

The Rock Physics Handbook

岩石物理手册

孔隙介质中地震分析工具 Tools for Seismic Analysis in Porous Media

葛瑞·马沃可 塔潘·木克基 杰克·德沃金 编著
徐海滨 戴建春 翻译 王之敬 审校



中国科学技术大学出版社

The Rock Physics Handbook

岩石物理手册

孔隙介质中地震分析工具 Tools for Seismic Analysis in Porous Media

葛瑞·马沃可 塔潘·木克基 杰克·德沃金 编著

徐海滨 戴建春 翻译 王之敬 审校

中国科学技术大学出版社

安徽省版权局著作权合同登记号:第 1201341 号

The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis in Porous Media

By Gary Mavko, Tapan Mukerji and Jack Dvorkin

First published in English by Cambridge University Press (1998)

© Cambridge University Press, 1998

First published in Chinese by University of Science and Technology of China Press (2008)

© University of Science and Technology of China Press, 2008

All rights reserved.

图书在版编目(CIP)数据

岩石物理手册:孔隙介质中地震分析工具/(美)葛瑞·马沃可(Mavko, G.)等编著;徐海滨,戴建春译;王之敬审校. —合肥:中国科学技术大学出版社,2008.3

ISBN 978-7-312-02029-2

I. 岩… II. ①葛… ②徐… ③戴… ④王… III. 岩石物理性质—手册
IV. P584

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 156973 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号,邮编:230026
网址: <http://press.ustc.edu.cn>
印刷 中国科学技术大学印刷厂
发行 中国科学技术大学出版社
经销 全国新华书店
开本 710 mm×960 mm 1/16
印张 19.25
字数 400 千
版次 2008 年 3 月第 1 版
印次 2008 年 3 月第 1 次印刷
印数 1—2000 册
定价 38.00 元

内 容 简 介

岩石物理是地球物理的一个新分支,大规模的研究只有三十多年的历史.以前,岩石物理更多的是纯科学研究.但是在最近十多年,由于石油勘探与开发技术的进步,尤其是反射地震数据采集与处理技术的大规模进步,岩石物理已经成为一门非常有实用价值的学科.在世界范围内,岩石物理的研究成果已经被石油界广泛应用,用于油藏描述、油田监控以及提高采收率.

岩石物理研究的是岩石的物理属性与地球物理观测之间的关系.在过去三十多年里,科学家们发现了越来越多曾被人们认为是互不相关的岩石属性之间的关系.本书收集了大部分奠基了岩石物理这门学科的理论及数据,尤其是其中与解释地震勘探数据直接相关的部分.简而言之,这本书使得很多本来散居各处的实验与理论结果变得举手可及.

本书的76个小节涵盖了很广泛的内容,包括波的传播、有效介质理论、弹性力学、孔隙流体的流动以及AVO-AVOZ,还包括了对弹性波高频散、孔隙流体置换及 V_P - V_S 的概要介绍.此外,本书还收录了一些从储存岩石、沉积岩石及颗粒介质推出的有用的经验公式,以及常见矿物与岩石的属性表.

本书的编排本着易于在实际工作中使用的原则,地球物理学的学生和研究人员和石油工程师可以在解决实际问题时以此书作为参考.

本书是一本岩石物理学科最权威、资料最新的工具书,于1998年由剑桥大学出版社出版,之后多次重印.本书已成为一本具有很大影响的书,被科学文献引用频率很高,并被许多高校选作教科书.

著译者简介

编 著

葛瑞·马沃可(Gary Mavko) 1977年获斯坦福大学地球物理博士学位,目前任斯坦福大学研究教授.2001年当选美国地球物理学会名誉会员.

塔潘·木克基(Tapan Mukerji) 1995年获斯坦福大学地球物理博士学位,目前任斯坦福大学研究员.2001年获得美国地球物理学会 Karcher 奖章.

杰克·德沃金(Jack Dvorkin) 1980年获莫斯科大学机械与数学系博士学位,目前任斯坦福大学资深研究员.Rock Solid Images 公司创始人之一.

翻 译

徐海滨 祖籍安徽.1997年获中国科学技术大学地球物理学士学位,2002年获斯坦福大学地球物理博士学位.现于荷兰皇家壳牌公司勘探开发技术部从事定量岩石物理学工作,旅居美国休斯敦市.

