

铁路职业教育铁道部规划教材

机械基础

| 朱鹏超◎主编 易春阳◎副主编 |

TIELU ZHIYE JIAOYU TIEDAOBU GUIHUA JIAOCAI
JIXIE JICHU

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE



铁路职业教育铁道部规划教材

机 械 基 础

朱鹏超 主 编

易春阳 副主编

钟建宇 主 审

中国铁道出版社

2007·北京

内 容 简 介

本书为铁路职业教育铁道部规划教材。全书共九章,主要包括:力的平衡规律、构件的基本变形与强度计算、尺寸公差与配合、形位公差与表面粗糙度、常用量具的使用与维护、连接、机械传动、常用机构、标准件等。

本书可作为职业教育教材,也可作为复退军人学历教育教材,还可作为职工培训教材。

图书在版编目(CIP)数据

机械基础/朱鹏超主编. —北京:中国铁道出版社,
2007. 8

铁路职业教育铁道部规划教材
ISBN 978-7-113-08246-8

I. 机… II. 朱… III. 机械学-职业教育-教材
IV. TH11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 134085 号

书 名:机械基础

作 者:朱鹏超 主编 易春阳 副主编

责任编辑:程东海 编辑部电话:(010)51873135

封面设计:陈东山

责任校对:张玉华

责任印制:金洪泽

出版发行:中国铁道出版社

地 址:北京市宣武区右安门西街 8 号

邮政编码:100054

网 址:www.tdpress.com

电子信箱:发行部 ywk@tdpress.com

印 刷:五色花印刷厂

总编办 zbb@tdpress.com

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:12.5 字数:311 千

版 本:2007 年 12 月第 1 版 2007 年 12 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-113-08246-8/TH·130

定 价:22.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社读者发行部调换。

电 话:(市电)010-51873171 (路电)021-73171

打击盗版举报电话:市电(010)63549504 路电(021)73187

前言

本教材包含了机械基础知识方面的主要内容,有工程力学、极限与配合、形位公差与表面粗糙度、常用量具的使用与维护、机械连接、机械传动、机械零件、标准件等,共分为九章。编写中力求体现以下特点:

一、着重对铁路现场所需机械工程基础知识的介绍,内容全面,综合性强,满足了铁路各专业对机械知识的需求。

二、本着“适度、够用”的原则,对各部分内容进行了适当筛选,对理论性较深的推导过程予以省略,尽可能适应实用的需要。

三、采用简明易懂的插图,如立体图、结构简图等,以便于学生对教材内容的理解。

四、注重各部分知识的联系,前后内容互相呼应,保证了知识的连续性、系统性。

本教材的第一、二、九章由湖南铁道职业技术学院易春阳编写,第三、四章由太原铁路机械学校李培虎编写,第五、六、七、八章由湖南铁道职业技术学院朱鹏超编写。本教材由朱鹏超统稿。

湖南铁道职业技术学院钟建宁担任主审,为该教材的编写提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢。

本教材的编写得到了各院校领导的高度重视和大力支持,也得到了工厂领导和工程技术人员的帮助,在此一并向他们表示衷心的感谢。

由于编写的时间仓促,加之编者水平所限,教材中难免有不足之处,衷心欢迎广大读者为本教材提出宝贵意见,以便不断改进。

编者

2007年7月

目 录

第一章 力的平衡规律	1
第一节 概述	1
第二节 约束与约束反力	3
第三节 受力分析及受力图	5
第四节 力矩和力偶	7
第五节 平面力系	10
思考题与习题	17
第二章 构件的基本变形与强度计算	20
第一节 概述	20
第二节 轴向拉伸与压缩	22
第三节 剪切与挤压	28
第四节 扭转	31
第五节 弯曲	36
思考题与习题	44
第三章 尺寸公差与配合	47
第一节 概述	47
第二节 极限与配合的术语和定义	48
第三节 极限制与配合制	52
第四节 极限与配合的应用	57
思考题与习题	59
第四章 形位公差与表面粗糙度	61
第一节 概述	61
第二节 形位公差的项目符号及标注	62
第三节 形位公差的基本概念	65
第四节 公差原则	68
第五节 形位公差的标了解释与选择	74
第六节 表面粗糙度	76
思考题与习题	79
第五章 常用量具的使用与维护	81
第一节 游标类卡尺	81
第二节 螺旋测微量具	84
第三节 指示式量具	89

第四节 量块	94
第五节 角度测量	96
思考题与习题	98
第六章 连 接	99
第一节 螺纹连接	99
第二节 键连接和销连接	105
第三节 铆接、焊接、胶接和过盈连接	111
思考题与习题	114
第七章 机械传动	115
第一节 带传动	115
第二节 链传动	121
第三节 齿轮传动	125
第四节 蜗杆传动	141
第五节 齿轮系	145
思考题与习题	149
第八章 常用机构	151
第一节 平面连杆机构	151
第二节 凸轮机构	157
第三节 间歇运动机构	160
第四节 螺旋机构	163
思考题与习题	165
第九章 标准件	167
第一节 轴	167
第二节 轴承	171
第三节 弹簧	179
第四节 联轴器、离合器、制动器	181
第五节 减速器	187
思考题与习题	189
附录 孔和轴的基本偏差表	190
参考文献	194

