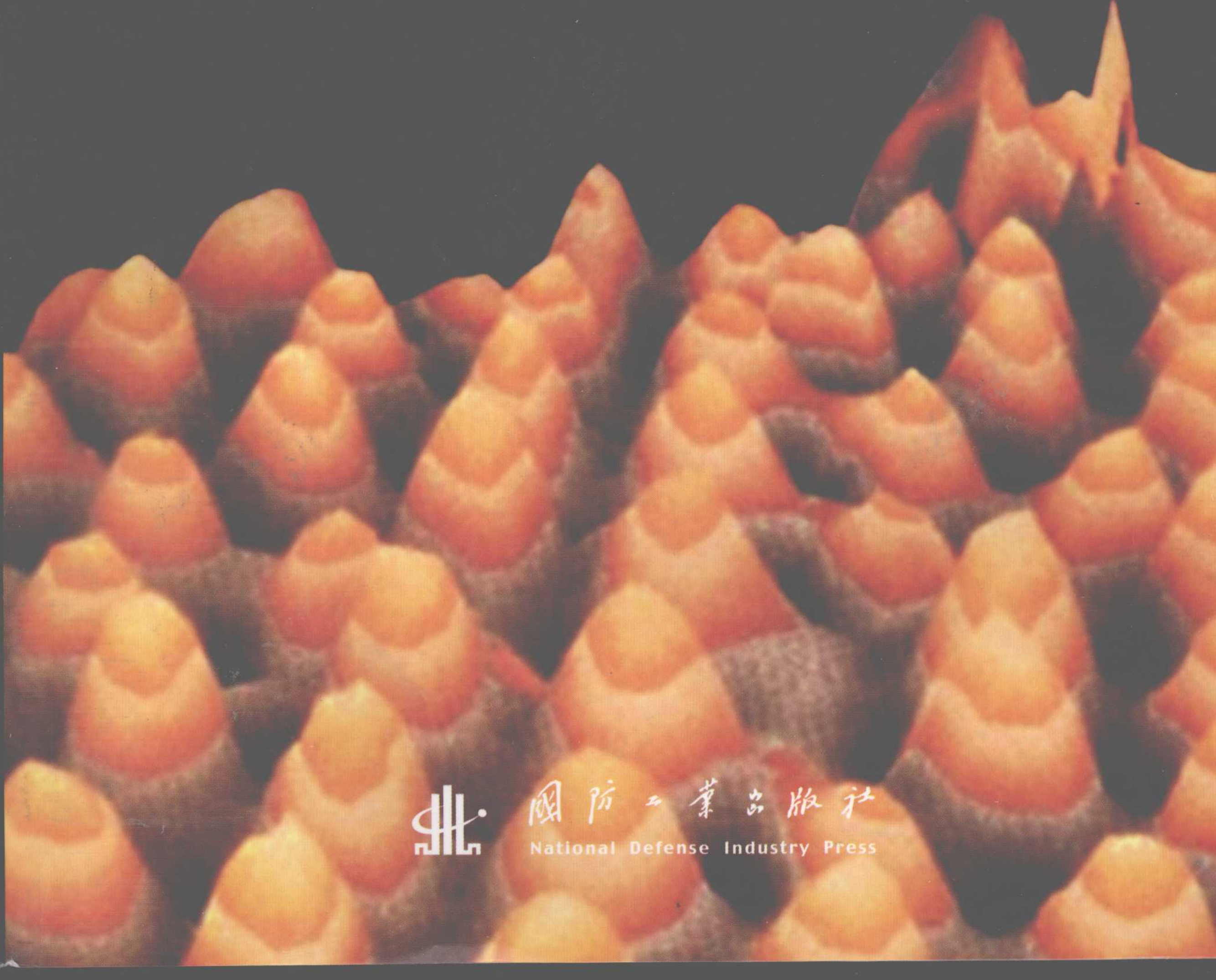
普通高等院校基础课规划教材

大学物理

(上册)