戴建春 祖籍天津.1984年获石油大学地质学士学位,2000年获德克萨斯大学奥斯丁分校地学博士学位.现任美国西方奇科地球物理公司资深地球物理研究员.

审 校

王之敬 国际勘探地球物理学会副主席,斯坦福大学客座教授.现任雪佛龙能源技术公司部门主管,雪佛龙公司 Fellow.

中文版序

《岩石物理手册》一书是斯坦福大学的三位同事综合过去几十年来岩石物理方面的研究成果编著的,编成手册形式是为了方便读者应用.发行后备受地球物理工作者欢迎,曾一度销售一空.三位作者均是当今世界上岩石物理方面的领军人物.此外,著名的斯坦福大学“岩石物理计划”已运行近三十年,发表研究报告书一百余册,文章几百篇.《岩石物理手册》一书也因此包含了斯坦福大学“岩石物理计划”的精髓.

岩石物理学源于早期对岩石物理性质的研究,而石油工业的兴起加快了岩石物理性质研究的步伐.在过去二十年中,进展尤为迅速.

顾名思义,岩石物理研究岩石的物理性质.由于反射地震在石油勘探中的重要作用,近年来岩石物理的研究偏重于岩石的地震特性.这主要反映在地震波速度及衰减与岩石其他性质及岩石所处状态条件的关系.近年来,岩石物理研究的结果为四维地震、地震法直接找油和油藏地震监测等技术奠定了物理基础,因而直接促进了这些技术的产生与发展.

岩石物理性质的研究成果主要为从地震波数据中提取地下岩石及其饱和和流体的性质奠定了物理基础(地震反演过程).另一方面,了解地震波特性和其他岩石、流体性质的关系,可以帮助我们模拟地震波在复杂地表下的传播(地震正演过程).图1显示了岩石物理在地震正演与反演间的桥梁作用.



图1 岩石物理架起储层特性与地震特性之间的桥梁

岩石物理在储层特性与地震特性之间的桥梁作用主要显示为如下几点:

1. 岩性、孔隙度、流体类型:岩石物理是建立预测工具及解释反演结果的物理基础.众所周知,地震性质及反射率受控于岩性、流体类型、孔隙度、压力、温度、矿物、岩

理等. 我们必须搞清地震性质与岩性、流体类型之间的关系, 以便预测或衡量反演结果是否具有物理意义.

2. 地震属性: 岩石物理帮助我们理解各种属性间的关系. 目前对地震属性的研究还主要局限在各种属性间的统计或几何相关. 然而, 我们必须理解这些相关的物理意义, 因为岩石、流体的物理及地质特性影响地震属性.

3. 四维地震的可行性: 岩石物理研究由采油、注流体引起的流体、压力、温度的变化对地震波速、阻抗、反射率的影响, 因而我们必须知道这些变化是否大于地震的分辨率. 如果这些变化小于地震的分辨率, 则四维地震不可行.

4. 四维地震的定性解释: 由于四维地震数据测到的变化是由许多因素引起的, 岩石物理可以对这些因素进行分解、定性.

5. 依赖于角度的反射率: 众所周知, 非零度入射的地震反射率并非只受纵波阻抗差的控制. 因此, 我们必须了解岩石特性如何影响地震反射特性以及依赖于角度的反射率(AVO). 另外, AVO效应是反射地震测到的各种影响的总和, 岩石物理可以对这些因素进行分解、定性.

因此, 岩石物理对地震正演模拟和反演的定性解释起着举足轻重的作用.

但是, 真正的定性解释并非易事. 这主要是因为岩石本身是极其复杂的物质, 更何况在孔隙中加上流体. 图 2 列出了影响岩石地震特性的一些因素. 总的来说, 这些因素可分为三大类: 岩石自身的性质, 孔隙中所含流体的性质, 以及岩石在形成时和形成后所处的环境.