第一章

力的平衡规律

第一节 概述

一、静力学的基本概念

静力学是研究物体在力系作用下平衡规律。力系是指作用在物体上的一组力。平衡状态是物体相对地球处于静止或作匀速直线运动。物体处于平衡状态时,作用于该物体上的力系称为平衡力系。

静力学所研究的主要内容之一就是建立力系的平衡条件,并借此对物体进行受力分析。静力学建立力系平衡条件的主要方法是力系的简化。所谓力系的简化就是用简单力系代替复杂力系。当然这种代替必需在两力系对物体作用效果完全相同的条件下进行,对同一物体作用相同的两力系,彼此称为等效力系。若一个力与一个力系等效,则此力称为该力系的合力。

综上所述,静力学研究的主要问题是:

1. 力系的简化。
2. 建立力系的平衡条件。

静力学研究的对象为刚体。所谓刚体就是在任何外力作用下,其形状和大小始终保持不变的物体。

二、静力学公理

1. 公理一(两力平衡公理)

作用在同一刚体上的两力,使刚体处于平衡状态的必要与充分条件是:此两力必须等值、反向、共线。

两力平衡公理是刚体受最简单的力系作用时的平衡条件,如一物体仅受两力作用而平衡,则两力的作用线必定沿着此两力作用点的连线,如图 1-1(a)所示,这类构件常被称为二力构件(二力件)。

2. 公理二(加减平衡力系公理)

在已知力系上加上或减去任意平衡力系,不会改变原力系对刚体的作用效应。

推论 1(力的可传性原理)

作用在刚体某一点的力可沿其作用线移到刚体上任一点,不会改变原力系对刚体的作用效应。

此原理证明如下:

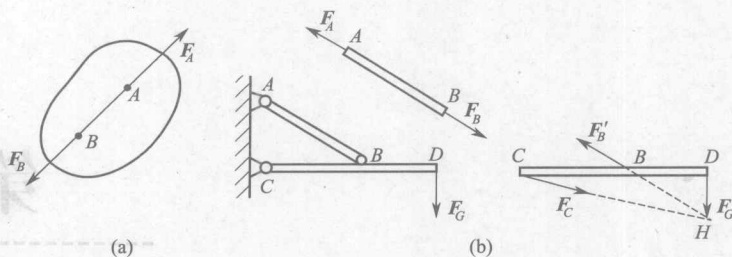


图 1-1 二力件与三力件

(1) 设力 F 作用于刚体上 A 点[图 1-2(a)]。

(2) 在力 F 的作用线上任选一点 B , 并在点 B 加一组沿 AB 线的平衡力 F_1 和 F_2 , 且使 $F_2 = -F_1 = F$ [图 1-2(b)]。

(3) 除去 F 与 F_1 所组成的一对平衡力, 刚体上只剩下 F_2 , 且 $F_2 = F$ [图 1-2(c)]。

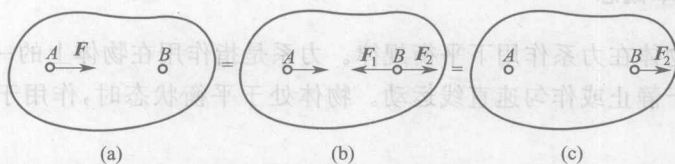


图 1-2 力的可传性原理

3. 公理三(力的平行四边形公理)

作用在物体某一点上的两个力的合力也作用于该点, 其大小和方向由此两力为邻边所构成的平行四边形对线来确定(图 1-3)。其矢量合成为

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

推论 2(三力平衡汇交定理)

如刚体受同平面互不平行的三力作用而处于平衡状态, 则此三力必汇交于一点。

证明

(1) 设刚体在 A 、 B 、 C 三点分别受共面力 F_1 、 F_2 、 F_3 的作用(图 1-4), 根据推论 1 将 F_1 、 F_2 沿作用线移至交点 O , 并根据公理三将把 F_1 与 F_2 合成其合力为 F_R 。

(2) 现刚体上只有 F_3 与 F_R 作用, 根据公理一, F_3 与 F_R 必在同一直线上, 所以 F_3 必通过 O 点, 于是 F_1 、 F_2 、 F_3 均通过 O 点。

刚体只受同平面三力作用而处于平衡, 称为三力构件。若三个力中已知两个力的交点及第三个力的作用点, 即可判断出第三个力的作用线的方位[图 1-1(b)]。

4. 公理四(作用与反作用公理)

两个物体间的作用力与反作用力, 总是大小相等, 方向相反, 沿同一直线分别作用在这两个物体上。

公理四说明物体间的作用力总是同时存在, 同时消失。这里应该注意公理一与公理四之间的区别, 前者叙述

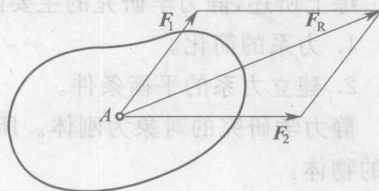


图 1-3 力的平行四边形公理

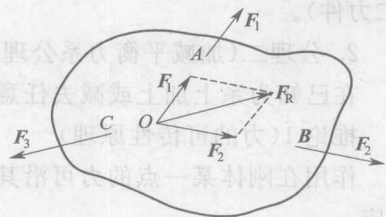


图 1-4 三力平衡汇交定理

了作用在同一刚体上的两个力的平衡条件,后者则是描述了两个物体之间相互作用的关系。

第二节 约束与约束反力

一个物体的运动受到周围物体限制时,这种限制物体运动的周围物体,就称该物体的约束。约束限制了物体可能产生的某种运动,因此约束有力作用于物体。这种力称为约束反力(简称约束力)。

