

高等学校教材

Mathematica

数学实验



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

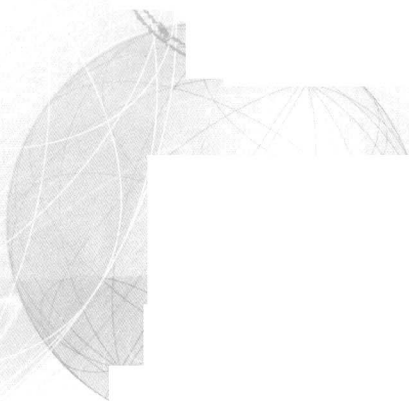
徐安农 编著

高等学校教材

Mathematica

数学实验

徐安农 编著



013-33
X3
電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

Mathematica 数学实验/徐安农编著. —北京:电子工业出版社, 2004.7
高等学校教材
ISBN 7-121-00146-2

I. M… II. 徐… III. 高等数学—实验—高等学校—教学参考资料 IV. 013-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 071565 号

责任编辑:刘宪兰 特约编辑:联 霞

印 刷:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

经 销:各地新华书店

开 本:787×980 1/16 印张:15.5 字数:325.8 千字

印 次:2004 年 7 月第 1 次印刷

印 数:6 000 册 定价:23.00 元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010) 68279077。质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。



前言

“数学实验”是自从我国著名科学家钱学森教授提出理工科的数学课程需要改革 10 年来大家公认的成功之路。由于电子计算机的出现,对数学科学的发展产生了重要的影响,从而也对高等数学教育提出了新的要求。从事高等数学教育的工作者在 10 年中进行了各种各样的探索,终于在开设数学实验课的问题上取得了共识。一致认为数学实验是引进现代教育技术最好的形式。

数学实验课的目的首先是加强“用数学”的教育,培养学生应用所学的数学知识解决实际问题的意识和能力。因此我们的每一节课都从提出问题开始,建立描述问题的数学模型,应用所学的数学知识去解决问题。

数学实验课的另一目的是将数学教学与现代教育技术结合起来,充分利用计算机技术、网络技术,以及成功的数学软件,培养学生进行数值计算和数据处理的能力。这正是新的数字时代对高素质人才所提出的要求。

正因为数学实验把数学知识、数学建模与计算机应用三者结合起来融为一体,既改变了过去数学教育注重知识传授而忽视应用的不足,又加进了现代内容。也正因为加进了现代内容,对数学教学的传统方式也提出了挑战。科学计算和演绎推理同样成为数学发展的重要手段。用归纳和实验手段来进行数学教育开辟了数学教学改革真正的新路。

数学实验还是一门新的课程,它的教学理念是以学生为主体,通过在计算机上做大量的实验,发现问题中存在的数学规律,提出猜想,进行证明和论证。讲授该课程的老师在教学过程中应处于指导地位。要充分调动学生的学习积极性,发挥学生的主观能动性,才能达到本课程教学的目的。

在我们的数学实验中,主要使用的数学软件是在世界上已经广为流传的 Mathematica,由于它的优越的性能,受到高等学校教师和学生的喜爱。

本书是在最近几年开设数学实验课的讲义基础上整理出来的,共分成 4 篇,第 1 篇是微积分,共 12 个实验,它们可以结合同济大学《高等数学》第五版的内容穿插在相应的教学内容中,比如在第 1 篇中的实验 1-1 和实验 1-2,在讲完微分学后的实验 1-4,等等。第 2 篇是线性代数,共 5 个实验,它们是配合线性代数课程的上机实验。第 3 篇是概率与数理统计,共 6 个实验,主要是配合浙江大学版《概率论与数理统计》教学的上机实验。这些实验和课程教学内容有机结合,并引进数学软件实现计算,因而必能大大

提高学生的积极性。为了方便使用,本书还在第4篇给出 Mathematica 软件的简要使用介绍和常用命令的分类检索,并配有电子课件,读者如果需要可以与编著者联系。

在本书即将出版之际,我要感谢郭锡伯教授。是他引发了我在数学实验方面的兴趣,并带领我在 1998 年参加写作了第一本关于数学实验的书。段班祥参与编写了附录部分内容。毕忠勤参与了实验中程序的编写。