茍秉聪　胡海云　主编



国防工业出版社
National Defense Industry Press

普通高等院校基础课规划教材

大学物理

（上册）

苟秉聪　胡海云　主编

国防工业出版社

·北京·

内容简介

本书分上下两册，上册共6章，包括质点力学、刚体、气体动理论、热力学基础、振动与波动、波动光学；下册共7章，包括静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应和电磁场、狭义相对论力学基础，量子物理基础、固体中的电子。各章后均有思考题和习题，书末备有习题参考答案。

本书依据大学物理课程的基本要求，是在编者长期教学改革经验基础上编写完成的。书中力求物理概念明确、物理图像清晰、论述深入浅出并有适量的技术应用和理论扩展。本书可作为大学工科各专业的大学物理课程的教材，也可作为综合性大学和高等师范院校相关专业的教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理．上册/芶秉聪，胡海云主编．—北京：国防工业出版社，2008.2

普通高等院校基础课规划教材

ISBN 978-7-118-05429-3

Ⅰ.大…　Ⅱ.①芶…②胡…　Ⅲ.物理课－高等学校－教材　Ⅳ.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第167984号

※

国防工業出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号　邮政编码100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092　1/16　**印张** 21¼　**字数** 488千字

2008年2月第1版第1次印刷　**印数** 1—4000册　**定价** 65.00元(上、下册)

国防书店：(010)68428422　　发行邮购：(010)68414474

发行传真：(010)68411535　　发行业务：(010)68472764

前　言

大学物理是高等学校非物理类专业学生一门重要的必修基础课。它所涉及的物理基础知识、科学思维方式和研究方法,是每位理工科大学生必须掌握的。该课程不仅是理工科各专业学生学习其他后续课程的重要铺垫,而且在培养学生科学的世界观,增强学生的创新意识和解决问题的能力等方面具有重要作用。

本书根据“非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求”,结合编者在北京理工大学多年教学研究和实践经验,并借鉴国内外同类教材改革成果编写而成。本书的编写,以现代的观点来处理经典物理的体系结构及其内容,加强近代物理部分。注意从物理学史发展的角度引入物理定律和概念,并适当介绍当代物理学的成就以及在工程技术上的应用,突出物理学知识与实际相结合的特色。在写作风格上力求物理图像清晰,尽量避免繁琐的数学推导,突出物理思想;深入浅出,通俗易懂,注重激发学生的兴趣,增加教材的可读性和趣味性;在例题和习题中配备了具有启发性的能力题,以培养学生的创新思维能力。

本书分上、下两册,共12章。上册包括质点力学、刚体、气体动力学、热力学基础、振动和波动、波动光学;下册包括静电场、静电场中的导体和电介质、稳恒磁场、电磁感应和电磁场、狭义相对论力学基础、量子物理基础、固体中的电子。在各章中,带 * 号的部分是相关知识的扩展内容,可有选择地讲授,也可让学生自学。为了便于教师和学生使用这套教材,编者将出版配套的学习指导书,给出教材中每一章的知识要点和习题分析与详细解答。

本书由苟秉聪教授和胡海云教授主编,参加编写工作的有:刘兆龙(第1、2章),缪劲松(第3、4章),胡海云(第5章),郑少波(第6章),吴晓丽(第7、8章),王菲(第9、10章),冯艳全(第11、13章),苟秉聪(第12章)。全书由苟秉聪教授和胡海云教授负责统稿和定稿,苟秉聪教授组织了编写讨论会并负责组织出版等工作。感谢清华大学陈信义教授在百忙中审阅了全书,并提出了宝贵的修改意见和建议。编者还要感谢国防工业出版社对本书的积极支持。书中难免出现不妥之处,真诚地希望读者提出批评和建议。