约束反力总是作用在被约束物体与约束物体的接触处,其方向也总是与该约束所能限制的运动或运动趋势的方向相反。据此,即可确定约束反力的位置及方向。

一、柔性约束

由柔索、链条和胶带形成的约束称为柔性约束,柔性约束只能限制物体沿柔索伸长方向的运动,因此它对物体的约束反力沿柔索的中心线背离被约束物体,即使物体受拉力,常用符号 F_T 表示,如图 1-5 所示。

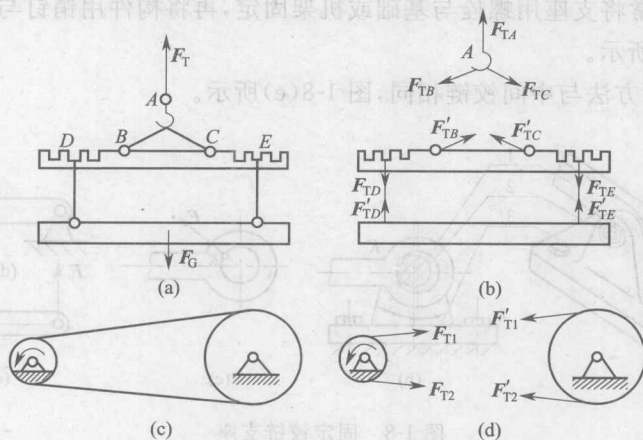


图 1-5 柔性约束

二、光滑面约束

当两物体直接接触,并可忽略接触处的摩擦时,约束只能限制物体沿接触面的公法线指向约束物体的运动,故约束反力必通过接触点沿接触面的公法线向并指向被约束物体,即使物体受压力,通常用符号 F_N 表示,如图 1-6 所示。

三、铰链约束

两构件采用圆柱销形成的连接为铰链连接。其接触处不计摩擦且只限制两构件相对移动。

1. 圆柱形铰链约束

圆柱形铰链是由一圆柱销钉将两个或更多的构件连接在一起所形成的连接,如图 1-7(a)所示(也称中间铰链约束)。

这类约束的本质即为光滑面约束,因接触点位置未定,故只能确定铰链的约束反力为一通

过圆销中心的大小、方向均未定的力,通常此力用两个大小未知的正交分力 F_x 、 F_y (或 F'_x 、 F'_y) 表示,图 1-7(c)、(d) 所示。

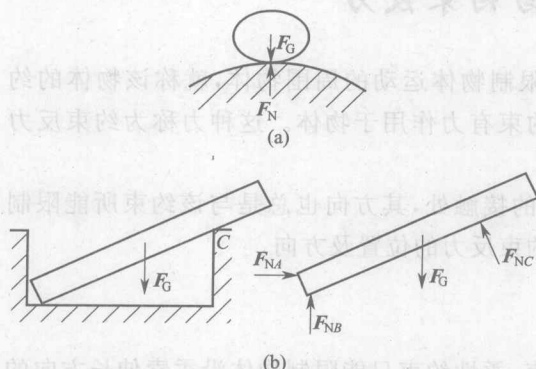


图 1-6 光滑面约束

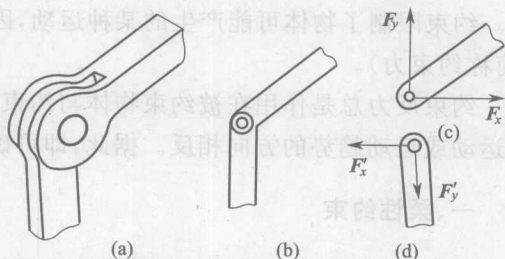


图 1-7 圆柱形(中间)铰链约束

2. 固定铰链支座

在工程实际中,常将支座用螺栓与基础或机架固定,再将构件用销钉与支座连接构成固定铰链支座,图 1-8(a) 所示。

约束反力的表示方法与中间铰链相同,图 1-8(e) 所示。

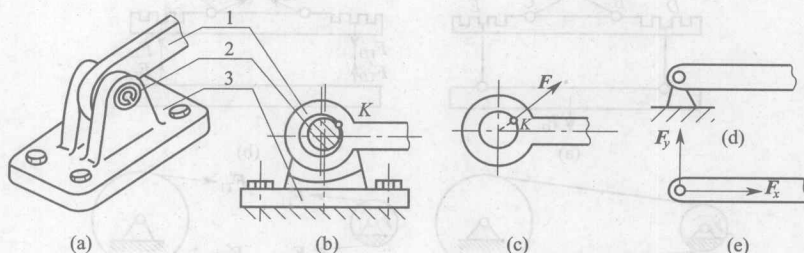


图 1-8 固定铰链支座

(a) 轴测图; (b) 投影图; (c) 约束力; (d) 结构简图; (e) 受力图

3. 活动铰链支座

在大型桥梁、屋架等结构中,常常使用一种放置在一个或几个辊子上的铰链支座,这种支座只允许构件沿支承面作微小的移动,而不允许在其垂直方向有运动,称为活动铰链支座,如图 1-9(a) 所示。