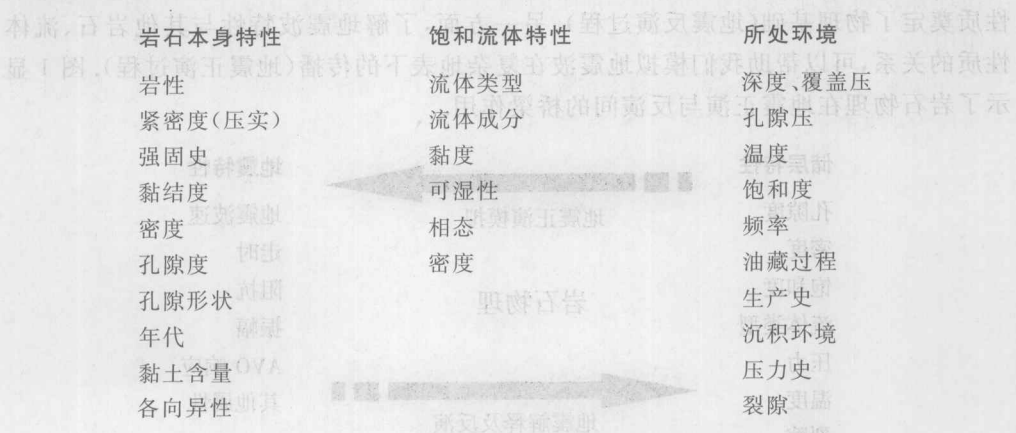


图 2 许多因素影响岩石的地震特性

过去几十年来, 我们对这些因素的了解取得了很大的进展. 这些进展主要是在理论与实验两个方面. 理论的产生大约起始于 20 世纪 50 年代, 而实验方面则开始得更早. 由于岩石的复杂性, 用数学描述流体饱和下的岩石是非常困难的. 因此, 岩石物理理论的局限性很强. 另一方面, 实验数据及其经验公式都局限在实验者所采集的岩石

样本上. 理论与实验的局限性证明岩石物理学中并不存在一种通用理论. 既然通用理论不存在, 读者在应用岩石物理理论或经验公式时要特别小心, 万万不可滥用到理论或经验公式的局限以外. 《岩石物理手册》一书不但综合了过去几十年来岩石物理的主要研究成果, 也同时告诉读者每个理论或公式的应用区间.

尽管岩石物理在过去二十年来发展迅速, 但所面临的挑战也不容忽视. 在应用方面, 岩石物理并没有受到应有的重视. 这主要归咎于 20 世纪 80 年代及 90 年代的工业裁员和石油工作者的大工作量. 由于受工业界的裁员及合并风潮的影响, 搞岩石物理的人越来越少, 攻读岩石物理的学生也为数不多, 愿意做实验的学生更少. 所以, 在工业界真正懂岩石物理、可以来监控质量和程序的人很少. 岩石物理工作者的过少造成一些不应有的恶性循环, 导致不能快速准确地产出岩石物理数据和应用. 另外, 许多应用需要大量的岩石物理数据, 结果造成过长的实验周转时间和生产费用的增加. 当然, 受过去两年来高油价的影响, 岩石物理现已越来越引起工业界的重视.

在技术方面, 未完全解决的岩石物理问题也还很多. 这包括尺度与非均匀性问题, 频散与低频实验室测量, 裂隙物理, 泥岩及粘土物理, 以及更好的岩石物理预测工具等.

展望未来, 持续增长的计算机速度与容量、经济的发展、现有的低采收率、越来越少的未勘探过的大盆地等等因素都表明未来的趋势是定性勘探和油藏定性(比如四维地震及智能化油田). 地震油藏定性的目的是从地震数据中提取岩石、流体特性以及油藏参数. 岩石物理在地震特性和油藏参数、特性中起纽带、连接作用. 另外, 岩石物理知识可为地震模拟、反演、解释的输入和输出参数的正确性、物理意义起保障作用.

承蒙译者徐海滨、戴建春二位博士错爱, 邀我审校《岩石物理手册》中文版并为其写序. 匆匆忙忙, 潦草数笔, 不成文章.

王之敬

雪佛龙能源技术公司部门主管
斯坦福大学客座教授

前 言

我相信,在未来几年中,岩石物理最大的贡献,将不是来自新的理论或实验发现,而是来自将现存的好几十年的研究成果有效地整理出来,使得实际生产中需要的人可以方便地使用它们.这并不是说岩石物理的研究已经完成.恰恰相反,对岩石物理学的好多领域我们知之甚少,有的还存在很多争论.然而,尤其是在应用岩石物理中,大多数已有的成果在实际中并不广为人知.我们编写这本《岩石物理手册》的目的,就在于将各种文献中已有的那些可以对地震数据分析直接有用的岩石物理研究结果集中收录在一本书中,以方便使用.

为此,我们将文献中岩石物理学的理论及经验规律进行总结,并写成了一种便于使用的形式——这些公式,往往是那些油田工作者每一两年就又要推导一次,然后又很快忘记,而需要到一堆厚厚的书或论文中去搜寻的公式.