编　者

2007年9月

目　录

第1章　质点力学

力学是物理学的一个分支。早在公元前4世纪，中国的墨子及其弟子在他们的著作《墨经》中就论述了时空概念、力、杠杆原理等许多力学知识；15世纪后期，文艺复兴促进了力学在欧洲的发展；17世纪，牛顿运动定律和万有引力定律的提出，标志着经典力学基础的奠定，之后经典力学获得了长足的发展；到19世纪初，力学已发展成为一门相对完善的学科。19世纪末、20世纪初叶，相对论与量子力学诞生。研究微观粒子运动规律的量子力学，阐述了微观粒子运动的特殊性；而相对论阐明了时间、空间和物质及其运动间的关系。相对论与量子力学是现代物理的基础，它们的建立明确了经典力学的适用领域，即宏观物体的低速运动。

由于人类实践活动的需要和数学的不断进步，在自然科学中，力学最早形成了一门完整系统的学科。尽管力学很古老，但仍然极具生命力。目前在力学领域中，不断涌现出一些新兴学科，如爆炸力学、生物力学、等离子体动力学、空气动力学等。科学技术发展日新月异的今天，在载人飞船的发射、火箭的升空、机械制造、天体运行等方面的探索中，力学规律仍然是诸多学科研究的基础和有力工具。

力学的研究对象是机械运动。物质有许多运动形式，如天体的运动、人造卫星绕地球的运动、在水面处阳光的折射及反射、电路中的电流、分子原子的运动等。在各种各样的运动中，最简单、最基本的运动是机械运动。机械运动是指物体位置的变化，包括一个物体相对于另外一个物体位置的变化，以及一个物体的某些部分相对于其它部分位置的变化，而各种机器的运动、弹簧的伸长压缩、河水及空气的流动等都是机械运动。

本章介绍经典力学中的基础部分 —— 质点力学。它可以被分为质点运动学和质点动力学两部分。质点运动学是从几何的角度对质点运动进行研究，探究质点的位置随时间的变化规律，描述质点的运动状态。质点动力学以牛顿运动定律为基础，给出了质点运动状态变化的原因及其所遵循的规律。

1.1　质点的运动

实际物体的运动非常复杂，为了定量地研究其规律，物理学中经常将实际物体抽象为某种理想模型，突出并如实地反映出研究对象的基本性质，以简化问题，便于研究。力学中常用的理想模型有四种：质点、刚体、完全弹性体和理想流体。针对这四种模型，经典力学分为质点力学、刚体力学、弹性力学和流体力学。在本书中只涉及前两种模型。

在研究某个物体的机械运动时，有时我们可以忽略该物体的大小和形状，将其全部质量视为集中在一个点上。这种具有一定质量，但无形状和体积的物体称为质点。任何物体，小到分子、原子，大到星系，都可以被看作质点，只要这些物体的内部结构、大小和形状可

以被合理地忽略。

1.1.1 位置矢量与位移

1. 位置矢量与运动函数

1) 位置矢量

机械运动研究的是物体位置变化的规律,而物体位置的变化具有相对性。不同观察者看到物体位置变化的情况可能是不同的。站在地面上的观察者认为树木是静止的,坐在行驶车辆内的人则看到树木向后运动。一个物体相对于不同观察者运动状态可能不同,这个特性称为机械运动的相对性。要明确地描述某个物体的位置和运动状态,需要以其它物体做为参考。为了确定一个物体的运动状态而被选来做参考的另一个物体称为参照系。若要精确定量地研究质点的运动,则需在参照系上建立固定于其上的坐标系。

从数学上讲,在坐标系中,一个点的位置可以用其坐标值来确定。而在质点运动学中,物体的位置往往用一个矢量来确定。选定坐标系,从坐标系原点向物体所在位置引一个有向线段,这个矢量称为位置矢量,简称位矢或矢径,记为 $\boldsymbol{r}$。质点运动学中采用位矢 $\boldsymbol{r}$ 来描述质点位置。

直角坐标系中,一个质点沿着曲线 AB 运动,如图1-1所示。它在某一时刻 t 位于 P 点,该点坐标为 (x,y,z)。从坐标系原点 O 到物体所在位置 P 点引一条有向线段 $\overrightarrow{OP}$,这个有向线段代表的矢量就是位矢 $\boldsymbol{r}$。在直角坐标系中,位矢 $\boldsymbol{r}$ 的数学表达式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

