



金融学前沿系列

# AN INTRODUCTION TO THE MATHEMATICS OF FINANCIAL DERIVATIVES (Second Edition)

# 金融衍生工具中的 数学

(第二版)

[美] Salih N. Neftci 著

朱波 译

西南财经大学出版社

金融学前沿系列

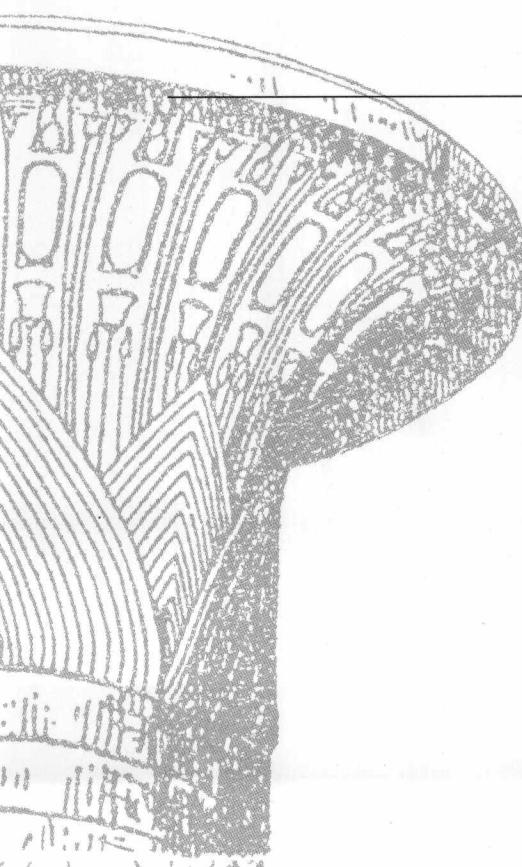
# AN INTRODUCTION TO THE MATHEMATICS OF FINANCIAL DERIVATIVES (Second Edition)

# 金融衍生工具中的 数学

(第二版)

[美] Salih N. Neftci 著

朱波 译



西南财经大学出版社

An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives, Second edition

Salih N. Neftci

ISBN: 978-012-515-392-8

Copyright © 2000 by Elsevier. All rights reserved.

Authorized Simplified Chinese translation edition published by the Proprietor.

ISBN: 978-981-259-713-7

Copyright © 2008 by Elsevier(Singapore) Pte Ltd. All rights reserved.

Elsevier(Singapore) Pte Ltd.

3 Killiney Road #08-01 Winsland House I Singapore 239519

Tel: (65)6349-0200 Fax: (65)6733-1817

First Published 2008 2008年初版

Printed in China by Southwestern University of Finance and Economics Press under special arrangement with Elsevier(Singapore) Pte Ltd. This edition is authorized for sale in China only, excluding Hong Kong SAR and Taiwan. Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. Violation of this Law is subject to Civil and Criminal Penalties.

本书简体中文版由西南财经大学出版社与 Elsevier(Singapore) Pte Ltd. 在中国大陆境内合作出版。本版仅限在中国境内(不包括香港特别行政区及台湾)出版及标价销售。未经许可之出口,视为违反著作权法,将受法律之制裁。

#### 图书在版编目(CIP)数据

金融衍生工具中的数学·第2版/(美)Salih N. Neftci著;朱波译.一成都:西南财经大学出版社,2008.6

书名原文:An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives

ISBN 978-7-81088-938-4

I. 金… II. ①S…②朱… III. 金融体系—经济数学—研究 IV. F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 072614 号

#### 金融衍生工具中的数学(第二版)

[美]Salih N. Neftci 著 朱波 译

责任编辑:李霞湘

封面设计:杨红鹰

责任印制:封俊川

出版发行:	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街 55 号)
网 址:	<a href="http://www.xcpress.net">http://www.xcpress.net</a>
电子邮件:	xcpress@mail.sc.cninfo.net
邮政编码:	610074
电 话:	028-87353785 87352368
印 刷:	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸:	180mm×230mm
印 张:	28.
字 数:	525 千字
版 次:	2008 年 6 月第 2 版
印 次:	2008 年 6 月第 1 次印刷
印 数:	1—2000 册
书 号:	ISBN 978-7-81088-938-4
定 价:	65.00 元

- 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
- 版权所有,翻印必究。
- 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

## 译者序

资产定价理论在金融学中处于核心地位,系统深入地学习和理解现代资产定价理论是金融学专业学生的一项重要任务,但所需数学知识让很多对这一领域感兴趣的读者望而生畏。Salih N. Neftci 所撰写的《金融衍生工具中的数学》(第二版)为现代资产定价理论提供了很好的数学背景资料,是那些对这一领域感兴趣的读者弥补数学知识的标准教材。