本书中,我们只收录岩石物理学中一些重要的结果,附以对假设及适用范围的讨论,但几乎不做任何推导.我们的用意在于编写一本手册,而不是教科书.因此,书中涉及的范围相当广泛,但对每一个问题的讨论并不深入.尽管如此,由于篇幅所限,还是有很多论题在书中并未涉及.我们希望,书中对每一个问题讨论的简洁程度,并不至于让读者形成一种错觉,即认为那些岩石物理规律是完美的.我们假设本书的读者对书中涉及的论题都有一些大致的了解;如果不是的话,书末的文献表中提供有对每一个论题进行深入论证的论文或专著.

《岩石物理手册》中有 76 个互相独立的小节.我们希望读者可以直接找到感兴趣的问题,而不用从头开始按顺序阅读.因此,书中偶尔也会有一些明显的内容的重复.

本书的内容包括波的传播、有效介质理论、弹性力学、孔隙流体的流动、AVO-AVOZ,以及对弹性波高频散、孔隙流体置换及 V_P - V_S 的概要介绍.此外,本书还收录了一些从储存岩石、沉积岩石及颗粒介质推出的有用的经验公式,以及常见矿物与岩石的属性表.全书的侧重点是岩石的地震属性.书中也包括了对岩石电磁属性的介绍.

这本书可以与已出版的一些知名岩石物理专著配合使用.如果你想深入了解岩石物理学的基础,请参看: Bourbié, Coussy 和 Zinszner 所著的 *Acoustics of Porous Media*, Guéguen 和 Palciauskas 所著的 *Introduction to the Physics of Rocks*, Ahrens 所编的 *Rock Physics and Phase Relations*, 以及 Castagna 和 Backus 所编的 *Offset Dependent Reflectivity—Theory and Practice of AVO Analysis*. 此外,以

下书中有岩石物理学的经典论文及对它们的讨论: Wang 和 Nur 所编的 *Seismic and Acoustic Velocities in Reservoir Rocks* (第 1, 2 卷), Shankland 和 Bass 所编的 *Elastic Properties and Equations of State*, 以及 Toksöz 和 Johnston 所编的 *Seismic Wave Attenuation*.

最后,我们要感谢斯坦福大学岩石物理项目组的教授、学生及工业界资助者对本书提供的意见和建议. 与王之敬, Thierry Cadoret, Ivar Brevik, Sue Raikes, Sverre Strandenes, Mike Batzle 及 Jim Berryman 的讨论尤其有很大帮助. 滕立编写了 AVOZ 一节, Ran Bachrach 编写了电性质一章. Ranie Lynds 在图像制作上帮了不少忙, 审阅及编辑工作也做得非常出色. 我们还要特别感谢 Barbara Mavko 对内容及形式所提的很多建议. 最后,我们都感谢 Amos Nur, 是他过去及现在的工作, 才使得岩石物理有了今天这样的发展与成就.

我们希望 you 发现这本书对你有用.

葛瑞·沃沃可

(80)	3.12
(84)	3.13
目 录		
(90)	4.1
(90)	4.2
(92)	4.3
(92)	4.4
中文版序	(I)
前 言	(V)
第 1 章 基本工具	(1)
1.1 傅立叶变换	(1)
1.2 希尔伯特变换和解析信号	(7)
1.3 统计与线性回归	(9)
1.4 坐标变换	(13)
第 2 章 弹性力学与胡克定律	(15)
2.1 弹性模量与胡克定律的各向同性表示	(15)
2.2 胡克定律的各向异性表示	(17)
2.3 弱弹性各向异性的 Thomsen 表示法	(21)
2.4 岩石中应力引起的各向异性	(23)
2.5 柱坐标系与球坐标系中的应变张量元素及运动方程	(28)
2.6 弹性固体中包含物和空腔的形变	(29)
2.7 圆形空腔中的形变——井内应力	(38)
2.8 莫尔圆	(41)
第 3 章 地震波的传播	(44)
3.1 地震波速度	(44)
3.2 相速度、群速度和能量速度	(46)
3.3 阻抗、反射率和透射率	(49)
3.4 反射率和 AVO	(51)
3.5 各向异性环境下的 AVOZ	(56)
3.6 黏弹性和 Q	(60)
3.7 速度频散与 Q 的 Kramers-Kronig 关系	(65)
3.8 层状介质中的波：全波形合成地震记录	(66)
3.9 层状介质中的波：地层滤波与速度频散	(70)
3.10 层状介质中的波：与频率相关的各向异性和频散	(73)
3.11 非均匀介质中与尺度相关的地震速度	(77)