其中,$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别为 x、y、z 轴上的单位矢量。位矢的大小记为 r,它与该点坐标值间的关系为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

除了直角坐标系外,也可以选择其它种类的坐标系来研究物体的运动状态。例如,若物体做平面曲线运动,则可以利用平面极坐标系来研究其运动。在如图1-2所示的平面极坐标系中,设在 t 时刻质点位于 P 点,位矢 $\boldsymbol{r}$ 为从 O 到 P 点的有向线段 $\overrightarrow{OP}$。极坐标系中的单位矢量为 $\boldsymbol{e}_r$,$\boldsymbol{e}_\theta$。$\boldsymbol{e}_r$ 的方向与位矢相同;$\boldsymbol{e}_\theta$ 的方向与 $\boldsymbol{e}_r$ 垂直且沿 θ 增大的方向。随着质点的运动,$\boldsymbol{e}_\theta$ 与 $\boldsymbol{e}_r$ 的方向会发生变化。设 P 点的坐标为 (r,θ),则质点在平面极坐标系中的位矢为

$$\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r \tag{1-3}$$

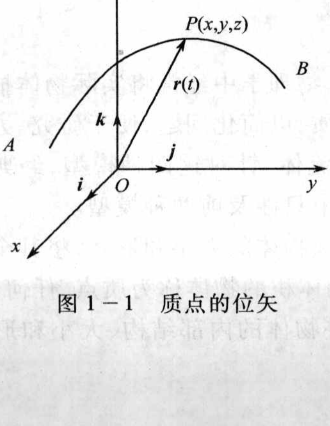


图1-1 质点的位矢

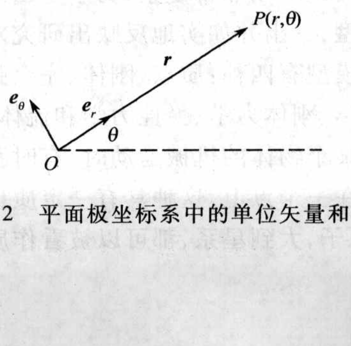


图1-2 平面极坐标系中的单位矢量和位矢

极坐标系中的位矢式(1-3)与在直角坐标系中的位矢式(1-1)在形式上完全不同。直角坐标系的单位矢量$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$的方向是固定不变的,而极坐标系中$\boldsymbol{e}_\theta$与$\boldsymbol{e}_r$的方向会随质点位置的变化而改变。

由式(1-1)和式(1-3)可以看出,位矢精确地描述了质点的位置,它的长度表明了质点距坐标原点的距离,它的方向给出了质点在坐标系中的方位。

2)运动函数

由于质点的运动,位矢$\boldsymbol{r}$随时间变化,即位矢是时间的函数,

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-4}$$

式(1-4)称为质点的运动函数。

在直角坐标系中,运动质点的坐标值x,y,z会随着时间变化,即x,y,z是时间的函数,

$$\begin{cases} x=x(t) \\ y=y(t) \\ z=z(t) \end{cases} \tag{1-5}$$

式(1-5)为直角坐标系中质点的运动函数。

运动函数给出了物体的位置随时间变化的函数关系。根据这个函数,可以求得物体的速度、加速度、轨道等,从而了解物体的运动状态。因此,在质点运动学中,运动函数对于了解质点运动是非常重要的。