全书对现代资产定价理论所需的基本数学工具进行了系统全面的介绍,主要内容包括套利定理、风险中性概率、维纳过程、泊松过程、Ito 微积分、鞅、偏微分方程、Girsanov 定理、Feynman - Kac 公式等。该书的一个特色是,用简单、清晰的方式将相关数学知识与金融应用很好地结合起来,既为读者弥补了相应数学知识,又能让读者明白这些数学知识在资产定价中是如何应用的。读者在阅读时不会有数学知识枯燥无聊的感觉,也不会有数学知识与金融应用完全隔离的感觉。

对那些金融学基础较好而数学基础薄弱的读者而言,《金融衍生工具中的数学》为你弥补资产定价领域所需数学知识提供了一个很好的引导;对那些数学基础较好而又对金融感兴趣的读者而言,该书能让你深入理解金融中相关数学工具和概念背后的一些经济金融直觉。对金融学专业的学生而言,本书是弥补数学知识的一本很好的教科书。

金融学院的研究生万令为本书的文字输入做了大量的工作,在此表示感谢。感谢西南财经大学出版社的方英仁总编,正是在他的组织和协调下,本译著才得以顺利出版。感谢译著的责任编辑李霞湘女士所给予的大力支持和帮助。

由于译者学术水平有限,加上时间仓促,译稿中错误之处在所难免,敬请读者批评指正。

译者

2008 年 3 月于成都

## 第二版序

本书第二版分为两个部分。第一部分基本上是对第一版进行修订和扩展,共 15 章。第二部分是新增的,内容更加新颖复杂,共 7 章。

总的来说,与第一版相比,这一版本的内容几乎增加了一倍。前 15 章对印刷和其他错误进行了修订,并新增了几节内容。本书的新颖之处体现在第二部分的 7 章内容之中。这几章使用的方法与第一部分类似,涉及固定收益产品和利率产品中的数学工具。最后一章是停时和美式衍生工具的简略介绍。

这一版还新增了习题,放在每章的结尾处,习题解答放在另外一本手册中。

在第一部分的修订过程中和第二部分的打印过程中,有几位朋友对本书进行了评论并给予了大力帮助。我要感谢 Don Chance, Xiangrong Jin, Christina Yunzal 和四位匿名评论人,感谢他们中肯的评论。在过去三年中,我收到了很多读者的评论,我也要对他们表示感谢。

# 引言

本书致力于为 Jarrow (1996)、Hull (1999)、Duffie (1996)、Ingersoll (1987)、Musielak 和 Rutkowski (1997) 及其他优秀作品所勾画的现代资产定价理论提供背景资料。

从本质来看,金融衍生工具定价模型要使用连续时间随机过程。对资产定价实践而言,深入理解随机微积分中的工具和随机过程理论中的一些深奥定理是非常必要的。

好几本优秀著作都涉及这种数学理论。首先要提到的是 Karatzas 和 Shreve (1991)、Karatzas 和 Shreve (1999) 及 Tevuz 和 Yor (1994), 其它的则放在参考文献里。即使是数学修养良好的读者,这些资料也不是很容易阅读的。所讨论的材料有时在金融中并没有直接应用,而在另外一些时候,假设的实践重要性却很难理解。

本书的目的是对金融衍生工具定价中的数学知识进行介绍,不是很正式地阐述连续时间金融背后的数学理论。书中还给出了一些例子,强调了金融市场的重要性。

对技术型读者而言,这种叙述方法可能不是很准确。我们只是希望这种非正式处理方式能为一些复杂概念提供足够多的直觉,以此来弥补处理方法的缺陷。不幸的是,对这些概念的描述性处理很难对其中的技术问题进行强调,从而有悖于本书的写作目的。此外,就技术层次而言还有很多优秀的文献来源,但似乎没有人对这些数学工具背后的假设和概念进行解释,也没有人将这些假设和概念与动态资产定价理论联系起来。

## 1 读者

本书是为那些有一定金融学背景知识的读者而编写的。尽管这一领域的前期课程非常有帮助,但微积分和随机过程方面的背景知识并不是必需的。我们用一章的篇幅来复习微积分的基本概念,如果读者已经达到微积分的基本要求,那是最好不过的事情了。希望本书能为金融市场从业者和低年级研究生提供有益的帮助。