3.12	散射衰减	(80)
3.13	圆柱杆中的波段——共振棒	(84)
第4章	等效介质理论	(90)
4.1	Hashin-Shtrikman 界限	(90)
4.2	Voigt 和 Reuss 界限	(93)
4.3	Wood 公式	(95)
4.4	Hill 平均模量估算	(97)
4.5	相等剪切模量的混合物	(98)
4.6	岩石和孔隙的可压缩性及一些常见错误	(99)
4.7	等效模量的 Kuster-Toksöz 公式	(102)
4.8	等效模量的自相容近似	(104)
4.9	微分等效介质模型	(109)
4.10	有缝隙介质的 Hudson 模型	(113)
4.11	有缝隙各向异性介质的 Eshelby-Cheng 模型	(119)
4.12	细层层状介质的弹性常数——Backus 平均	(121)
第5章	颗粒介质	(125)
5.1	球体排列的几何关系	(125)
5.2	任意球状颗粒排列——接触模型和有效模量	(126)
5.3	有序球状颗粒排列——有效模量	(135)
第6章	孔隙流体对波传播的影响	(138)
6.1	Biot 速度关系	(138)
6.2	Biot 关系式的 Geertsma-Smit 近似	(141)
6.3	Gassmann 关系式	(143)
6.4	Bam-Marion 的边界平均方法	(151)
6.5	各向异性岩石的流体替换: Brown 和 Korringa 公式	(152)
6.6	Gassmann 公式在混合孔隙介质中的推广	(154)
6.7	Mavko-Jizba 射流关系式	(156)
6.8	Mavko-Jizba 射流公式全频带推广	(158)
6.9	BISQ	(161)
6.10	各向异性射流	(163)
6.11	与流体有关的速度频散机制的共同特点	(166)
6.12	部分和多相饱和	(171)
6.13	部分饱和: 速度频散和衰减的 White 和 Dutta-Odé 模型	(176)
6.14	纯黏性流体中的波	(180)

6.15 气体和流体的物理性质	(181)
第7章 经验公式	(187)
7.1 速度-孔隙度模型: 临界孔隙度和 Nur 的改进 Voigt 平均	(187)
7.2 速度-孔隙度模型: Geertsma 压缩率经验公式	(190)
7.3 速度-孔隙度模型: Wyllie 的时间平均方程	(190)
7.4 速度-孔隙度模型: Raymer-Hunt-Gardner 关系式	(193)
7.5 速度-孔隙度-粘土矿物模型: Han 的含泥砂岩经验公式	(195)
7.6 速度-孔隙度-粘土模型: Tosaya 的含泥砂岩经验公式	(197)
7.7 速度-孔隙度-粘土模型: Castagna 的速度经验公式	(198)
7.8 V_P - V_S 关系	(198)
7.9 速度-密度关系	(211)
第8章 流动和扩散	(215)
8.1 达西定律	(215)
8.2 Kozeny-Carman 流动关系式	(219)
8.3 黏性流	(222)
8.4 毛细管压力	(224)
8.5 扩散和渗滤——特例	(226)
第9章 电性质	(228)
9.1 有效介质模型	(228)
9.2 速度频散和衰减	(231)
9.3 经验关系	(235)
9.4 多孔岩石的电导率	(237)
第10章 附录	(242)
10.1 典型岩石属性	(242)
10.2 单位转换	(257)
10.3 常见矿物的模量与密度	(260)
索引	(267)
参考文献	(278)
译者后记	(292)

第1章 基本工具

1.1 傅立叶变换

大纲

$f(x)$ 的傅立叶变换定义为

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi xs} dx$$

反傅立叶变换定义为

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(s) e^{+i2\pi xs} ds$$

奇偶对称性质

如果 $E(x) = E(-x)$, 则称 $E(x)$ 是偶函数. 如果 $O(x) = -O(-x)$, 则称 $O(x)$ 是奇函数.