2. 位移矢量

质点在运动过程中,位置会发生变化,为描述质点位置的改变,引入位移矢量的概念。图1-3中曲线AB为质点的运动轨道。t时刻,物体位于AB曲线上的P点,此时质点的位矢为$\boldsymbol{r}(t)$,经过时间间隔Δt后,在$t+\Delta t$时刻质点运动到轨道的P'处,位矢为$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。从$P$点向$P'$引有向线段$\overrightarrow{PP'}$,这个矢量称为质点在$\Delta t$时间间隔内的位移,记作$\Delta\boldsymbol{r}$。根据矢量运算法则,由图1-3可以看出,$t$到$t+\Delta t$时间间隔内质点的位移是$t+\Delta t$时刻与$t$时刻质点的位矢之差。即在一段时间间隔内,质点的位移矢量$\Delta\boldsymbol{r}$是从起点到终点的有向线段,它等于终点位矢与起点位矢的差:

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t) \tag{1-6}$$

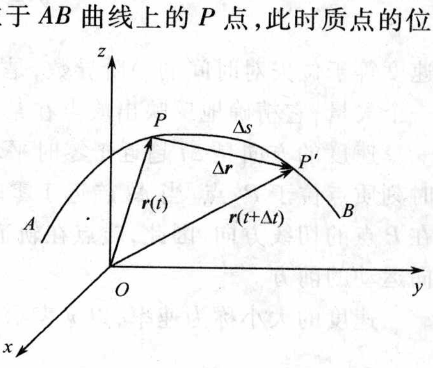


图1-3　质点的位移

位移矢量表示出了物体在Δt时间间隔内位置的变化情况。位移矢量的大小以$|\Delta\boldsymbol{r}|$表示,给出了质点的终点与起点间的距离;位移的方向则确定了终点相对于起点的方位。

路程也被用来描述物体位置的变化。路程是质点在空间走过的实际路径的长度。它是一个标量,记为Δs。位移描述的是物体位置的改变,不是物体通过的实际路程。一般情况下,即使是位移的大小也与路程不相等。图1-3中,物体从P运动到P'走过的路程值是曲线PP'的长度,而位移的大小是直线段PP'的长度,两者是不同的。但如果P'点无限地接近P点,也就是从P点运动到P'点的时间间隔Δt趋近于零,那么PP'曲线就趋近于PP'直线,于是$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$。即无限小位移的大小与无限小路程的值相等。

在国际单位制(SI)中,位移的单位为米(m)。

1.1.2 速度

对于作机械运动的物体来说,相同时间间隔内它们位置的变化情况一般是不同的。蜗牛每秒爬行距离约为1mm,而赛车每秒可行驶100m。为了描述物体位置随时间的变化情况,需要引入速度的概念。

1. 平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$

设质点在时间间隔 Δt 内的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$,定义位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与时间间隔 Δt 的比值为平均速度 $\bar{\boldsymbol{v}}$:

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-7}$$

由平均速度的定义可以看出,平均速度是矢量,它的方向与位移的方向一致,大小为位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与时间间隔 Δt 的比值。这里要注意 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 与 Δr 的区别。Δr 是位矢长度的增量,即 $\Delta r = r(t+\Delta t) - r(t)$,而 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 是位移的大小,两者不是一个物理量,但是在书写上容易混淆。

2. 瞬时速度 $\boldsymbol{v}$

平均速度粗略地给出在一段时间间隔内物体运动的快慢情况。要描述物体在某一个时刻运动的快慢就要借助瞬时速度这个物理量。

瞬时速度,简称速度,等于平均速度在时间间隔 Δt 趋近于零时的极限,即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{\boldsymbol{v}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

速度等于位矢对时间的一阶导数,是位矢对时间的变化率。由式(1-8)可以看出,速度是一个矢量,它精确地反映出质点在某个时刻运动的方向和快慢。

速度的方向是 Δt 趋近于零时平均速度的方向。图1-4中,t 时刻质点位于 P 点,$t+\Delta t$ 时刻质点位于 P' 点。当 Δt 趋近于零时,P' 点无限地接近 P 点,位移的方向趋近于轨道 AB 在 P 点的切线方向。因此,质点在轨道上某点的速度方向为:沿轨道在该点的切线方向,指向运动的前方。

速度的大小称为速率,以 v 表示。

$$v = |\boldsymbol{v}| = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-9}$$