还要特别感谢我的夫人秦丽丽。她无微不至地照料我的生活并仔细审读了全部书稿,完成了书稿的编排和打印工作。

01 尽管这套教材已经过多次试用,但其中仍难免有疏漏之处,恳请广大读者批评指正。希望这套立体化教材对开展数学实验课教学起到推动作用。

电子邮件地址: annongcn@yahoo.com 徐安农

2004 年 1 月

于桂林桔香园

目 录

第 1 篇 微积分	(1)
实验 1-1 函数与图形	(3)
一、问题的提出	(3)
二、实验目的	(3)
三、实验内容	(3)
习题 1-1	(12)
实验 1-2 割圆术与数列极限	(13)
一、问题的提出	(13)
二、实验目的	(13)
三、实验内容	(13)
习题 1-2	(19)
实验 1-3 差分方程与混沌	(20)
一、问题的提出	(20)
二、实验目的	(20)
三、实验内容	(20)
习题 1-3	(26)
实验 1-4 方程近似根的求法	(27)
一、问题的提出	(27)
二、实验目的	(27)
三、实验内容	(27)
习题 1-4	(32)
实验 1-5 驳船的长度问题	(33)
一、问题的提出	(33)
二、实验目的	(33)
三、实验内容	(33)
习题 1-5	(37)
实验 1-6 空中电缆的长度计算	(38)

一、问题的提出	(38)
二、实验目的	(38)
三、实验内容	(38)
习题 1-6	(43)
实验 1-7 微分方程求解及计算机模拟	(45)
一、问题的提出	(45)
二、实验目的	(45)
三、实验内容	(45)
习题 1-7	(49)
实验 1-8 空间图形的画法	(51)
一、问题的提出	(51)
二、实验目的	(51)
三、实验内容	(51)
习题 1-8	(60)
实验 1-9 函数的等量线及有关的作图问题	(62)
一、问题的提出	(62)
二、实验目的	(62)
三、实验内容	(62)
习题 1-9	(65)
实验 1-10 二、三重积分的计算	(67)
一、问题的提出	(67)
二、实验目的	(67)
三、实验内容	(67)
习题 1-10	(71)
实验 1-11 无穷级数与函数逼近	(73)
一、问题的提出	(73)
二、实验目的	(73)
三、实验内容	(73)
习题 1-11	(79)
实验 1-12 最小二乘法	(80)
一、问题的提出	(80)
二、实验目的	(80)
三、实验内容	(80)
习题 1-12	(84)

第 2 篇 线性代数	(87)
实验 2-1 矩阵的初等变换	(89)
一、问题的提出	(89)
二、实验目的	(89)
三、实验内容	(89)
习题 2-1	(96)
实验 2-2 向量组的线性相关性分析	(97)
一、问题的提出	(97)
二、实验目的	(98)
三、实验内容	(98)
习题 2-2	(100)
实验 2-3 方阵的行列式及矩阵求逆	(101)
一、问题的提出	(101)
二、实验目的	(101)
三、实验内容	(102)
习题 2-3	(105)
实验 2-4 线性方程组的解法	(107)
一、问题的提出	(107)
二、实验目的	(107)
三、实验内容	(107)
习题 2-4	(113)
实验 2-5 矩阵的特征值和特征向量	(114)
一、问题的提出	(114)
二、实验目的	(114)
三、实验内容	(114)
习题 2-5	(119)
第 3 篇 概率论与数理统计	(121)
实验 3-1 随机变量的分布	(123)
一、问题的提出	(123)
二、实验目的	(123)
三、实验内容	(123)
习题 3-1	(130)
实验 3-2 随机变量的模拟	(131)
一、问题的提出	(131)

二、实验目的	(131)
三、实验内容	(131)
习题 3-2	(137)
实验 3-3 频率图近似模拟	(138)
一、问题的提出	(138)
二、实验目的	(138)
三、实验内容	(138)
习题 3-3	(142)
实验 3-4 蒙特-卡洛方法	(144)
一、问题的提出	(144)
二、实验的理论和方法	(144)
三、实验内容	(145)
习题 3-4	(146)
实验 3-5 区间估计与假设检验	(147)
一、问题的提出	(147)
二、实验目的	(147)
三、实验内容	(147)
习题 3-5	(154)
实验 3-6 回归分析	(156)
一、问题的提出	(156)
二、实验目的	(156)
三、实验内容	(156)
习题 3-6	(161)
第 4 篇 数学软件 Mathematica	(163)
4.1 Mathematica 入门	(165)
4.1.1 Mathematica 的启动	(165)
4.1.2 Mathematica 的工作环境	(166)
4.1.3 Mathematica 的语法要求	(168)
4.1.4 Mathematica 的帮助系统	(168)
4.1.5 Mathematica 的选项板	(171)
4.1.6 Mathematica 文件的存取	(172)
4.1.7 Mathematica 的扩展	(173)
4.2 用 Mathematica 画函数的图形	(174)
4.2.1 基本一元函数作图	(174)