奇、偶函数具有以下傅立叶变换性质:

- 偶函数. 偶函数的傅立叶变换仍是偶函数. 实偶函数的傅立叶变换仍是实偶函数. 虚偶函数的傅立叶变换仍是虚偶函数.
- 奇函数. 奇函数的傅立叶变换仍是奇函数. 实奇函数的傅立叶变换是虚奇函数. 虚奇函数的傅立叶变换是实奇函数(也就是说, 奇函数的傅立叶变换具有实虚转换性).

实偶(RE) \rightarrow 实偶(RE)

虚偶(IE) \rightarrow 虚偶(IE)

实奇(RO) \rightarrow 虚奇(IO)

虚奇(IO) \rightarrow 实奇(RO)

任何一个函数都可以用奇、偶函数的和来表示:

$$f(x) = E(x) + O(x)$$

式中 $E(x)$ 为偶函数, $O(x)$ 为奇函数.

$$E(x) = \frac{1}{2}[f(x) + f(-x)]$$

$$O(x) = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$$

因此,对于任何复函数,我们可以总结以下关系式(Bracewell,1965):

$$f(x) = \text{re}(x) + i \text{ie}(x) + \text{ro}(x) + i \text{io}(x)$$

$$F(s) = \text{RE}(s) + i \text{IE}(s) + \text{RO}(s) + i \text{IO}(s)$$

因此,一个实函数 $f(x)$,其傅立叶变换为厄密共轭(hermitian),即 $F(s) = F^*(-s)$,式中“*”是指复数共轭。

对于复函数 $f(x)$,附加属性的列表如下(Bracewell,1965):

$$f(x) \Leftrightarrow F(s)$$

$$f^*(x) \Leftrightarrow F^*(-s)$$

$$f^*(-x) \Leftrightarrow F^*(s)$$

$$f(-x) \Leftrightarrow F(-s)$$

$$2\text{Re}f(x) \Leftrightarrow F(s) + F^*(-s)$$

$$2\text{Im}f(x) \Leftrightarrow F(s) - F^*(-s)$$

$$f(x) + f^*(-x) \Leftrightarrow 2\text{Re}F(s)$$

$$f(x) - f^*(-x) \Leftrightarrow 2\text{Im}F(s)$$

$f(x)$ 与 $g(x)$ 的褶积公式是

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(z)g(x-z)dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x-z)g(z)dz$$

褶积定理

如果 $f(x)$ 的傅立叶变换为 $F(s)$, $g(x)$ 的傅立叶变换为 $G(s)$, 则褶积 $f(x) * g(x)$ 的傅立叶变换为 $F(s)G(s)$ 。

$f(x)$ 与 $g(x)$ 的相关性定义如下:

$$f^*(x) \star g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(z-x)g(z)dz = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(z)g(z+x)dz$$

式中, f^* 是 f 的复数共轭函数。当两个函数相同时, $f^*(x) \star f(x)$ 称为 $f(x)$ 的自相关。

能量谱

傅立叶变换的模数平方 $|F(s)|^2 = F(s)F^*(s)$, 有时也称为能量谱或频谱。

如果 $f(x)$ 存在傅立叶变换 $F(s)$, 则 $f(x)$ 的自相关函数的傅立叶变换为

$|F(s)|^2$.

相位谱

傅立叶变换 $F(s)$ 通常是一个复函数,可以表示如下:

$$F(s) = |F| e^{i\varphi} = \operatorname{Re}F(s) + i \operatorname{Im}F(s)$$

式中 $|F|$ 是模数, φ 是相位,表示如下:

$$\varphi = \arctan(\operatorname{Im}F(s)/\operatorname{Re}F(s))$$

$\varphi(s)$ 有时也称为相位谱.

明显地,模数和相位必须已知才能完整地表述傅立叶变换 $F(s)$ 或者它的逆傅立叶变换 $f(x)$. 因此,对于一个给定的频谱 $|F(s)|^2$,存在无限多的函数对 $f(x) \Leftrightarrow F(s)$ 与该频谱相一致.

对应于一个给定频谱的零相位,等价函数(或零相位的等价子波)为

$$F(s) = |F(s)|$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} |F(s)| e^{+i2\pi xs} ds$$

以上暗示 $F(s)$ 是实数, $f(x)$ 是厄密共轭. 在零相位实子波的情况下, $F(s)$ 和 $f(x)$ 都是实偶函数.