质点的速率等于路程对时间的一阶导数,也就是路程对时间的变化率。

在直角坐标系中,速度的表达式为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = v_x\boldsymbol{i} + v_y\boldsymbol{j} + v_z\boldsymbol{k} \tag{1-10}$$

其中

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}, v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}, v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1-11}$$

v_x, v_y, v_z 分别是速度沿着 x, y, z 轴的三个分量。直角坐标系中速率

$$v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1-12}$$

速度是位矢对时间的一阶导数。要注意矢量与标量有着不同的运算法则,因此矢量的微分与标量的微分是不完全相同的。对矢量的微分不仅要考虑这个矢量大小的变化,还要考虑它的方向变化。通过下面平面极坐标系中质点运动速度表达式的推导,会对这一点认识得更加清楚。

平面极坐标系中位矢的数学表达式为 $\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r$,由速度的定义

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r + r\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

极坐标系中 $\boldsymbol{e}_r$ 是单位矢量,大小为 1,保持不变,但它的方向是可以变化的。图 1-5 中,$\boldsymbol{e}_{r1}$ 为 t 时刻的单位矢量,$\boldsymbol{e}_{r2}$ 为 $t+\Delta t$ 时刻的单位矢量。$\boldsymbol{e}_{r2}$ 和 $\boldsymbol{e}_{r1}$ 及其它们的增量 $\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r$ 构成一等腰三角形,顶角为 $\mathrm{d}\theta$,且 $|\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r| = \mathrm{d}\theta$。当时间间隔 Δt 趋近于零时,$\mathrm{d}\theta$ 为无限小量,$\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r$ 与 $\boldsymbol{e}_\theta$ 方向一致。综合大小和方向有

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_r}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta \tag{1-14}$$

同理可得

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_\theta}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r \tag{1-15}$$

将式(1-14)代入式(1-13)得出平面极坐标系中速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r + r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta \tag{1-16}$$

式中,第一项沿位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向,表示位矢大小的变化,称为径向速度;第二项与位矢方向垂直,表示位矢方向的改变,称为横向速度。

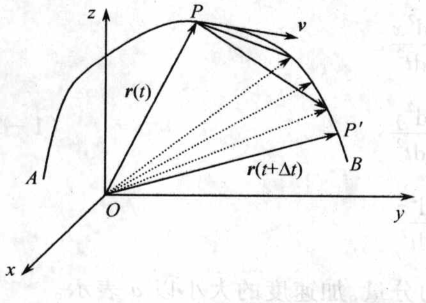


图 1-4　质点的速度

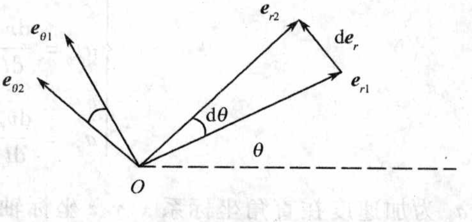


图 1-5　平面极坐标系中的单位矢量微分

将平面极坐标系与直角坐标系的速度表达式(1-16)和式(1-10)对比可知,由于直角坐标系的三个坐标轴在空间的方向固定,因此在直角坐标系中,对矢量微分时,不用考虑单位矢量方向的改变。

在国际单位制中,速度的单位为米/秒(m/s)。

1.1.3　加速度

质点的运动速度会随着时间变化,这种变化的快慢可用加速度来描述。

1. 平均加速度 $\overline{a}$

设 t 时刻，物体的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，$t+\Delta t$ 时刻物体的速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，定义平均加速度为速度的增量与所用时间的比值，即

$$\overline{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-17}$$

平均加速度等于单位时间间隔内速度的增量，它是一个矢量，方向与 Δt 时间间隔内速度增量 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向相同。

2. 瞬时加速度（加速度）$\boldsymbol{a}$

瞬时加速度简称加速度，等于平均加速度在时间间隔 Δt 趋近于零时的极限。

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1-18}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数，即速度对时间的变化率。