## 2 新发展

在过去 20 年中,试图理解金融衍生资产的价格如何确定及如何随时间演变的理论

取得了很大的进展。一些新近的制度变革间接使得本书后面讨论的方法广为流传。

我们在过去 20 年中看到的是外汇和资本管制的放松，汇率的变动空间明显增加。与此同时，世界贸易飞速发展。这迫使人们优先考虑货币风险的消除问题。

利率管制在这期间被取消。政府财政赤字不断增加，这使所有工业化国家都面临一些新的政府债务问题。由于这些原因（还有其他原因），利率风险的消除就变得十分紧迫，利率衍生工具也很受欢迎。

衍生产品市场得到飞速发展的主要原因是人们对利率风险与货币风险存在套期保值的需求。这种需求通过金融市场可以部分地加以解决，一些新产品被开发出来进行交易，对这些衍生产品的结构、功能和定价等概念的理解也起着非常重要的作用。因为理论定价模型可以直接应用到这些新产品上，所以金融中介能“正确地”进行定价，成功地进行市场营销。如果对概念框架没有这样清晰的认识，那么我们很难说在哪些方面取得了进展。

这些需求导致新的汇率制度和新的市场应运而生。对新产品进行介绍变得更加容易，费用也更加低廉，产品交易也更加便宜。20 世纪 80 年代金融服务领域管制放松也是一个很重要的因素。

就本书讨论的复杂数学方法而言，理论演变经历了三个阶段：

- 套利定理<sup>①</sup>给出了“套利”利润是否存在的规范条件。可以证明，如果资产价格满足简单条件，那么套利利润不存在。“新型”衍生产品无套利价格的计算方面取得了很大的进展。与套利定价相对应的是均衡定价，均衡定价不考虑套利，只考虑一般均衡所施加的条件。

- Black – Scholes 模型 (Black 和 Scholes, 1973) 使用的是无套利定价方法，但这篇论文在推导期权价格闭型公式时所引入的技巧也很有影响力。对使用诸如 Ito 微积分等抽象概念的方法而言，定价公式的精确程度足以引起市场参与者的注意。

- 使用等价鞅测度的方法出现得要晚一些，这种方法对 Black – Scholes 最初的方法大大地进行了简化和推广。借助这些工具就可以对任何衍生产品使用一般性方法来进行定价。因此，我们可以得到更为现实条件下的无套利定价。

最后，衍生产品的一个性质使得它们很适合用数学方法来处理。从表面来看数学方法很复杂，但衍生产品实际上是非常简单的金融工具。衍生产品的价值经常只依赖于标的资产、利率和一些参数。从数学角度来看<sup>②</sup>，对这些工具进行建模比对股票进

<sup>①</sup> 有时也被称为“金融基本定理”。

<sup>②</sup> 如果借助套利定理，那么衍生产品建模就变得尤其简单。

行建模明显要容易得多。后者在一些私人公司的名称上有所体现，一般而言，有成百上千种因素会对公司绩效和股票本身产生影响。

## 3 目标

我们计划学习金融衍生产品定价中的如下数学知识。

### 3.1 套利定理

首先介绍套利定理的意义和重要性。套利定理是金融理论的一个重要结果，如果没有对套利条件进行深入理解，那么试图讨论相关数学理论将是非常困难的。

### 3.2 风险中性概率

套利定理本身足以引出后面将要讨论的一些重要数学概念。特别地，套利定理提供了一个数学框架；更为重要的是，套利定理证明了风险中性概率的存在性和适用性。风险中性概率是资产定价中所使用的一种“人造”概率，它使得绕过风险溢价的相关问题成为可能。

### 3.3 维纳过程和泊松过程

从实践角度来看，所有内容都需要引入维纳过程，这意味着我们需要学习诸如维纳过程、随机微积分和随机微分方程等概念背后的“经济学假设”。

### 3.4 新型微积分

我们需要发展新型微积分一些熟悉的性质。因此，我们要对一些基本结果进行复习，讨论一些简单例子。

### 3.5 鞅

对这一点而言，我们要介绍鞅的概念及其在资产定价中的应用，我们用一些例子来讨论鞅测度在资产定价中的应用。

### 3.6 偏微分方程

衍生资产定价利用套利概念来得出产品价格所满足的偏微分方程(PDE)。我们将介绍偏微分方程的相关数学理论和数值计算方法。

### 3.7 Girsanov 定理

Girsanov 定理通过变换概率分布来改变随机过程的均值, 定理是一些最为重要的定价方法所需要的背景知识。

### 3.8 Feynman – Kac 公式

Feynman – Kac 公式及其简化形式在偏微分方程和条件期望之间建立了某种联系。条件期望以未来资产价格的贴现值形式出现, 贴现因子是一个随机变量。这种联系对利率衍生产品的定价而言是非常有用的。