活动铰链支座的约束反力 F 的方向必垂直于支承面,且通过铰链中心,如图 1-9(b) 所示。

四、固定端约束

工程中还有一种常见的基本约束,如图 1-10 所示。

建筑物上的阳台、跳水的跳台、壁扇座、埋入地下的电线杆等,都是一端固定不动的。这些对物体的一端固定不动的约束,称固定端约束。

约束反力一般用两正交分力 F_x 、 F_y 限制物体的移动,用约束反力偶 M 限制物体的转动。

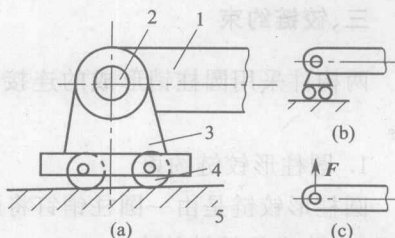


图 1-9 活动铰链支座

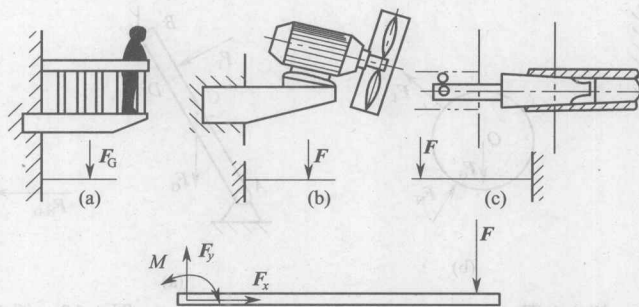


图 1-10 固定端约束

第三节 受力分析及受力图

在工程中,构件总是承受着各种载荷的作用,并以一定的形式与周围其他构件相互连接的,在进行工程设计计算时,就必须对构件的受力状态进行分析,以作为设计的依据。

当研究物体(或物系)的平衡时,若物体(或物系)和周围物体约束联系在一起,则约束反力将无法显现,因此必须将约束解除,用约束反力代替原有约束对物体(或物系)的作用,解除约束后的物体(或物系),称为分离体(或研究对象)。

研究对象所受的力可分为外力和内力。研究对象以外的物体作用在研究对象上的力,称为外力;研究对象内部各个物体之间或各个部分之间相互作用力,称为内力。将研究对象所受的全部外力,画在研究对象上,所得到的图形称为受力图。

画受力图的步骤是:

- (1)根据题意确定研究对象(即取分离体);
- (2)画上研究对象所受的全部主动力(载荷及物体自重等);
- (3)画上研究对象所受的全部约束反力;
- (4)校核。

例 1-1 圆球 O 重 F_G , 用 BC 绳系住, 放在与水平面成 $\alpha=30^\circ$ 角的光滑斜面上, 如图 1-11(a) 所示, 画出球 O 的受力图。

解 (1)取研究对象 将研究对象圆球 O 从系统中分离出来, 单独画出它的简图。

(2)画主动力。研究对象圆球 O 受到的主动力为重力 F_G , 作用在球心上, 方向垂直向下。

(3)画约束反力。绳索 BC 约束反力 F_T , 沿着绳索 BC 的中心线, 背离球体; 光滑斜面的约束反力 F_N , 沿着接触面的法线方向指向球表面。

(4)校核。圆球 O 的受力图如图 1-11(b) 所示, 分离体上所画之力正确, 齐全。

例 1-2 匀质杆 AB 重量为 F_G , A 端为固定铰链支座, B 端在光滑的垂直墙面上, 在 D 处受有与杆垂直的 F_P 力作用, 如图 1-12(a) 所示, 画 AB 杆的受力图。

解 (1)取研究对象。将研究对象杆 AB 从系统中分离出来, 单独画出杆 AB 的简图。

(2)画主动力。杆 AB 所受的主动力有 F_G 与 F_P 。

(3)画约束反力。 B 点为光滑接触面, 约束反力 F_{NB} 垂直墙面, 作用在 B 点, 指向物体; A 点为光滑固定铰链支座, 约束反力方向不定, 用 F_{NAx} 、 F_{NAy} 两个垂直分力代替。

AB 杆的受力图如图 1-12(b) 所示。

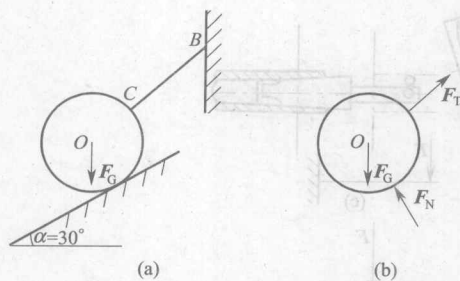


图 1-11 例 1-1 图

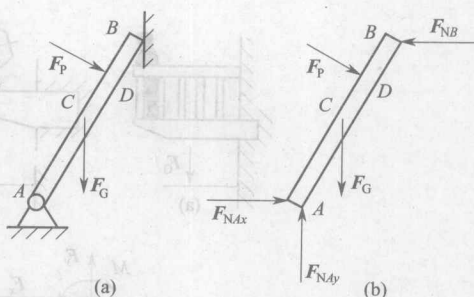


图 1-12 例 1-2 图

例 1-3 均质水平梁 AB 重为 F_G , 用斜杆 CD 支撑, A 、 C 、 D 三处为光滑固定铰链连接, 其上放置一重为 F_Q 的电动机, 如图 1-13(a) 所示。不计杆 CD 的自重, 试分别画出杆 CD 和梁 AB 的受力图。