速度等于位矢对时间的一阶导数，故

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-19}$$

即加速度等于位矢对时间的二阶导数。

直角坐标系中的加速度解析式为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k} \tag{1-20}$$

将加速度写为如下形式

$$\boldsymbol{a} = a_x\boldsymbol{i} + a_y\boldsymbol{j} + a_z\boldsymbol{k} \tag{1-21}$$

式中

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} \\[2ex] a_y = \dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \\[2ex] a_z = \dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} \end{cases} \tag{1-22}$$

a_x、a_y、a_z 为加速度在直角坐标系 x、y、z 坐标轴上的分量。加速度的大小以 a 表示。

$$a = |\boldsymbol{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1-23}$$

在平面极坐标系中，将速度的表达式代入加速度的定义中得到

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_r + r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\theta\right)$$

由式（1－14）和式（1－15）得到

$$\boldsymbol{a} = \left[\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2} - r\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)^2\right]\boldsymbol{e}_r + \left(r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{e}_\theta \tag{1-24}$$

式中，第一项沿位矢 $\boldsymbol{r}$ 的方向，称为径向加速度；第二项与位矢方向垂直，称为横向加速度。

加速度是反映质点的速度矢量随时间变化情况的物理量，在国际单位制中加速度的单位为米／秒^2（m/s^2）。

前面提到过，在质点运动学部分，运动函数对了解质点的运动是非常重要的。在引出了速度和加速度的概念后，对这一点会理解得更加深刻。若已知质点的运动函数，那么运动函数对时间的一阶导数给出了质点的速度；对时间的二阶导数给出了质点的加速度；还可以通过运动函数得到质点运动的轨迹。反之，若已知质点的加速度和初始时刻的速度及位置矢量，就可以通过积分的方法求得质点的速度和运动函数。

例 1－1　质点在 xy 平面内运动，运动方程为

$$x = a\cos\omega t$$

$$y = b\sin\omega t$$

其中 a、b、ω 为常数。求：(1) 质点的运动轨迹；(2) t 时刻质点的速度和加速度。

解　(1) 题中的运动方程分别给出了质点 x、y 坐标随时间的变化关系，由运动方程消去时间 t 得到

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

这是质点的轨道方程，由轨道方程可以判断该质点的运动轨迹为一椭圆，如图 1－6 所示。

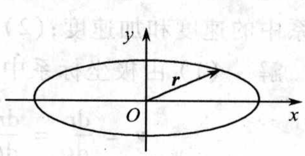


图 1－6　例 1－1 用图

(2) 将运动方程写为矢量式得

$$\boldsymbol{r} = a\cos\omega t\boldsymbol{i} + b\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

将上式对时间求导，得到速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} = -a\omega\sin\omega t\boldsymbol{i} + b\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

加速度等于速度对时间的一阶导数，故

$$\boldsymbol{a} = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dv_y}{dt}\boldsymbol{j} = -a\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i} - b\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}$$

要注意运动方程和轨道方程的区别。运动方程表达了质点位置与时间的函数关系，而轨道方程是质点坐标间的函数关系，是质点运动轨迹的数学表达式。

例 1－2　一质点沿 x 轴运动，其加速度 a 随时间 t 的变化关系为 $a = -6t + 3t^2$，单位为 m/s^2。已知在 $t = 0$ 时，质点的速率为 $v_0 = 3m/s$，速度方向沿 x 轴的负向。$t = 0$ 时它的坐标为 $x_0 = 5m$，求 t 时刻质点的速度和坐标。

解　根据加速度的定义 $\boldsymbol{a} = \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}$，得到 $d\boldsymbol{v} = \boldsymbol{a}dt$，对此式两边积分有

$$\int_{v_0}^{v} d\boldsymbol{v} = \int_0^t \boldsymbol{a}dt = \left[\int_0^t (-6t + 3t^2)dt\right]\boldsymbol{i}$$

$$\boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}_0 = (-3t^2 + t^3)\boldsymbol{i}$$

将初始速度代入得到 t 时刻质点的速度为