### 3.9 例子

本书给出了尽可能多的例子, 一些例子与金融市场相关, 另外的例子则是对所考察的数学概念进行简单说明。

# 目 录

<b>第1章 金融衍生工具简介</b> .....	(1)
1 引言 .....	(1)
2 定义 .....	(1)
3 金融衍生工具的类型 .....	(2)
4 远期和期货 .....	(4)
5 期权 .....	(6)
6 互换 .....	(8)
7 小结 .....	(9)
8 参考读物 .....	(10)
9 习题 .....	(10)
<b>第2章 套利定理基础知识</b> .....	(12)
1 引言 .....	(12)
2 符号 .....	(13)
3 资产定价的一个基础例子 .....	(15)
4 一个数值例子 .....	(24)
5 应用:格子模型 .....	(26)
6 偿付与外币 .....	(28)
7 一些扩展 .....	(31)
8 小结:资产定价方法 .....	(32)
9 参考读物 .....	(33)
10 附录:套利定理的推广 .....	(33)
11 习题 .....	(35)

<b>第3章 确定环境和随机环境中的微积分</b>	.....	(39)
1 引言	.....	(39)
2 标准微积分中的工具	.....	(40)
3 函数	.....	(41)
4 收敛与极限	.....	(45)
5 偏导数	.....	(57)
6 小结	.....	(63)
7 参考读物	.....	(63)
8 习题	.....	(64)
<b>第4章 金融衍生工具定价:模型与记号</b>	.....	(67)
1 引言	.....	(67)
2 定价函数	.....	(67)
3 应用:另外一种定价方法	.....	(72)
4 问题	.....	(74)
5 参考读物	.....	(76)
6 习题	.....	(76)
<b>第5章 概率论中的工具</b>	.....	(78)
1 引言	.....	(78)
2 概率	.....	(78)
3 矩	.....	(80)
4 条件期望	.....	(83)
5 几个重要模型	.....	(85)
6 马尔科夫过程及其重要性	.....	(92)
7 随机变量的收敛	.....	(95)
8 小结	.....	(99)
9 参考读物	.....	(99)
10 习题	.....	(100)
<b>第6章 鞅和鞅表示</b>	.....	(102)
1 引言	.....	(102)

目 录

2 定义 .....	(102)
3 鞅在资产定价中的使用 .....	(104)
4 鞅在随机建模中的重要性 .....	(106)
5 鞅轨道的性质 .....	(109)
6 鞅例 .....	(111)
7 最简单的鞍 .....	(114)
8 鞅表示 .....	(116)
9 随机积分的第一个例子 .....	(122)
10 鞅方法与定价 .....	(124)
11 定价方法 .....	(125)
12 小结 .....	(130)
13 参考读物 .....	(130)
14 习题 .....	(131)
第 7 章 随机环境中的微分 .....	
1 引言 .....	(133)
2 动机 .....	(134)
3 讨论微分的框架 .....	(137)
4 增量误差的“大小” .....	(139)
5 含义 .....	(142)
6 合并结果 .....	(144)
7 小结 .....	(145)
8 参考读物 .....	(146)
9 习题 .....	(146)
第 8 章 维纳过程与金融市场中的稀有事件 .....	
1 引言 .....	(148)
2 两个一般模型 .....	(150)
3 再次考虑离散时间区间上的 SDE .....	(156)
4 稀有事件和正常事件的刻画 .....	(157)
5 稀有事件模型 .....	(163)
6 起作用的矩 .....	(164)

7 小结 .....	(167)
8 实践中的稀有事件和正常事件 .....	(167)
9 参考读物 .....	(172)
10 习题 .....	(172)
<b>第 9 章 随机环境中的积分:Ito 积分 .....</b>	<b>(174)</b>
1 引言 .....	(174)
2 Ito 积分 .....	(177)
3 Ito 积分的性质 .....	(187)
4 Ito 积分的其他性质 .....	(191)
5 针对跳跃过程的积分 .....	(193)
6 小结 .....	(193)
7 参考读物 .....	(193)
8 习题 .....	(194)
<b>第 10 章 Ito 引理 .....</b>	<b>(195)</b>
1 引言 .....	(195)
2 导数的类型 .....	(195)
3 Ito 引理 .....	(197)
4 Ito 公式 .....	(203)
5 Ito 引理的用途 .....	(204)
6 Ito 引理的积分形式 .....	(207)
7 更为复杂情形中的 Ito 公式 .....	(208)
8 小结 .....	(212)
9 参考读物 .....	(212)
10 习题 .....	(212)
<b>第 11 章 衍生资产价格的动态演变:随机微分方程 .....</b>	<b>(214)</b>
1 引言 .....	(214)
2 SDE 隐含路径的几何描述 .....	(216)
3 SDE 的解 .....	(216)
4 主要的 SDE 模型 .....	(225)