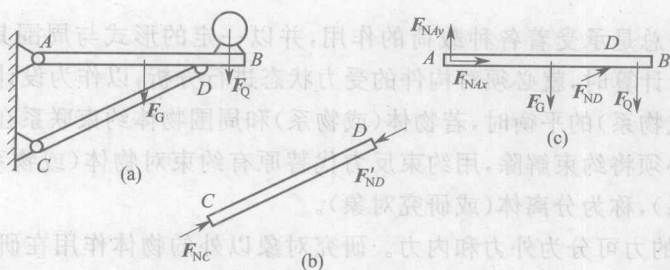


图 1-13 例 1-3 图

解 (1) CD 杆的受力图。取 CD 杆为研究对象, 单独画出 CD 杆的分离体图。由于 CD 杆的自重不计, 因此只在杆的两端分别受到铰链的约束反力 F_{NC} 和 F'_{ND} 的作用。 CD 杆的受力图如图 1-13(b) 所示。

(2) 梁 AB 的受力图。取梁 AB 为分离体, 梁上受有 F_G 、 F_Q 两个主动力作用, 梁在铰链 D 处受到二力杆 CD 给它的约束反力 F_{ND} 。梁在 A 处为固定铰链支座, 该处的约束反力可画为 F_{Ax} 和 F_{Ay} 两个互相垂直的力。梁 AB 的受力图如图 1-13(c) 所示。

例 1-4 图 1-14(a) 所示的三铰拱, 由左、右两个半拱铰接而成。若拱重不计, 在 AC 半拱上作用有载荷 F , 试分别画出 AC 和 CB 半拱的受力图。

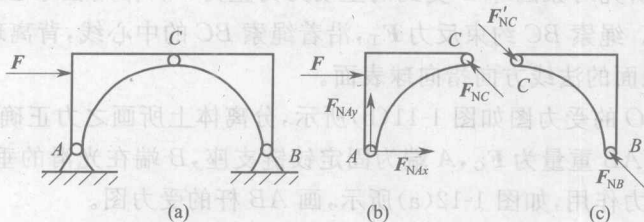


图 1-14 题 1-4 图

解 (1) 先画 CB 半拱的受力图。取 CB 半拱为分离体, 由于 CB 自重不计, 且只在 C 、 B 两点受到铰链的约束反力 F'_{NC} 和 F_{NB} 的作用。因此 CB 为二力构件, 所以 $F'_{NC} = F_{NB}$, 此二力的方向图如图 1-14(c) 所示。

(2)画 AC 半拱的受力图。取 AC 半拱为分离体。由于自重不计,因此主动力只有 F 。半拱在铰链 C 受有 CB 半拱给它的约束反力 F_{NC} 作用,根据作用与反作用公理 $F_{NC} = -F'_{NC}$ 。铰链 A 处的约束反力可画为 F_{NAx} 和 F_{NAy} 两个互相垂直的力。铰链 A 处的约束反力也可通过三力平衡汇交定理确定。AC 半拱的受力图如图 1-14(b) 所示。

第四节 力矩和力偶

一、力对点之矩

1. 力矩的概念

当我们用扳手拧紧螺母时(图 1-15),若作用力为 F ,转动中心 O (称为距心)到力作用线垂直距离为 d (称为力臂),由经验可知,扳动螺母的转动效应不仅与力 F 的大小有关,且与力臂 d 的大小有关,故力 F 对物体的转动效应可用两者的乘积 Fd 来度量,当力 F 对物体的转动方向不同,其效果也不相同。

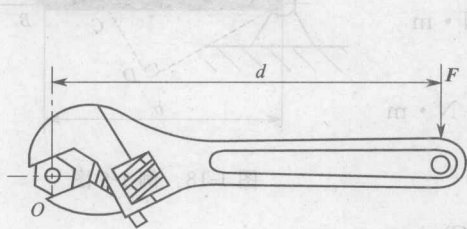


图 1-15 力矩的概念

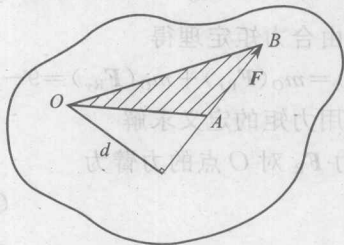


图 1-16 力矩的计算

表示力使物体绕某点转动的量称为力对点之矩,简称为力矩,由上可归纳出力矩的定义为:力对点之矩为一代数量,它的大小为力 F 的大小与力臂 d 的乘积,它的正负符号表示力矩在平面上的转动方向。一般规定力使物体绕距心逆时针旋转时为正,顺时针旋转时为负,如图 1-15 所示,并记作

$$m_O(F) = \pm Fd \quad (1-1)$$

F 对点 O 之力矩值,也可用三角形 OAB 面积的两倍表示,如图 1-16 所示,即

$$m_O(F) = Fd = 2S_{\triangle OAB} \quad (1-2)$$

力矩单位决定于力和力臂的单位。在国际单位中常用牛(顿)·米($N \cdot m$)。

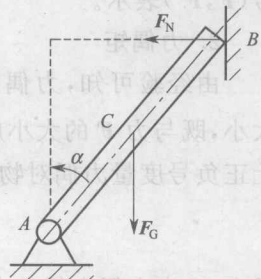
力矩在下列两种情况下等于零:(1) F 等于零;(2)力的作用线通过矩心,即力臂等于零。

