进制的基本运算非常简单,这一点大家将在随后的学习中体会到。

二进制数最大的缺点是表述一个数时位数太多,书写和记忆都不方便。十进制数虽然可以表示二进制数,但十进制数与二进制数之间的转换却较为复杂,一般不被人们所采用,因而在数字电路中引进了十六进制数来表示二进制数。

3. 十六进制

十六进制也是进位记数制的一种形式,因此十六进制有 16 个基本数码,这 16 个数码为: 0、1、2、3、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F; 采用逢十六进一的进位原则。例如数 $(3D3.0A)_{16}$ 表示一个十六进制数,括号后的下标 16 表示该数是十六进制数。当然,数 $(3D3.0A)_{16}$ 各位的位权为 16^2 、 16^1 、 16^0 、 16^{-1} 、 16^{-2} 。

一般地,一个有 n 位整数、 m 位小数的任意十六进制数 D_{16} ,总可以写成下面的通式形式

$$D_{16} = \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 16^i \quad (1.2.3)$$

式(1.2.3)是十六进制数的一般表示式。其中 16 为基数,系数 k_i 可取 0、1、2、3、5、6、7、8、9、A、B、C、D、E、F 中的任一个数字。

十六进制与二进制数之间有简单的对应关系,因此常常采用十六进制数作为二进制数的简记形式,这一问题将在后面讨论。

4. 八进制

八进制有 8 个基本数码,即: 0、1、2、3、5、6、7; 采用逢八进一的进位原则。例如数 $(676.15)_8$ 表示一个八进制数,括号后的下标 8 表示该数是八进制数,数的各个位的位权分别为 8^2 、 8^1 、 8^0 、 8^{-1} 、 8^{-2} 。

一般地,一个有 n 位整数、 m 位小数的任意八进制数 D_8 ,总可以写成下面的通式形式

$$D_8 = \sum_{i=-m}^{n-1} k_i \times 8^i \quad (1.2.4)$$

式(1.2.4)是八进制数的一般表示式。其中 8 为基数,系数 k_i 可取 0、1、2、3、5、6、7 中的任一个数字。

八进制数与二进制数之间也有简单的对应关系,也常采用八进制数作为二进制数的简记形式。

1.2.2 不同数制间的相互转换

二进制数是各种数字系统和计算机中常用的形式,但二进制不便于书写,也不便于记忆。另一方面,人们习惯的进位记数制又是十进制,但数字系统中又不能直接采用十进制数。十六进制数书写简洁、便于识别,但计算机也不能直接采用。因此,实际中经常是在不同场合,采用不同的记数体制,这就常常需要在各种数制的数之间进行转换。又因为不同记数制下的数实质上是同一个对象的不同表示形式,所以它们之间当然存在互相转换的基础。下面讨论各种数制数之间的转换问题。

1. 十进制数与二进制数之间的转换

1) 二进制数转换成十进制数

只要将二进制数按式(1.2.2)展开,然后将各项数值按十进制数相加便可以得到等值的十进制数。

例 1.2.1 将二进制数 $(10110.11)_2$ 转换为十进制数。

解:利用式(1.2.2)可得

$$\begin{aligned}(10110.11)_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} \\ &= 16 + 0 + 4 + 2 + 0 + 0.5 + 0.25 \\ &= (22.75)_{10}\end{aligned}$$

为了方便地进行按权相加完成二进制向十进制的转换,可记住进制数各位的位权,表 1.2.1 列出了常用的位权。

表 1.2.1 二进制的常用位权

i	2^i	2^{-i}
1	2	0.5
2	4	0.25
3	8	0.125
4	16	0.0625
5	32	0.031 25
6	64	0.015 625
7	128	0.007 812 5
8	256	0.003 906 25
9	512	0.001 953 125
10	1024	0.000 976 562 5

2) 十进制数转换成二进制数

十进制数转换成二进制数时是把整数部分和小数部分分别转换,整数部分采用“除 2 取余法”转换;小数部分采用“乘 2 取整法”转换。

“除 2 取余法”的原理为:对于一个十进制整数可以写为

$$D_{10} = k_n \times 2^n + k_{n-1} \times 2^{n-1} + \cdots + k_1 \times 2^1 + k_0 \times 2^0 \quad (1.2.5)$$

式中 $k_n, k_{n-1}, \cdots, k_1, k_0$ 是二进制各位的系数,也是对应二进制数的数字。将式(1.2.5)两边同时除以 2,可得

$$\frac{1}{2}D_{10} = k_n \times 2^{n-1} + k_{n-1} \times 2^{n-2} + \cdots + k_1 \times 2^0 + \frac{k_0}{2} \quad (1.2.6)$$

由此可知,第一次将十进制数除以2,余数就是 k_0 。将式(1.2.6)中的余数移去后,再将两边除以2,得

$$\frac{1}{2^2}D_{10} = k_n \times 2^{n-2} + k_{n-1} \times 2^{n-3} + \cdots + k_2 \times 2^0 + \frac{k_1}{2} \quad (1.2.7)$$

显然,第二次除得的余数为 k_1 。不难推知,将十进制整数每除以一次2,就可得到二进制数的一位数字。因此,连续将十进制整数除以2,直到商为零为止,就可以由所有的余数得到要求的二进制数。