5	随机波动率 .....	(230)
6	小结 .....	(231)
7	参考读物 .....	(231)
8	习题 .....	(231)
 第 12 章 衍生产品定价:偏微分方程 .....		(233)
1	引言 .....	(233)
2	构造无风险组合 .....	(233)
3	方法的准确性 .....	(237)
4	偏微分方程 .....	(239)
5	PDE 的分类 .....	(240)
6	余下部分:双变量二次方程 .....	(245)
7	PDE 的类型 .....	(248)
8	小结 .....	(249)
9	参考读物 .....	(249)
10	习题 .....	(249)
 第 13 章 Black - Scholes PDE:应用 .....		(251)
1	引言 .....	(251)
2	Black - Scholes PDE .....	(251)
3	资产定价中的 PDE .....	(254)
4	奇异期权 .....	(255)
5	PDE 求解实践 .....	(257)
6	小结 .....	(262)
7	参考读物 .....	(262)
8	习题 .....	(263)
 第 14 章 衍生产品定价:等价鞅测度 .....		(265)
1	概率变换 .....	(265)
2	均值变换 .....	(268)
3	Girsanov 定理 .....	(273)
4	Girsanov 定理的内容 .....	(279)

5	与 Girsanov 定理有关的讨论 .....	(280)
6	哪一种概率? .....	(283)
7	产生等价概率的方法 .....	(285)
8	小结 .....	(289)
9	参考读物 .....	(290)
10	习题 .....	(290)
 第 15 章 等价鞅测度:应用 .....		(292)
1	引言 .....	(292)
2	鞅测度 .....	(292)
3	将资产价格转换为鞅 .....	(295)
4	应用:Black – Scholes 公式 .....	(299)
5	鞅方法与 PDE 方法之间的比较 .....	(303)
6	小结 .....	(309)
7	参考读物 .....	(310)
8	习题 .....	(310)
 第 16 章 利率敏感型证券的新结果和工具 .....		(312)
1	引言 .....	(312)
2	概述 .....	(313)
3	利率衍生产品 .....	(314)
4	复杂性 .....	(317)
5	小结 .....	(319)
6	参考读物 .....	(319)
7	习题 .....	(320)
 第 17 章 新框架下的套利定理:正规化和随机利率 .....		(321)
1	引言 .....	(321)
2	新工具对应的模型 .....	(322)
3	小结 .....	(341)
4	参考读物 .....	(341)
5	习题 .....	(341)

第 18 章 期限结构建模及相关概念 .....	(343)
1 引言 .....	(343)
2 主要概念 .....	(344)
3 债券定价方程 .....	(348)
4 远期利率与债券价格 .....	(352)
5 小结: 关系的重要性 .....	(355)
6 参考读物 .....	(356)
7 习题 .....	(357)
第 19 章 固定收益证券的经典方法和 HJM 方法 .....	(358)
1 引言 .....	(358)
2 经典方法 .....	(359)
3 期限结构的 HJM 方法 .....	(365)
4 如何用 $r_t$ 来拟合初始的期限结构 .....	(373)
5 小结 .....	(375)
6 参考读物 .....	(375)
7 习题 .....	(376)
第 20 章 利率衍生产品的经典 PDE 分析 .....	(379)
1 引言 .....	(379)
2 框架 .....	(381)
3 利率风险的市场价格 .....	(382)
4 PDE 的推导 .....	(383)
5 PDE 的闭型解 .....	(386)
6 小结 .....	(390)
7 参考读物 .....	(391)
8 习题 .....	(391)
第 21 章 条件期望与 PDE 之间的关系 .....	(393)
1 引言 .....	(393)
2 从条件期望到 PDE .....	(394)
3 从 PDE 到条件期望 .....	(403)

4	生成元、Feynman – Kac 公式和其他工具 .....	(405)
5	Feynman – Kac 公式 .....	(409)
6	小结 .....	(410)
7	参考读物 .....	(410)
8	习题 .....	(410)
 第 22 章 停时与美式证券 .....		(411)
1	引言 .....	(411)
2	为什么要研究停时？ .....	(412)
3	停时 .....	(413)
4	停时的用途 .....	(414)
5	简化设定 .....	(415)
6	一个简单例子 .....	(419)
7	停时与鞅 .....	(423)
8	小结 .....	(424)
9	参考读物 .....	(424)
10	习题 .....	(424)
 参考文献 .....		(427)