例 1-5 图 1-17 所示的杆 AB , 长度为 L , 自重不计, A 端为固定铰链支座, 在杆的中点 C 悬挂一重力为 F_G 的物体, B 端靠于光滑的垂直墙面上, 其约束反力为 F_N , 杆与铅直墙面的夹角为 α 。试分别求 F_G 和 F_N 对铰链中心 A 点的力矩。

解 根据力矩定义, 可得

$$m_A(F_N) = F_N d_N = F_N L \cos \alpha$$

$$m_A(F_G) = -F_G d_G = -\frac{F_G L \sin \alpha}{2}$$



2. 合力矩定理

在计算力矩时,力臂一般可以通过几何关系确定。但有时由于

图 1-17 例 1-5 图

几何关系比较复杂,直接计算力臂比较困难,这时,将力作适当的分解,用合力矩定理计算力对点之矩比较方便。对于平面汇交力系,合力矩定理可叙述如下:

平面汇交力系的合力对平面内任意点之矩,等于力系中各分力对同一点之矩的代数和,即

$$m_O(\mathbf{F}_R) = m_O(\mathbf{F}_1) + m_O(\mathbf{F}_2) + \cdots + m_O(\mathbf{F}_n) = \sum m_O(\mathbf{F}) \quad (1-3)$$

式中, $\mathbf{F}_R$ 为平面汇交力系 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \cdots, \mathbf{F}_n$ 的合力。

例 1-6 图 1-18 所示 ABO 弯杆在上的 A 点作用力 $\mathbf{F}_R$, 已知 $a=180 \text{ mm}, b=400 \text{ mm}, \alpha=60^\circ, F_R=100 \text{ N}$, 求力 $\mathbf{F}_R$ 对 O 点之矩。

解 因为合力 $\mathbf{F}_R$ 对 O 点的力臂不易计算出来,故将 $\mathbf{F}_R$ 水平和铅垂方向分解为两分力 $\mathbf{F}_{Rx}$ 和 $\mathbf{F}_{Ry}$ 。

(1) 求分力 $\mathbf{F}_{Rx}, \mathbf{F}_{Ry}$ 对 O 点之矩

$$m_O(\mathbf{F}_{Rx}) = F_{Rx} \cdot a = F_R \cos \alpha \cdot a = 9 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$m_O(\mathbf{F}_{Ry}) = -F_{Ry} \cdot b = -F_R \sin \alpha \cdot b = -34.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(2) 由合力矩定理得

$$m_O(\mathbf{F}_R) = m_O(\mathbf{F}_{Rx}) + m_O(\mathbf{F}_{Ry}) = 9 - 34.6 = -25.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(3) 用力矩的定义求解

合力 $\mathbf{F}_R$ 对 O 点的力臂为

$$\begin{aligned} OD &= (OB - BC) \sin \alpha \\ &= (b - a \cdot \cot \alpha) \sin \alpha \\ &= 0.256 \text{ m} \end{aligned}$$

$$m_O(\mathbf{F}_R) = -F_R \cdot OD = -25.6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

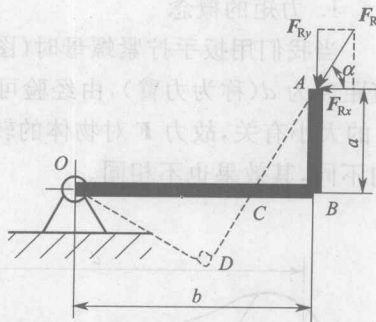


图 1-18 例 1-6 图

二、力偶及力偶系

1. 力偶的定义

在实践中,常可见到物体受两个大小相等、方向相反、但不在同一直线上的平行力作用,使物体转动,例如汽车司机用双手转动方向盘[图 1-19(a)],电动机的定子磁场对转子的作用[图 1-19(b)]等。这种作用在同一物体上的大小相等、方向相反、作用线平行但不在一条直线上的二力组成的力系,称为力偶,以符号 $(\mathbf{F}, \mathbf{F}')$ 表示。

2. 力偶矩

由经验可知,力偶对物体的作用效果的

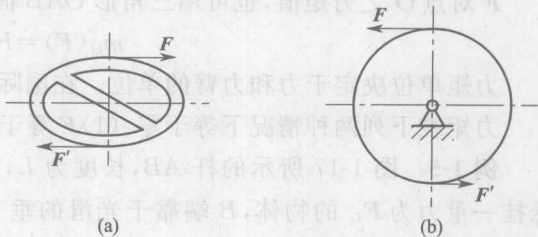


图 1-19 力偶的组成

大小,既与力 $\mathbf{F}$ 的大小成正比,也与力偶臂 d 的大小成正比,因此,用力与力偶臂之积 $\mathbf{F}d$,加上正负号度量力偶对物体的转动效应,称为力偶矩。记为 M ,即