对应于一个给定的频谱,其最小相位的等价函数或子波是惟一的,其具有因果性和可逆性. 计算对应于频谱 $|F(s)|^2$ 的最小相位函数,可用如下步骤的简单方法完成(Claerbout, 1992):

- 1) 计算对数, $B(s) = \ln |F(s)|$.
- 2) 计算逆傅立叶变换, $B(s) \Rightarrow b(x)$.
- 3) $x < 0$ 时 $b(x)$ 乘 0, $x > 0$ 时 $b(x)$ 乘 2. 如果用数值计算方法,则不要改变 b 在零频率及奈奎斯特(Nyquist)频率时的值.
- 4) 计算傅立叶变换,得到 $B(s) + i\varphi(s)$, 式中 φ 是希望得到的相位谱.
- 5) 对上式求复指数,即为最小相位函数: $F_{\text{mp}}(s) = \exp[B(s) + i\varphi(s)] = |F(s)| e^{i\varphi(s)}$.
- 6) 因果的最小相位子波就是 $F_{\text{mp}}(s)$ 的傅立叶变换: $F_{\text{mp}}(s) \Rightarrow f_{\text{mp}}(x)$.

上述步骤的另一种说法是,最小相位子波的相位谱,就是能量谱的对数的希尔伯特变换(见 1.2 节“希尔伯特变换”).

采样定理

如果函数 $f(x)$ 的傅立叶变换仅在限定的频率范围内非零(如仅在 $|s| < s_c$ 内非零,其中 s_c 通常称为截止频率),则称其为带通函数. 如果对函数 $f(x)$ 均匀采样,且采样频率不超过 $\Delta x = 1/(2s_c)$,则函数 $f(x)$ 可以完全确定. 同样地,对时间数列以时间间隔 Δt 采样,就可以对该函数准确地描述到奈奎斯特频率 $f_N = 1/(2\Delta t)$. 恢复

相邻采样点之间的数值的过程就是将其与 sinc 函数进行褶积:

$$2s_c \text{sinc}(2s_c x) = 2s_c \sin(\pi 2s_c x) / (\pi 2s_c x)$$

式中

$$\text{sinc}(x) \equiv \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

有以下性质:

$$\begin{aligned} \text{sinc}(0) &= 1 \\ \text{sinc}(n) &= 0 \quad n = \text{非零整数} \end{aligned}$$

sinc(x) 的傅立叶变换是方脉冲函数 $\Pi(s)$:

$$\Pi(s) = \begin{cases} 0, & |s| > 1/2 \\ 1/2, & |s| = 1/2 \\ 1, & |s| < 1/2 \end{cases}$$

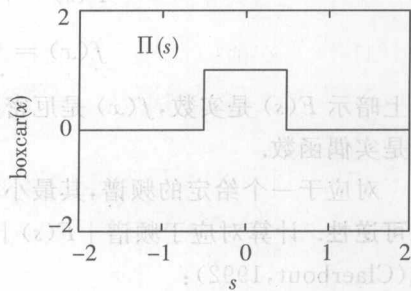
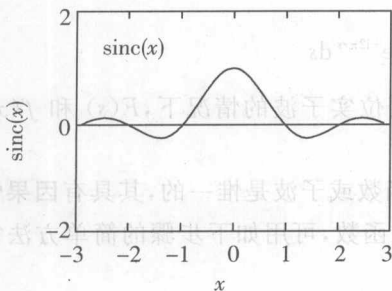


图 1.1.1

利用下节的褶积定理和相似定理,我们可以看出与 $2s_c \text{sinc}(2s_c x)$ 褶积等同于在频域里乘上 $\Pi(s/2s_c)$ (也就是说,当频率 $|s| > s_c$ 时,使其为 0;当频率 $|s| < s_c$ 时,让信号通过)。

离散计算

考虑对带通函数 $g(t)$ 进行 N 点等间隔采样: $g(0), g(\Delta t), g(2\Delta t), \dots, g((N-1)\Delta t)$ 。典型的快速傅立叶变换程序(FFT)会产生 N 个等间隔值的傅立叶变换, $G(f)$ 通常安排如下:

$$\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & \left(\frac{N}{2} + 1\right) & \left(\frac{N}{2} + 2\right) & \dots & (N-1) & N \\ G(0) & G(\Delta f) & G(2\Delta f) & \dots & G(\pm f_N) & G(-f_N + \Delta f) & \dots & G(-2\Delta f) & G(-\Delta f) \end{array}$$

时域的采样率 Δt 奈奎斯特频率 $f_N = 1/(2\Delta t)$