4.2.2 参数方程作图	(176)
4.2.3 极坐标方程作图	(176)
4.2.4 二维作图的可选参数	(177)
4.2.5 三维图形命令	(180)
习题 4-2	(181)
4.3 用 Mathematica 进行函数计算	(182)
4.3.1 四则运算与运算次序	(182)
4.3.2 Mathematica 的内部函数	(183)
4.3.3 自定义函数	(184)
4.3.4 Mathematica 中的特殊函数	(185)
习题 4-3	(187)
4.4 用 Mathematica 解微积分	(187)
4.4.1 求极限	(187)
4.4.2 求导数和求微分	(189)
4.4.3 求多元函数的偏导数和全微分	(191)
4.4.4 求不定积分和定积分	(192)
习题 4-4	(194)
4.5 用 Mathematica 的相应功能解方程	(195)
4.5.1 在 Mathematica 中用于解方程 $f(x)=0$ 的命令	(195)
4.5.2 求解联立方程	(199)
4.5.3 解微分方程	(200)
习题 4-5	(201)
4.6 用 Mathematica 的相应功能进行向量、矩阵运算	(201)
4.6.1 向量和矩阵的输入	(202)
4.6.2 获得表的元素	(203)
4.6.3 表的维数和矩阵的加、减法	(204)
4.6.4 向量和矩阵的乘法	(205)
4.6.5 关于矩阵的几个常用函数	(206)
习题 4-6	(207)
4.7 Mathematica 编程初步	(208)
4.7.1 全局变量和局部变量	(208)
4.7.2 循环结构	(210)
4.7.3 分支结构	(214)
4.7.4 转向结构	(215)

习题 4-7	(216)
附录 A 常用 Mathematica 命令分类检索	(217)
A.1 微积分	(219)
A.2 线性代数	(222)
A.3 概率论与数理统计	(224)
数学实验报告	(231)
参考文献	(235)
Mathematica 的内置函数	4.3.2
Mathematica 的自定义函数	4.3.3
Mathematica 中的特殊常量	4.3.4
习题 4-3	4.4
用 Mathematica 解微分方程	4.4.1
求导数	4.4.2
求不定积分和定积分	4.4.3
求多元函数的偏导数和全微分	4.4.4
习题 4-4	4.5
用 Mathematica 求解线性方程组	4.5.1
在 Mathematica 中用子式函数 Sub[M, i, j] 求行列式	4.5.2
求特征值和特征向量	4.5.3
习题 4-5	4.6
用 Mathematica 求解微分方程组	4.6.1
求多元函数的极值	4.6.2
求多元函数的最值	4.6.3
求多元函数的最值	4.6.4
求多元函数的最值	4.6.5
习题 4-6	4.7
Mathematica 的符号计算	4.7.1
求不定积分	4.7.2
求定积分	4.7.3
求方向导数	4.7.4

第1篇 微积分



实验 1-1 函数与图形

一、问题的提出

函数是高等数学研究的主要对象，是描述自然界和社会生活中的一类具有对应规则的变量关系的最基本概念。因此深刻地理解函数的概念对学习微积分是非常必要的。通常，函数用解析式子表示（即包含自变量和因变量的用四则运算或复合组成的式子），我们称之为解析表达式。

例如：

$$y = x^3 - x + 1; \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}; \quad \rho = 2\sin\theta$$

都是一些解析表达式。

但函数的另外两种表示法（表列法和图形法）能让我们更直观地了解变量之间的对应关系。表列法明白地给出了对自变量的每一个值，因变量所对应的函数值。而函数的图形更能反映出函数的有界性、单调性、奇偶性以及周期性等。

利用 Mathematica 数学软件使多角度理解函数关系成为可能。

二、实验目的

- (1) 学习用 Mathematica 软件作常见函数的图形；
- (2) 通过作图，进一步加深对函数的理解，观察函数的性质；
- (3) 构造函数自变量与因变量的对应表，观察函数的变化。

三、实验内容

1. 基本初等函数的图形

(1) 幂函数 $y = x^\mu$ ，其中 μ 为实数，分别讨论 μ 为正整数、负整数、分数的情况。首先做 μ 为正整数的情况，分别取 $\mu = 1, 2, 3, 4$ ，在区间 $(-0.02, 1)$ 上画图。