$$M = \pm Fd \quad (1-4)$$

式中, $\mathbf{F}$ 为力偶中任一力的大小, d 为力偶臂(力偶的两力之间垂直距离)。

力偶矩是代数量,单位和符号的规定均与力矩相同。力偶对物体的转动效果,取决于下列

三要素,即力偶矩的大小,力偶的转向,力偶的作用平面的方位。

3. 力偶的性质

(1)力偶无合力,即力偶不能与一个力等效。力偶也不能与一个力平衡,力偶只能与力偶等效,力偶只能与力偶平衡。

(2)力偶对物体不产生移动效应,只产生转动效应,即力偶只改变物体的转动状态。

(3)力偶在任一坐标轴上投影的代数和等于零。

例如,在图 1-20(a)中 $\sum F_x = F \cos \alpha + (-F \cos \alpha) = 0$

$$\sum F_y = F \sin \alpha + (-F \sin \alpha) = 0$$

(4)力偶对作用平面内任一点之矩,恒等于力偶矩,而与矩心无关。

例如在图 1-20(b)中 $\sum m_o(\mathbf{F}) = F(x+d) - Fx = Fd = M$

(5)力偶的等效性。作用在同一平面的两个力偶,若其力偶矩大小相等,转向相同,则此两力偶彼此等效,这称为力偶的等效性。

由此可得以下两个重要推论:

推论 1:力偶可以在其作用平面内任意转移,而不改变它对刚体的作用效果,即力偶对刚体的作用与力偶所在作用平面内的位置无关。

推论 2:只要保持力偶矩大小和力偶转向不变,可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短,而不改变力偶对刚体的作用效果。

可见力偶矩是平面力偶的唯一量度。可用带箭头的圆弧表示力偶矩,如图 1-21 所示。

4. 平面力偶系的合成

作用在物体同一平面内的若干力偶组成的系统,称为平面力偶系。

力偶系的合成就是求力偶系的合力偶矩。设 $M_1, M_2, \dots, M_n$ 为平面力偶系中各力偶的力偶矩, M 为合力偶的力偶矩,则平面力偶系的合力偶矩等于力偶系中各力偶矩的代数和,即

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum M \quad (1-5)$$

5. 平面力偶系的平衡条件

由于平面力偶系合成结果是个合力偶,它使物体转动,当 $M=0$ 时,物体不转动,即

$$\sum M_i = 0 \quad (1-6)$$

因此,平面力偶系平衡的充分与必要条件是:力偶系中所有力偶矩的代数和为零。

例 1-7 如图 1-22 所示的三铰结构,不计各杆自重。已知 AB 杆上作用一力偶,力偶矩 $M=20 \text{ N} \cdot \text{m}$, $AB=100 \text{ mm}$, $\alpha=30^\circ$,求支座 A 的约束力及杆 BC 的受力。

解 取 AB 杆为研究对象, AB 杆上作用一力偶的力偶矩 M 与约束反力 F_{RA} 和 F_{RB} 组成的反力偶矩平衡,受力图如图 1-22(a)所示,列平衡方程

$$\sum M = 0, F_{RA} \cdot AB \sin \alpha + M = 0$$

$$F_{RA} = -\frac{M}{AB \sin \alpha} = -\frac{20 \times 10^3}{100 \times 0.5} = -400 \text{ N}$$

$$F_{RB} = F_{RA} = -400 \text{ N}$$

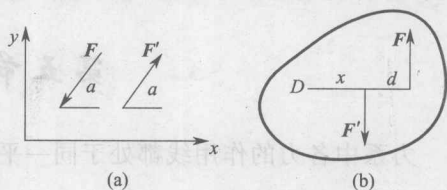


图 1-20 力偶的性质

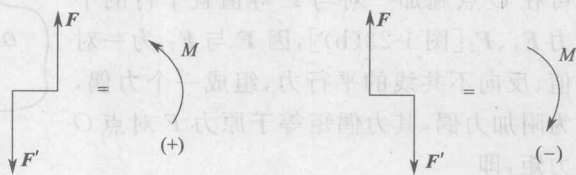


图 1-21 力偶矩的表示方法

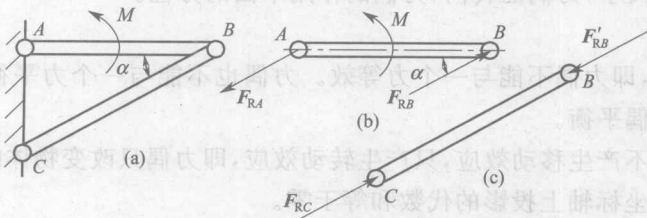


图 1-22 例 1-7 图

BC 杆为二力杆, 在 B 点的受力等于杆 BC 的受力, 即

$$F_{RC} = F'_{RB} = F_{RB} = -400 \text{ N}$$

求得的力为负值, 表示受力方向与假设方向相反。

第五节 平面力系

力系中各力的作用线都处于同一平面内, 称为平面力系。

一、力的平移定理

我们已经知道, 力对物体的作用效果决定于力的三要素: 力的大小、方向和作用点。力沿其作用线移动时, 力对刚体的作用效果不变。但是, 如保持力的大小, 方向不变, 将力的作用线平行移动到另一个位置 O 时 [图 1-23(a)], 则可在 O 点施加一对与 F 等值且平行的平衡力 F_1 、 F_2 [图 1-23(b)], 因 F 与 F_2 为一对等值、反向不共线的平行力, 组成一个力偶, 称为附加力偶, 其力偶矩等于原力 F 对点 O 的力矩, 即