例 1.2.2 将十进制整数 $(40)_{10}$ 转换为二进制数。

解: 根据以上原理,采用“除2取余法”完成转换。过程如下:

$$\begin{array}{llll} 2 \overline{)40} & \cdots \cdots & \text{余数} 0 & \cdots \cdots k_0 \\ 2 \overline{)20} & \cdots \cdots & \text{余数} 0 & \cdots \cdots k_1 \\ 2 \overline{)10} & \cdots \cdots & \text{余数} 0 & \cdots \cdots k_2 \\ 2 \overline{)5} & \cdots \cdots & \text{余数} 1 & \cdots \cdots k_3 \\ 2 \overline{)2} & \cdots \cdots & \text{余数} 0 & \cdots \cdots k_4 \\ 2 \overline{)1} & \cdots \cdots & \text{余数} 1 & \cdots \cdots k_5 \\ & & 0 & \end{array}$$

因此得到转换结果: $(40)_{10} = (101000)_2$ 。

对二进制小数采用的“乘2取整法”原理与上述原理类似。对于十进制小数 D_{10} 可以写为

$$D_{10} = k_{-1} \times 2^{-1} + k_{-2} \times 2^{-2} + \cdots + k_{-(m-1)} \times 2^{-(m-1)} + k_{-m} \times 2^{-m} \quad (1.2.8)$$

式(1.2.8)中的 k_{-1} 、 k_{-2} 、 $\cdots$ 、 $k_{-(m-1)}$ 、 k_{-m} 是二进制各位的系数,也就是对应二进制数的数字。将式(1.2.8)两边乘以2

$$2 \times D_{10} = k_{-1} \times 2^0 + k_{-2} \times 2^{-1} + \cdots + k_{-(m-1)} \times 2^{-(m-2)} + k_{-m} \times 2^{-(m-1)} \quad (1.2.9)$$

可见,将十进制小数乘以2后,右边的 k_{-1} 成为整数。从式(1.2.9)中还可以看到,当两边再乘以2时, k_{-2} 也成为整数。如此下去,不断对十进制小数乘以2,直到满足要求为止。就可以完成十进制小数到二进制小数的转换。

例 1.2.3 将十进制小数 $(0.1)_{10}$ 转换为二进制小数,要求误差不大于 2^{-10} 。

解: 根据“乘2取整法”原理,转换过程如下:

	整数	位置
$0.1 \times 2 = 0.2$	0	k_{-1}
$0.2 \times 2 = 0.4$	0	k_{-2}
$0.4 \times 2 = 0.8$	0	k_{-3}
$0.8 \times 2 = 1.6$	1	k_{-4}
$0.6 \times 2 = 1.2$	1	k_{-5}
$0.2 \times 2 = 0.4$	0	k_{-6}
$0.4 \times 2 = 0.8$	0	k_{-7}
$0.8 \times 2 = 1.6$	1	k_{-8}
$0.6 \times 2 = 1.2$	1	k_{-9}

最后的小数小于 0.5 倍的最小有效位的值,因此舍去。得到的转换结果为 $(0.1)_{10} = (110011000)_2$,误差小于 2^{-10} 。

如果一个十进制数包括整数、小数部分,那么只需将整数、小数部分分别转换即可。

2. 二进制数与十六进制数之间的转换

十六进制数的基数恰好是 $16=2^4$,所以 4 位二进制数恰好对应 1 位十六进制数,它们之间的转换很方便。

二进制数转换成十六进制数方法为:

对于二进制的整数部分,由低位向高位,每 4 位为一组,若高位不足 4 位,则在高位添 0 补足 4 位;这样每 4 位二进制数就对应 1 位十六进制数。

对于二进制小数部分,则由高位向低位,每 4 位为一组,若低位不足 4 位,则在低位添 0 补足 4 位,这样每 4 位二进制数就对应 1 位十六进制数。

十六进制数转换成二进制数方法为:

将每一位十六进制数对应转换为 4 位二进制,将转换后的二进制数去掉整数部分高位的 0 和小数部分低位的 0 就是最终结果。

例 1.2.4 将二进制数 $(11110010001.11011)_2$ 转换为相应的十六进制数。

解: 将二进制数按上述方法分别完成整数、小数转换,有

二进制数	0111	1001	0001	.	1101	1000
	↓	↓	↓		↓	↓
十六进制数	7	9	1	.	D	8

所以 $(11110010001.11011)_2 = (791.D8)_{16}$ 。

例 1.2.5 将十六进制数 $(64E.02)_{16}$ 转换为对应的二进制数。

解: 按照 1 位十六进制数转换为 4 位二进制数,可以方便地得到

十六进制数	6	4	E	.	0	2
	↓	↓	↓		↓	↓
二进制数	0110	0100	1110	.	0000	0010

因此得到 $(64E.02)_{16} = (11001001110.0000001)_2$ 。

3. 二进制数与八进制数之间的转换

八进制数的基数恰好是 $8=2^3$,所以 3 位二进制数恰好对应 1 位八进制数。因此,二进制数与八进制数之间的转换和二进制数与十六进制数之间的转换方法完全一样。只是 3 位二进制与 1 位八进制对应转换就可以了。

从以上讨论可以看到,二进制数与十进制数、二进制数与十六进制数、二进制数与八进制数之间的转换都非常容易。

同理也可以实现十进制数与八进制数或十六进制数之间的转换。十六进制数或八进制数转换为十进制数时,可以直接应用式(1.2.3)或式(1.2.4)完成转换。