其程序如下：

```
t1=Plot[Evaluate[Table[x^n, {n, 1, 4}]], {x, -0.2, 1.},  
AxesLabel->{"x", "y"}, PlotRange->{-0.2, 1.02},  
AspectRatio->Automatic]
```


运行上面程序得到图 1-1。

其中 Evaluate[] 用于对多个函数的表画图, 将所有图形放在一幅图中。再取 $\mu = -1$, -2 , 在区间 $(-2, 2)$ 上画图, 改变程序中的参数。

```
t2=Plot[Evaluate[Table[x^(-n), {n, 1, 2}]], {x, -2, 2},
  AxesLabel->{"x", "y"}, PlotRange->{-2, 2}
  AspectRatio->Automatic]
```

运行后得到图 1-4。改变参数后类似可得图 1-2 和图 1-3。

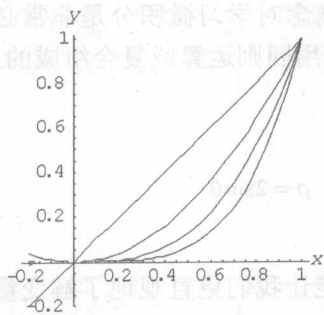


图 1-1

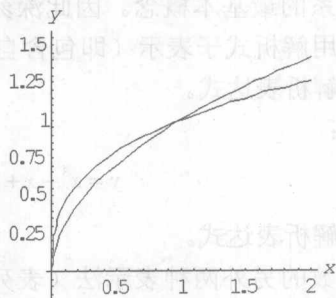


图 1-2

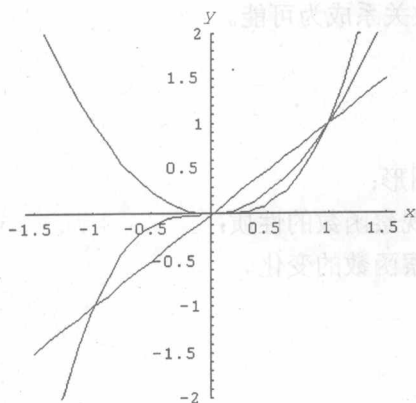


图 1-3

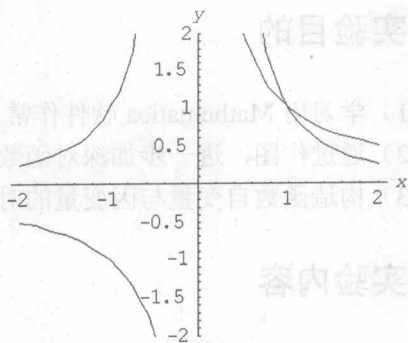


图 1-4

(2) 指数函数, 其程序如下:

```
t1=Plot[Evaluate[Table[n^x, {n, 2, 4}]], {x, -2, 2},
  AxesLabel->{"x", "y"}, PlotRange->{-1, 4}]
t2=Plot[Evaluate[Table[n^-x, {n, 2, 4}]], {x, -2, 2},
  AxesLabel->{"x", "y"}, PlotRange->{-1, 4}]
```

Show[t1, t2]

运行后得图 1-5。

(3) 对数函数，其程序如下：

```
t3=Plot[Evaluate[Table[Log[n, x], {n, 2, 3}]], {x, -1, 2},
```

```
AxesLabel->{"x", "y"},
```

```
PlotRange->{-1, 1}, AspectRatio->{1, 1}]
```

```
t4=Plot[Evaluate[Table[Log[1/n, x], {n, 2, 3}]],
```

```
{x, -1, 2}, AxesLabel->{"x", "y"}, PlotRange->{-1, 1}]
```

Show[t3, t4]

运行后得图 1-6。

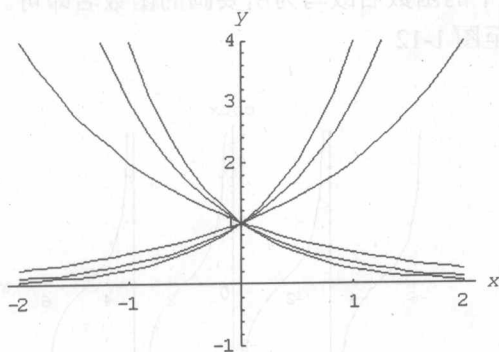


图 1-5

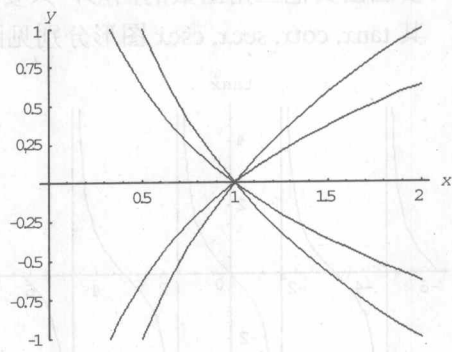


图 1-6

(4) 三角函数，其 $\sin x$ 函数的画图程序如下：

```
Plot[Sin[x], {x, -2Pi, 2Pi}, PlotRange->{-5, 5},
```

```
AspectRatio->Automatic, AxesLabel->{"x", "sinx"}]
```