$$M = m_O(F) = +Fd$$

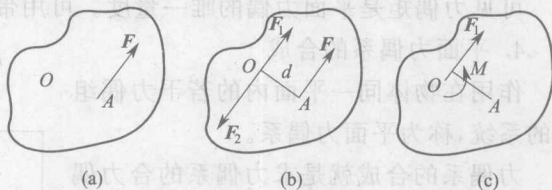


图 1-23 力的平移

于是, 作用在 A 点的 F 就与作用在 O 点的平移力 F_1 和附加力偶 M 的联合作用等效, 如图 [图 1-23(c)] 所示。

由此可见, 作用在刚体上某一点的力 F , 可以平行移到刚体上任一点, 但同时必须附加一个力偶, 其力偶矩等于原力 F 对新作用点之矩。

二、平面任意力系的概念、简化及结果的讨论

1. 平面任意力系的概念

力系中各力的作用线都处于同一个平面内, 且任意分布, 称为平面任意力系 (图 1-24)。

2. 平面任意力系的简化结果

设在刚体上作用一平面任意力系 F_1 、 F_2 、 $\dots$ 、 F_n , 如图 1-25(a) 所示, 在平面内任取一点 O, 称为简化中心。根据力的平移定理, 将各力都向点 O 点平移, 可以得到一个汇交于 O 点的平面汇交力系 F'_1 、 F'_2 、 $\dots$ 、 F'_n , 以及平面力偶系 M_1 、 M_2 、 $\dots$ 、 M_n , 如图 1-25(b) 所示。

(1) 平面汇交力系 F'_1 、 F'_2 、 $\dots$ 、 F'_n , 可以合成为一个作用于 O 点合矢量 F'_R , 如图 1-25(c) 所示, 即

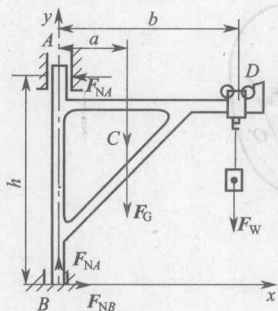


图 1-24 平面任意力系

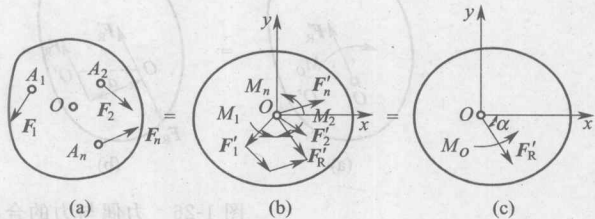


图 1-25 平面任意力系的简化

$$\mathbf{F}'_R = \mathbf{F}'_1 + \mathbf{F}'_2 + \cdots + \mathbf{F}'_n = \sum \mathbf{F}' \quad (1-7)$$

它等于力系中各力的矢量和,显然,单独的 $\mathbf{F}'_R$ 不能和原力系等效,故它为力系的主矢,将(1-7)式向 x, y 轴投影可得

$$F'_{Rx} = \sum F_x \quad (1-8a)$$

$$F'_{Ry} = \sum F_y \quad (1-8b)$$

主矢的大小

$$F'_R = \sqrt{F'^2_{Rx} + F'^2_{Ry}} = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad (1-9)$$

主矢的方向

$$\tan \alpha = \frac{F'_{Ry}}{F'_{Rx}} = \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \quad (1-10)$$

其中 α 为 $\mathbf{F}'_R$ 与 x 轴所夹锐角, $\mathbf{F}'_R$ 的指向由 $\sum F_x$ 和 $\sum F_y$ 的正负号确定。

(2) 附加平面力偶系 $M_1, M_2, \cdots, M_n$ 合成为一个和力偶矩 M_O , 即

$$M_O = M_1 + M_2 + \cdots + M_n = \sum M_O(\mathbf{F}) \quad (1-11)$$

显然,单独的 M_O 也不能与原力系等效,故其称为原力系的主矩。它等于力系各力对简化中心点之矩的代数和。

原力系与主矢 $\mathbf{F}'_R$ 和主矩 M_O 的联合作用等效,主矢 $\mathbf{F}'_R$ 的大小和方向与简化中心的选取无关,主矩 M_O 的大小和转向与简化中心的选取有关。

3. 简化结果的讨论

平面任意力系向作用平面内任一点 O 简化,一般可得一个力 $\mathbf{F}'_R$ (主矢) 和一个力偶 M_O (主矩),但它们不是简化的最终结果,简化的结果有四种情况:

(1) $\mathbf{F}'_R \neq 0, M_O \neq 0$

根据力平移定理逆过程,可将 $\mathbf{F}'_R$ 和 M_O 合成一个合力 $\mathbf{F}_R$,合成过程如图 1-26 所示,合力 $\mathbf{F}_R$ 作用线到 O 点的距离为

$$d = \left| \frac{M_O}{F'_R} \right| = \left| \frac{M_O}{F_R} \right| \quad (1-12)$$

(2) $\mathbf{F}'_R \neq 0, M_O = 0$

因为 $M_O = 0$,主矢 $\mathbf{F}'_R$ 就与原力系等效, $\mathbf{F}'_R$ 即为原力系的合力,其作用线通过简化中心。

(3) $\mathbf{F}'_R = 0, M_O \neq 0$

原力系合成为一个合力偶 $M_O = \sum M_O(\mathbf{F})$,此时主矩 M_O 与简化中心选择无关。