运行后得图 1-7。

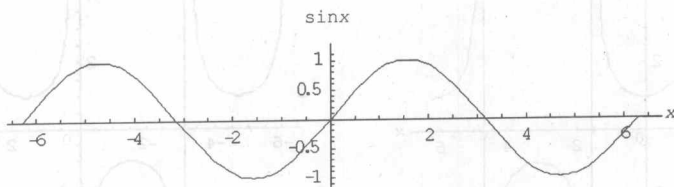


图 1-7

$\cos x$ 函数图形见图 1-8。

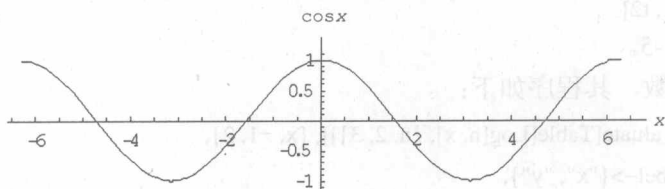


图 1-8

$\tan x$ 函数的画图程序如下:

```
Plot[Tan[x], {x, -2Pi, 2Pi}, PlotRange->{-5, 5},
```

```
AspectRatio->Automatic]
```

要画出其他三角函数的图形, 只要将程序中的函数名改写为所要画的函数名即可。

其 $\tan x$, $\cot x$, $\sec x$, $\csc x$ 图形分别见图 1-9 至图 1-12。

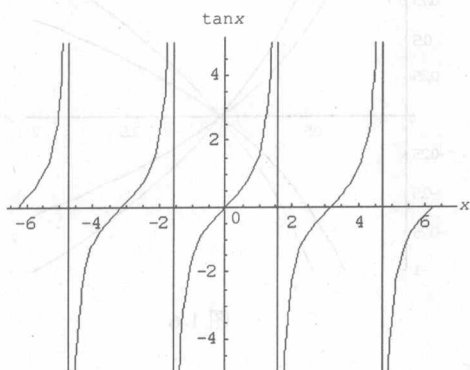


图 1-9

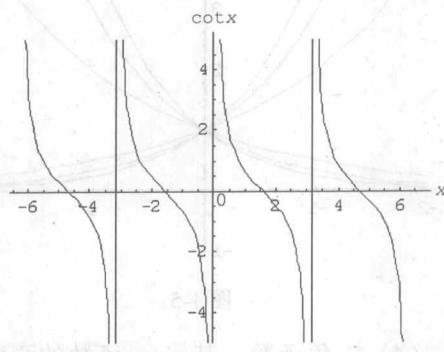


图 1-10

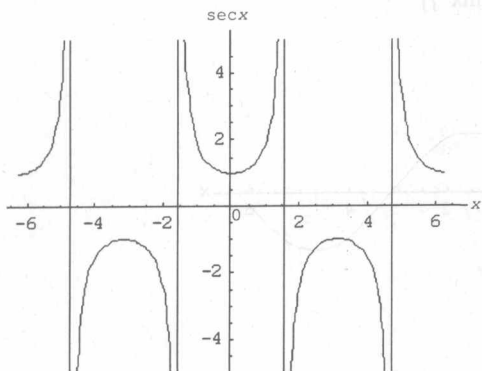


图 1-11

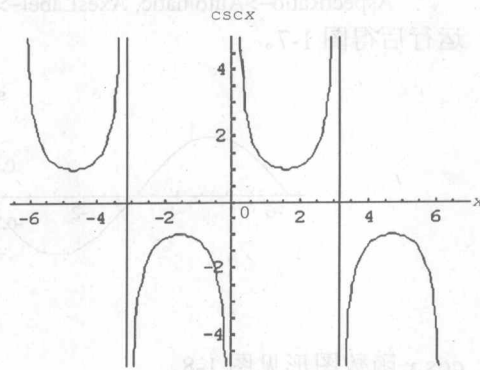


图 1-12